गणित की दुनिया

(पाँचवीं कक्षा के लिए)

पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड

साहिबज़ादा अजीत सिंह नगर

© पंजाब सरकार

संशोधित संस्करण : 2021............................. 4,600 प्रतियाँ

All rights, including those of translation, reproduction
and annotation etc., are reserved by the
Punjab Government

संयोजक : प्रितपाल सिंह कथूरिया,
विषय विशेषज्ञ, पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड

चित्रकार : मनजीत सिंह ढिल्लों
आर्टिस्ट, पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड

चेतावनी

1. कोई भी एजेंसी-होल्डर अधिक पैसे लेने के उद्देश्य से पाठ्य-पुस्तकों पर जिल्दबन्दी नहीं कर सकता। (एजेंसी-होल्डरों के साथ हुए समझौते की धारा नं. 7 के अनुसार)
2. पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड द्वारा मुद्रित तथा प्रकाशित पाठ्य-पुसतकों का जाली प्रकाशन, स्टॉक करना, जमाखोरी या बिक्री आदि करना भारतीय दंड प्रणाली के अन्तर्गत गैरकानूनी है।
3. पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड की पाठ्य-पुस्तकें बोर्ड के 'वाटर मारक' वाले कागज़ के ऊपर ही मुद्रित की जाती हैं।

मूल्य : ₹ 98.00

सचिव, पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड, विद्या भवन फेज़-8, साहिबज़ादा अजीत सिंह नगर 160062 द्वारा प्रकाशित तथा **मैसः मिकाडो ऑफसैट प्रिंटर्ज़, जालन्धर** द्वारा मुद्रित ।

प्राक्कथन

पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड अपनी स्थापना के समय से ही स्कूल स्तर के पाठ्यक्रम बनाने, राष्ट्रीय और राज्य स्तर पर बदलती शैक्षिक आवश्यकताओं के अनुसार पाठ्यक्रम व पाठ्य-पुस्तकें तैयार करने के लिए प्रयत्नशील रहा है।

यह पुस्तक विभिन्न कार्यशालाएं लगातार क्षेत्रीय विशेषज्ञों द्वारा NCF-2005 और PCF-2013 के आधार पर तैयार की गई है। क्रियाओं और चित्रों द्वारा पुस्तक में रोचकता बढ़ाने के प्रयास किए गए हैं। यह पुस्तक बोर्ड, SCERT के विशेषज्ञों और क्षेत्रीय अनुभवी अध्यापकों / विशेषज्ञों के सहयोग से तैयार की गई है। बोर्ड इन सब का आभारी है।

लेखकों द्वारा यह प्रयत्न किया गया है कि पुस्तक की रूपरेखा पाँचवीं कक्षा के विद्यार्थियों के मानसिक स्तर के अनुसार हो। विषय-सामग्री एवं पुस्तक में दिये गये उदाहरण विद्यार्थी के आस-पास के वातावरण तथा उससे सम्बन्धित स्थितियों के अनुसार विकसित किए गए हैं। प्रत्येक पाठ में कई क्रियाएँ दी गई हैं जो विद्यार्थियों की जीवन शैली के अनुसार परिस्थितियों तथा उपलब्ध स्थानीय साधनों के अनुसार बदली भी जा सकती हैं।

आशा है कि गणित विषय की यह पुस्तक विद्यार्थियों और अध्यापकों के लिए लाभदायक सिद्ध होगी। पुस्तक में और सुधार के लिए क्षेत्र से आए सुझावों को बोर्ड द्वारा सादर स्वीकार किया जाएगा।

चेयरमैन
पंजाब स्कूल शिक्षा बोर्ड

पाठ्य-पुस्तक निर्माण समिति

लेखक

- गुरिन्द्र कौर, प्राइमरी अध्यापिका, सरकारी प्राइमरी, स्कूल झिऊरहेड़ी, एस. ए. एस. नगर।
- मनिन्दर कौर, प्राइमरी अध्यापिका, सरकार ऐलिमेंटरी स्कूल, अकालगढ़, पटियाला।
- जसप्रीत सिंह, प्राइमरी अध्यापक, सरकारी ऐलिमेंटरी स्कूल अरायी माजरा, फतेहगढ़ साहिब।
- गुरनैब सिंह, प्राइमरी अध्यापक, सरकारी ऐलिमेंटरी स्कूल, मधाणिया, मानसा।
- पवनदीप कुमार, प्राइमरी अध्यापक, सरकारी प्राइमरी स्कूल, फरोर, फतेहगढ़ साहिब।
- पूजा, प्राइमरी अध्यापिका, सरकारी प्राइमरी स्कूल, दुराली, एस. ए. एस. नगर।
- रूबी खुल्लर, प्राइमरी अध्यापिका, सरकारी ऐलिमेंटरी स्कूल, लटौर, फतेहगढ़ साहिब।
- सुखजिंदर कुमार, प्राइमरी अध्यापक, सरकारी ऐलिमेंटरी स्कूल, दुलबा, पटियाला।
- गुरप्रीत सिंह, प्राइमरी अध्यापक, सरकारी प्राइमरी स्कूल लंग, पटियाला।
- पारस, सी. एच. टी. सरकारी ऐलिमेंटरी स्कूल, गटी रहीमें के, फिरोजपुर।
- चरण सिंह, गणित अध्यापक, सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, लूबड़ीवाला, फिरोज़पुर।
- देवी दयाल, मैथ मास्टर, सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, बेनड़ा संगरूर।
- जज राम, सरकारी प्राइमरी स्कूल, काल बंजारा, ब्लॉक-लहिरागागा, संगरूर।
- सुधीर कुमार, हैड टीचर, सरकारी ऐलिमेंटरी स्कूल, कानगढ़ भूतना, पटियाला।
- गगनदीप शर्मा, प्राइमरी अध्यापक, सरकारी प्राइमरी स्कूल, माखा, पटियाला।

संशोधक

- गुरवीर कौर, विषय विशेषज्ञा, एस.सी.ई.आर.टी., पंजाब।
- रमकीत कौर, विषय विशेषज्ञा, एस.सी.ई.आर.टी, पंजाब।
- निर्मल कौर, ए.स.पी.डी., डी.जी.एस.ई. कार्यालय, पंजाब।
- परिमंदर सिंह, प्रिंसिपल सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, चूहड़ीवाला धन्ना, फाज़िल्का।
- हरमिन्दर, गणित मास्टर, सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, बडाली आला सिंह, फतेहगढ़ साहिब।
- राकेश कुमार 'दीपक', मुख्य अध्यापक (सेवा मुक्त), एस.ए.एस. नगर।
- हरमीत सिंह, मुख्य अध्याक (सेवा मुक्त), एस.ए.एस. नगर।
- जतिन्द्र कुमार, सरकारी हाई स्कूल, ज्ञियाना, रामा मण्डी, बठिंडा।
- अरुण कुमार गरग, सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, रल्ली, बुढलाडा, मानसा।
- डॉ. सुनील बहल, प्रिंसिपल सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, बहलूर कलां (शहीद भगत सिंह नगर)।
- शिव शंकर, लेक्चरर, सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, घनोली, रोपड़।
- कमल जोशी, सरकारी हाई स्कूल मुकन्दपुर, एस.ए.एस. नगर।

अनुवादक

- जसप्रीत कौर, प्रिंसिपल, सरकारी सीनियर सेकंडरी स्कूल, भादसों, पटियाला।

विषय-सूची

1.	संख्याएँ	1
2.	संख्याओं पर मूल क्रियाएँ	27
3.	महत्तम समावर्तक और लघुत्तम समापवर्त्य	57
4.	भिन्नात्मक संख्याएँ	85
5.	धन (करंसी)	114
6.	माप	129
7.	रेखा गणित	159
8.	परिमाप और क्षेत्रफल	181
9.	आयतन	196
10.	आँकड़ा विज्ञान	205
11.	पैट्रन (नमूने)	224
	प्रतियोगी परीक्षाओं की तैयार के लिए	233

सीखने के प्रतिफल

बच्चे -

- बड़ी संख्याओं पर कार्य करते हैं।
  - परिवेश में उपयोग की जाने वाली 1000 से बड़ी संख्याओं को पढ़ते तथा लिखते हैं।
  - 1000 से बड़ी संख्याओं पर, स्थानीय मान को समझते हुए चार मूल संक्रियाएँ करते हैं।
  - मानक एल्गोरिद्म द्वारा एक संख्या से दूसरी संख्या को भाग देते हैं।
  - जोड़, घटाव, गुणन तथा भागफल का अनुमान लगाते हैं तथा विभिन्न तरीकों का प्रयोग कर उनकी पुष्टि करते हैं, जैसे- मानव एल्गोरिद्म का प्रयोग कर या किसी दी हुई संख्या को अन्य संख्याओं के जोड़ तथ्य के रूप में लिखकर संक्रिया का उपयोग करना। उदाहरण के लिए , 9450 को 25 से भाग देने हेतु 9000 को 25 से , 400 को 25 तथा अंत में 50 को 25 से भाग देकर जितने भी भागफल प्राप्त हों उन सभी को जोड़कर उत्तर प्राप्त करते हैं।
- भिन्न के बारे में समझ अर्जित करते हैं।
  - समूह के हिस्से के लिए भिन्न संख्या बनाते हैं।
  - एक दिए गए भिन्न के समतुल्य भिन्न की पहचान कर सकते हैं तथा समतुल्य भिन्न बनाते हैं।
  - दिए गए भिन्नों 1/2, 1/4, 1/5, को दशमलव भिन्न में तथा दशमलव भिन्न को भिन्न रूप में लिखते हैं, जैसे लंबाई और मुद्रा की इकाइयों का उपयोग 10 रूपये का आधा 5 रूपये होगा।
  - भिन्न को दशमलव संख्या तथा दशमलव संख्या को भिन्न में लिखते हैं।
- कोणों तथा आकृतियों की अवधारणा की खोजबीन करते हैं।
  - कोणों को समकोण , न्यून कोण , अधिक कोण में वर्गीकृत करते हैं, उन्हें बना सकते हैं व खाका खींचते (ट्रेस) हैं।
  - अपने परिवेश में उन 2D आकृतियों को पहचानते हैं जिसमें घूर्णन तथा परावर्तन सममितता हो,जैसे-अक्षर तथा आकृति।
  - नेट का प्रयोग करते हुए घन, बेलन, शंकु बनाते हैं।
- सामान्यत: प्रयोग होने वाली लंबाई, भार, आयतन की बड़ी तथा छोटी इकाइयों में संबंध स्थापित करते हैं तथा बड़ी इकाइयों को छोटी व छोटी इकाइयों को बड़ी इकाई में बदलते हैं।
- ज्ञात इकाइयों में किसी ठोस वस्तु का आयतन ज्ञात करते हैं, जैसे-एक बाल्टी का आयतन जग के आयतन का 20 गुना है।
- पैसा, लंबाई, भार, आयतन तथा समय अंतराल से संबंधित प्रश्नों में चार मूल गणितीय संक्रियाओं का उपयोग करते हैं।
- त्रिभुजीय संख्याओं तथा वर्ग संख्याओं के पैटर्न पहचानते हैं।
- दैनिक जीवन से संबंधित विभिन्न आँकड़ों को एकत्र करते हैं तथा सारणीबद्ध कर सकते हैं एवं दंड आलेख खींचकर उनकी व्याख्या करते हैं।

अध्याय-1

संख्याएँ

उद्देश्य :
1. 100000 तक की संख्याओं को पढ़ना, लिखना, समझना और सिखाना।
2. दैनिक जीवन की क्रियाएँ जैसे लेन-देन, बैंकिंग, खरीद-बेच आदि में संख्याओं के उपयोग की जानकारी देना।
3. विद्यार्थियों को स्थानीय मान और अंकित मूल्य की जानकारी देना।
4. संख्याओं के पूर्ववती-परवर्ती, बढ़ते-घटते क्रम (आरोही-अवरोही क्रम) और तुलना की जानकारी देना।
5. भिन्न-भिन्न अंकों की मदद से बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या बनाना।

दोहराई

1.1 पूर्व ज्ञान की परख (दोहराई)

पिछली कक्षा में हमने विद्यार्थियों को 10000 तक की संख्याओं को पढ़ना-लिखना, जीवन में भिन्न-भिन्न लेन-देन आदि में संख्याओं का प्रयोग किया है।

अब किए गए कार्य की दोहराई से पहले अध्यापक विद्यार्थियों से बातचीत करके वातावरण निर्माण करेगा और अलग-अलग तरीकों से दोहराई के उद्देश्य आम जीवन के उदाहरणों द्वारा पूरा करने की कोशिश करेगा। इसलिए अध्यापक विद्यार्थियों से निम्नलिखित अनुसार वार्तालाप करेगा।

गतिविधि

अध्यापक - बच्चो खालसा पंथ की स्थापना श्री गुरु गोबिन्द सिंह जी ने की थी। क्या आप बता सकते हो कि यह किस वर्ष में की गई थी ?

विद्यार्थी - जी, 1699 ई: में वैशाखी वाले दिन

अध्यापक – शाबाश! अब आप इस संख्या को (ब्लैकबोर्ड पर लिखकर) शब्दों में पढ़ो तथा अपनी कॉपियों पर लिखो।

सभी बच्चे बारी-बारी से पढ़ते हैं। एक हज़ार छह सौ निन्यानवे तथा कॉपियों पर लिखते हैं।

अध्यापक – अब आप वर्तमान वर्ष को अंकों में लिखिए।

विद्यार्थी – 2018— दो हज़ार अठारह (वर्तमान वर्ष जो भी चल रहा हो।)

अध्यापक – चलिए , अब आप निम्नलिखित प्रश्नों को अपनी कॉपी पर हल कीजिए।

1. निम्नलिखित संख्याओं को शब्दों में लिखिए।

(क) 968 (ख) 6908 (ग) 1328 (घ) 9002 (ङ) 9999

2. निम्नलिखित संख्याओं को अंकों में लिखिए।

(क) छह सौ अठहत्तर (ख) एक हज़ार सात सौ

(ग) चार हज़ार छह (घ) आठ हज़ार आठ सौ छियासी

(ङ) नौ हज़ार नब्बे

गतिविधि

अध्यापक तथा विद्यार्थियों की आपसी बातचीत

कुछ नए संकल्पों की दोहराई के लिए (व) वातावरण निर्माण के लिए अध्यापक निम्नलिखित अनुसार बातचीत करेगा।

अध्यापक – (पंखे और बल्बों की ओर इशारा करके) बच्चो इनकी क्या कीमत होगी ?

सिमरजीत – जी! पंखे की कीमत ₹ 1200 के लगभग होगी।

अध्यापक – शाबाश! (गुरफतेह को) आप बल्ब की कीमत बता सकते हो ?

गुरफतेह – जी, लगभग 10 रुपये।

अध्यापक – क्या आप इनमें से अधिक कीमत वाली वस्तु बता सकते हो ?

विद्यार्थी – पंखे की कीमत अधिक है।

अध्यापक – अर्थात संख्या 1200, संख्या 10 से अधिक है।

विद्यार्थी – जी हाँ।

अध्यापक – (दीवार पर लगी घड़ी की ओर इशारा करके) इसकी कीमत कितनी होगी ?

महेंन्द्र – सर जी, घड़ी की कीमत ₹ 200 होगी।

अध्यापक – शाबाश ! अब आप इन तीनों वस्तुओं को कीमत के अनुसार न्यूनतम से अधिकतम में लिखिए।

विद्यार्थी कहे अनुसार वस्तुओं की कीमत आरोही और अवरोही क्रम में लिखेंगे। अध्यापक अभ्यास के लिए विद्यार्थियों को और प्रश्न देगा।

3. दी गई संख्याओं की तुलना करने के लिए >,< = का निशान भरिए।

(क) 238 ☐ 832 (ख) 7851 ☐ 8715

(ग) 2018 ☐ 2018 (घ) 9999 ☐ 9900

(ङ) 4651 ☐ 5467 (च) 5897 ☐ 6325

4. संख्याओं को आरोही क्रम (छोटी से बड़ी संख्या) में लिखिए—

(क) 245, 751, 654, 456, 199

(ख) 1234, 7806, 4123, 5006, 2413

(ग) 3344, 4455, 1122, 2233, 5566

(घ) 6780, 6078, 6870. 8760, 7806

(ङ) 3299, 5699, 9932, 9999, 6099

5. संख्याओं को अवरोही क्रम (बड़ी से छोटी संख्या) में लिखिए।

(क) 542, 751, 614, 406, 129

(ख) 2234, 7906, 5123, 8006, 6413

(ग) 3345, 3456, 1132, 1233, 5066

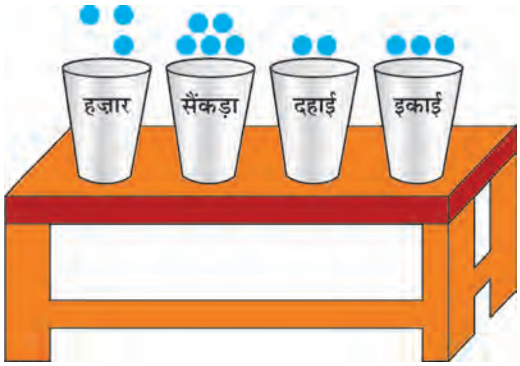
(घ) 6781, 6178, 6570, 6460, 6806

(ङ) 1299, 1669, 1932, 1909, 1099

अंकों के स्थानीय मान तथा विस्तृत रूप की दोहराई के लिए गतिविधि

अध्यापक कक्षा में चित्र अनुसार मेज़ पर चार गिलास (गत्ते के) रखेगा तथा उन पर स्थानीय मान सारणी के अनुसार मूल्य लिखेगा।

अध्यापक इन गिलासों में दिखाए गए अनुसार इकाई स्थानीय मान वाले गिलास में तीन कंचे (बंटे), दहाई स्थानीय मान वाले गिलास में 2 कंचे, सैंकड़े वाले गिलास में पाँच कंचे तथा हज़ार वाले गिलास में चार कंचे डालेगा। चार विद्यार्थियों को बुलाकर गतीविधि करवायी जाएगी।



पहला बच्चा - हज़ार स्थान वाले गिलास से चार कंचे निकालेगा तथा बोलेगा 4 हज़ार तथा बोर्ड़ पर लिखेगा तथा स्थानीय मान $4 \times 1000 = 4000$

दूसरा बच्चा - इस तरह सैंकड़े के स्थान वाले गिलास से पाँच कंचे निकालेगा और बोलेगा 5 हज़ार तथा स्थानीय मान $5 \times 100 = 500$ ब्लैक बोर्ड पर लिखेगा।

तीसरा बच्चा - दहाई स्थान के गिलास से 2 कंचे निकालेगा तथा बोलेगा बीस और स्थानीय मान $2 \times 10 = 20$ ब्लैक बोर्ड पर लिखेगा।

चौथा बच्चा - इकाई स्थान के गिलास से तीन कंचे निकालेगा तथा बोलेगा तीन और ब्लैक बोर्ड पर स्थानीय मूल्य $3 \times 1 = 3$ लिखेगा।

अब अध्यापक स्थानीय मूल्यों को क्रमानुसार जमा का चिह्न लगाकर लिखेगा और संख्या बताएगा।

$$4000 + 500 + 20 + 3 = 4523$$

इस गतिविधि द्वारा स्थानीय मान, विस्तृत मूल्य तथा भिन्न-भिन्न अंकों द्वारा बनी बड़ी/छोटी संख्या लिखना सिखाएगा तथा निम्नलिखित प्रश्नों की दोहराई करवाएगा।

6. रेखांकित अंक का स्थानीय मान लिखिए।

(क) $7\underline{8}9$ (ख) $2\underline{7}82$ (ग) $781\underline{9}$ (घ) $\underline{5}489$ (ङ) $70\underline{0}9$

7. विस्तृत रूप लिखिए।

(क) 492 (ख) 1280 (ग) 3009 (घ) 8765 (ङ) 9020

8. निम्नलिखित अंकों का प्रयोग करते हुए बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

(क) 2, 0, 9 (ख) 1,2,3,4, (ग) 5, 6, 1, 2

(घ) 2, 4, 0, 9 (ङ) 1,7,8,6

9. समझिए तथा लिखिए :

(क) 110, 210, 310, 410 ______ , ______ , ______

(ख) 2018, 2019, 2020, 2021, ______ , ______ , ______ , ______

(ग) 1220, 1190, 1160, 1130, ______ , ______ , ______ , ______

(घ) 1110, 1220, 1330, 1440, ______ , ______ , ______ , ______

(ङ) 5800, 5850, 5900, 5950, ______ , ______ , ______ , ______

10. दी गई संख्याओं निकटतम दहाई तथा सैंकड़े में निकटीकरण कीजिए।

(क) 96 (ख) 209 (ग) 652 (घ) 787 (ङ) 975

11. खाली स्थान भरो :

1 अंक की छोटी से छोटी संख्या = ____________

2 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = ____________

3 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = ____________

4 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = ____________

5 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = ____________

6 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = ____________

---

1 अंक की बड़ी से बड़ी संख्या = ____________

2 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = ____________

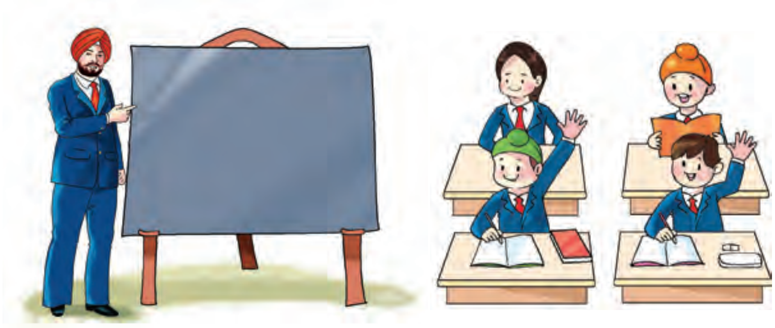
3 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = ____________

4 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = ____________

5 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = ____________

1.2 बड़ी संख्याओं से परिचय

(अध्यापक तथा विद्यार्थियों की आपसी बातचीत)



अध्यापक – आपके गाँव की जनसंख्या कितनी है ? इसको ब्लैक बोर्ड पर लिखो तथा पढ़ो।

मनू – सर जी, हमारे गाँव की जनसंख्या 1598 (एक हज़ार पाँच सौ अठानवें) है।

सिमरन – सर जी, हमारे गाँव की जनसंख्या 1248 (एक हज़ार दो सौ अड़तालीस) है।

अध्यापक – आपके ज़िले की जनसंख्या कितनी है ?

अनमोल – सर जी, हमारे ज़िले की आबादी गाँव से अधिक होगी।

अध्यापक – क्या कोई और विद्यार्थी इस बारे में बता सकता है ?

बच्चे – नहीं, सर जी।

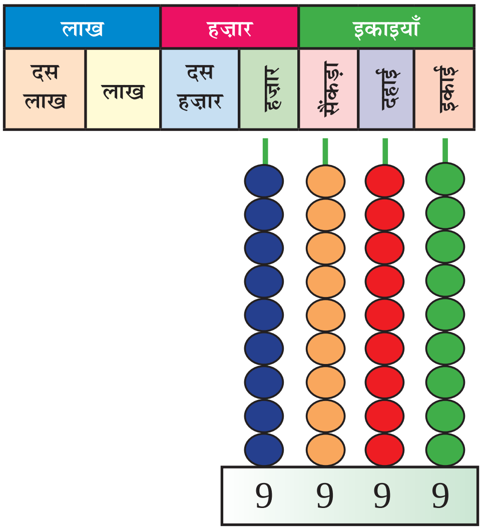
अध्यापक – (ब्लैक बोर्ड पर लिखकर) बच्चो, अपने ज़िले की आबादी (जनसंख्या) 716648 है। क्या आपमें से कोई इस संख्या को पढ़ सकता है ? यहाँ विद्यार्थी इस संख्या को पढ़ने में असमर्थ होंगे। इसलिए अध्यापक बताएगा कि पिछली कक्षा में आपने 10000 तक की संख्याएँ ही सीखी थी। जिस कारण आप ये संख्याएँ नहीं पढ़ सके। आओ, आज हम 10000 से बड़ी संख्याएँ पढ़ना तथा लिखना सीखते हैं।

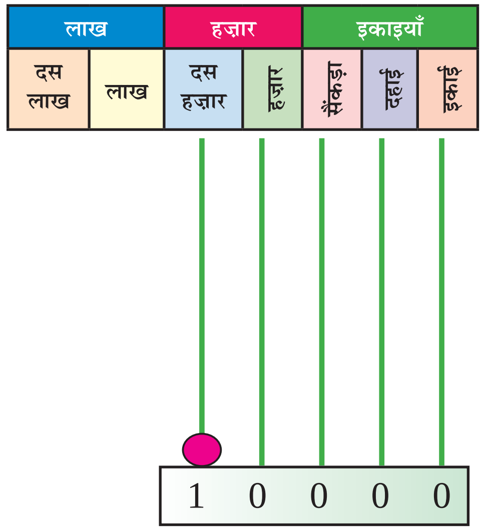
1.2.1 संख्याओं को पढ़ना तथा लिखना

अब हम बड़ी संख्याओं को गिनतारे में लिखना, विस्तृत रूप, पूर्ववर्ती परवर्ती संख्याओं पर चर्चा करेंगे।

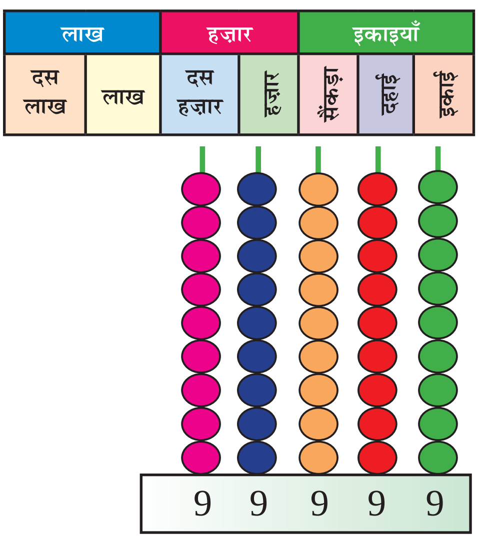
गतिविधि

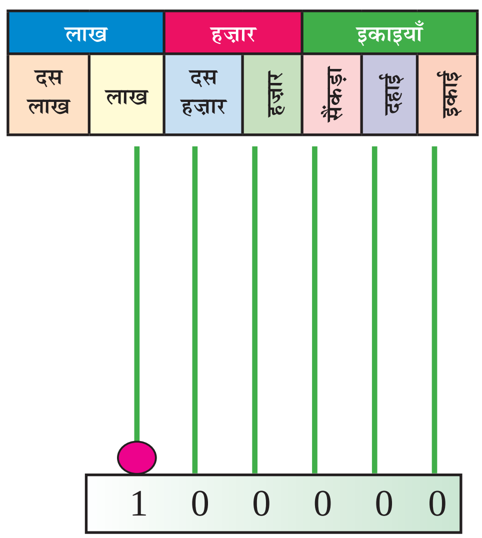
पिछली कक्षा में करवायी गई क्रिया में बच्चों ने 9999 संख्या को गिनतारे पर दिखाया है। अब हम बच्चों को एक और मोती देकर उसको इस गिनतारे में शामिल करने के लिए कहेंगे तथा इस गतिविधि के बारे में बच्चों की प्रतिक्रिया नोट करेंगे।





इस गतिविधि से हम आगे की प्राकृतिक संख्याओं को जानने के लिए बच्चों में उत्सुकता पैदा करेंगे।





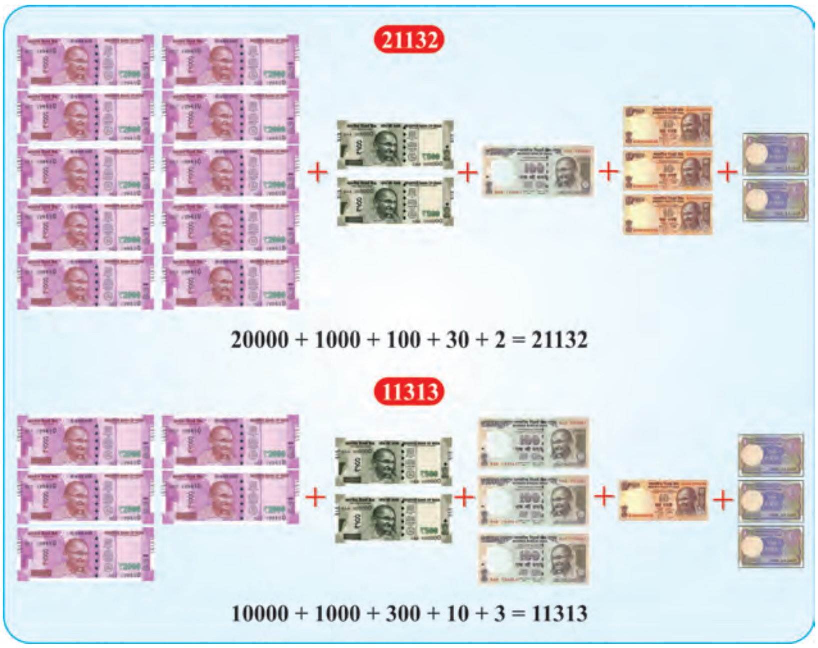
9	99	999	9999	99999
+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
10				

इसी तरह निम्नलिखित संख्याएँ भी लिखी जा सकती हैं।

9999+1=10000	29999+1=30000	49999+1=50000	69999+1=70000	89999+1=90000
19999+1=20000	39999+1= 40000	59999+1=60000	79999+1=10000	99999 + 1=100000

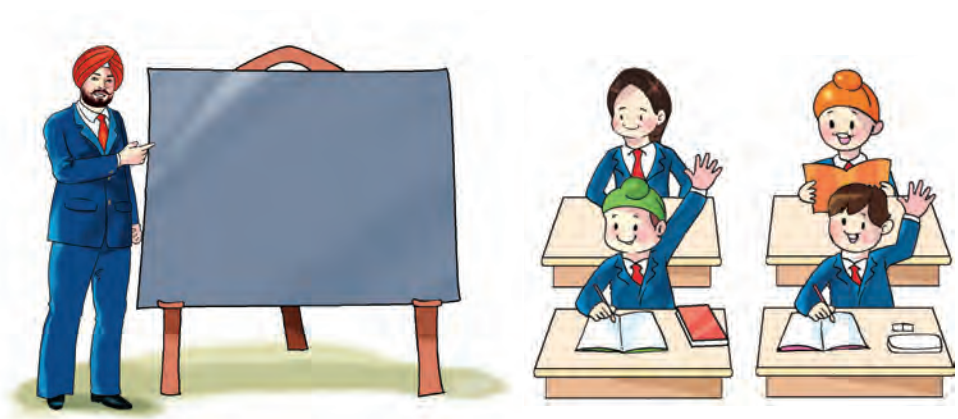
करंसी नोटों की मदद से इसी तरह बड़ी संख्याओं का पढ़ना सीख सकते हैं। निम्नलिखित उदाहरण को देखो।

करंसी नोटो से ₹ 21132 तथा ₹ 12313 बनाओ।

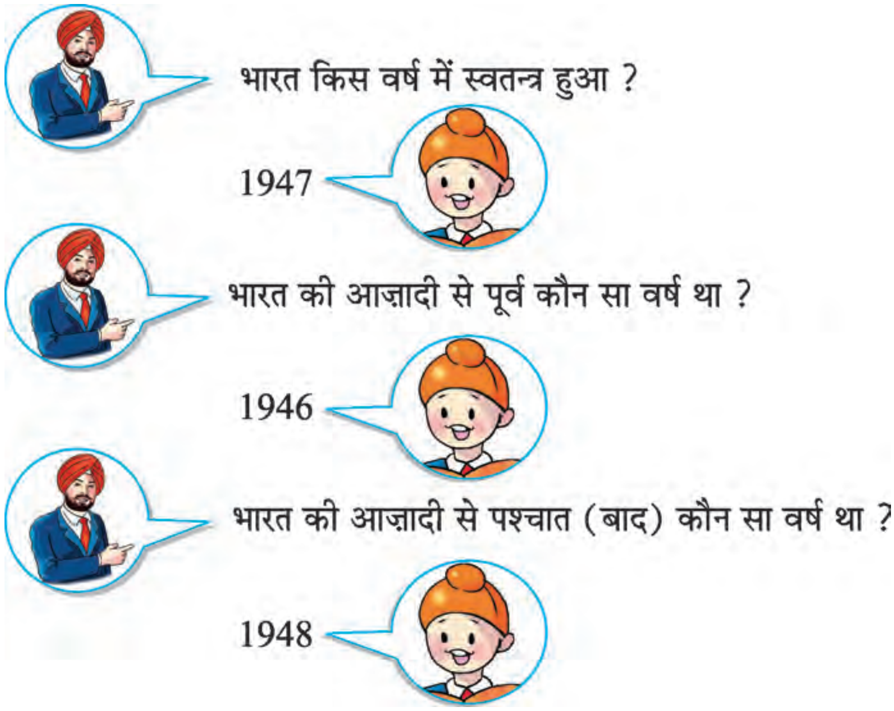


इस तरह अध्यापक और संख्याओं को भी करंसी नोटो की मदद से लिखना सिखाएगा।

1.2.2 पूर्ववर्ती-परवर्ती संख्याओं से जान-पहचान करना (अध्यापक तथा विद्यार्थियों की आपसी बातचीत)



अध्यापक कक्षा में पूर्ववती-परवर्ती संख्याएँ लिखना सिखाने हेतु विद्यार्थियों से निम्नलिखित क्रिया द्वारा बातचीत करेगा।



इस बातचीत के बाद अध्यापक बच्चों को बताएगा कि 1947 से पूर्व वर्ष 1946 है, जिसको हम गणित में 1947 की पूर्ववर्ती संख्या कहते हैं। 1947 के पश्चात वर्ष 1948 है। जिसको हम गणित में परवर्ती संख्या कहते हैं। परवर्ती संख्या लिखने के लिए दी गई संख्या में 1 जोड़ा जाता है तथा पूर्ववर्ती संख्या लिखने के लिए दी गई संख्या में से 1 घटाया जाता है।

इसी तरह हम बड़ी संख्याओं की भी पूर्ववर्ती-परवर्ती संख्याएँ लिख सकते हैं।

उदाहरण 1 : गुरु नानक देव जी का जन्म वर्ष 1469 ई० में हुआ। इस वर्ष की पूर्ववर्ती तथा परवर्ती संख्या लिखिए।

हल : 1469 की परवर्ती संख्या : 1469 + 1 = 1470

1469 की पूर्ववर्ती संख्या : 1469 – 1 = 1468

उदाहरण 2 : 54699 की परवर्ती-पूर्ववर्ती संख्या लिखिए।

हल : 54699 की परवर्ती संख्या : 54699 + 1 = 54700

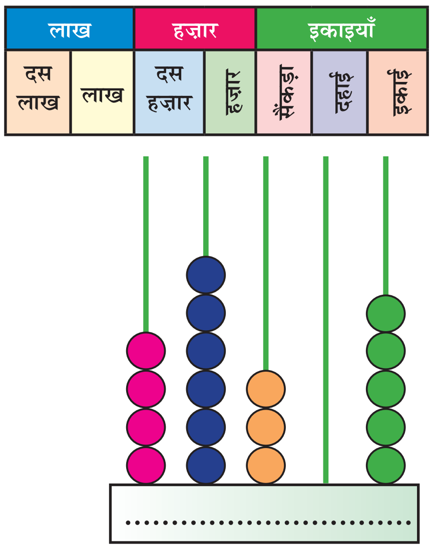
54699 की पूर्ववर्ती संख्या : 54699 – 1 = 54698

अभ्यास-1.1

समझो और करो –

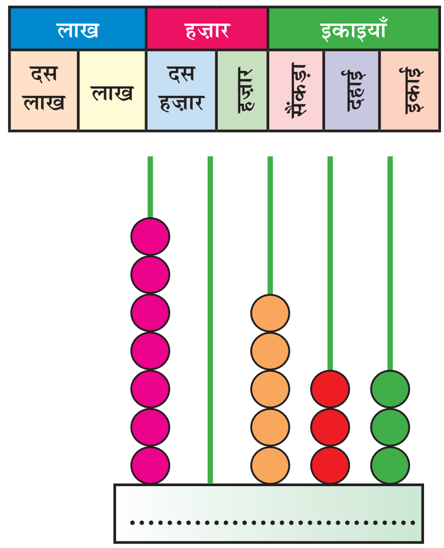
1. गिनतारे की सहायता से संख्या को पढ़िए तथा लिखिए।

(क)



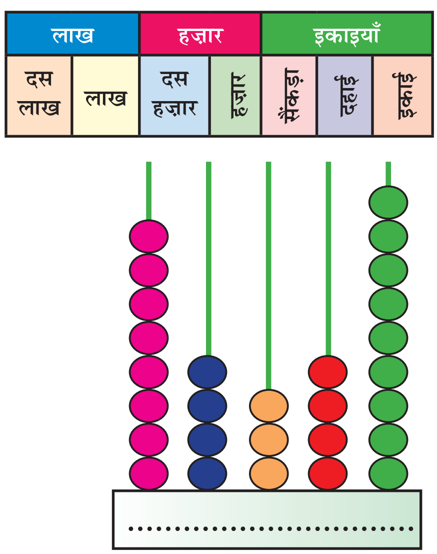
शब्दों में ....

(ख)



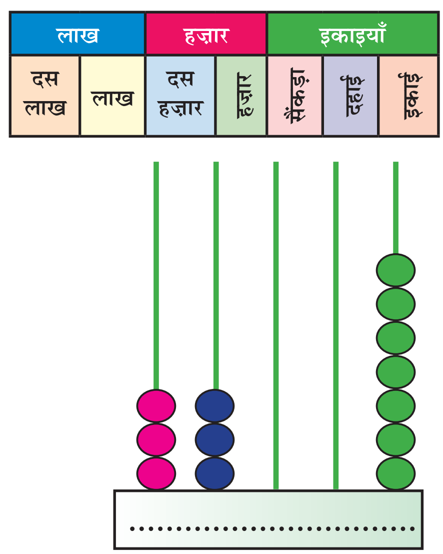
शब्दों में ....

(ग)



शब्दों में ....

(घ)



शब्दों में ....

2. संख्याओं को स्थानीय मान सारणी पर दर्शाओ।

(क) 3868 (ख) 17605 (ग) 41123 (घ) 92856

(ङ) 20203 (च) 997328

3. शब्दों में लिखिए—

(क) 2462 (ख) 8988 (ग) 19050 (घ) 33006

(ङ) 20198 (च) 59045 (छ) 68390

4. अंकों में लिखिए—

(क) एक हज़ार सात सौ पैंतालीस

(ख) तैंतीस हज़ार आठ सौ पचहत्तर

(ग) सतहत्तर हज़ार सतहत्तर

(घ) पचास हज़ार पाँच सौ पाँच

(ङ) नब्बे हज़ार आठ सौ छह

(च) अस्सी हज़ार आठ सौ अस्सी

(छ) एक लाख

5. निम्नलिखित संख्याओं की परवर्ती संख्याएँ लिखिए।

(क) 998 (ख) 10000 (ग) 2018 (घ) 99999

(ङ) 48675 (च) 40009

6. निम्नलिखित संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्याएँ लिखिए।

(क) 24855 (ख) 99999 (ग) 39999 (घ) 79890

(ङ) 50000 (च) 23456

1.3 बड़ी संख्याओं का स्थानीय मान और अंकित मूल्य (Place value and Face Value)

पिछली कक्षा में हमने (छोटी) संख्याओं के स्थानीय मान की चर्चा की थी। इस भाग में हम 1000 से (बड़ी) संख्याओं के स्थानीय मानों और अंकित मूल्य की चर्चा करेंगे।

किसी संख्या में अंकों के स्थान बदलने से उनके स्थानीय मान भी बदल जाते हैं जबकि अंकों का मूल्य (अंकित मूल्य) वही रहता है।

जैसे :-

सैंकड़ा	दहाई	इकाई
1	2	3

A

123

सैंकड़ा	दहाई	इकाई
3	2	1

B

321

ऊपर दिए हुए चित्रों में जब अंकों के स्थान बदल दिए गए तो उनको मूल्य भी बदल गए। जैसे प्रथम चित्र (A) में 1 अंक सैंकड़े स्थान पर, 2 अंक दहाई के स्थान पर हैं तथा 3 अंक इकाई स्थान पर हैं।

$$1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 = 100 + 20 + 3 = 123$$

तथा चित्र (B) में जब उन अंकों के स्थान आपस में बदलते हैं तो उनके मूल्य भी बदल जाते हैं।

$$3 \times 100 + 2 \times 10 + 1 = 300 + 20 + 1 = 321$$

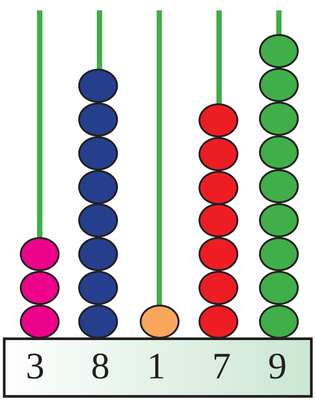
इस तरह हम समझते हैं कि किसी भी संख्या के अंकों के स्थान बदलने से अंकित मूल्य तो वही रहता है परन्तु उसका स्थानीय मान बदल जाता है।

1.3.1 संख्याओं का स्थानीय मान तथा अंकित मूल्य लिखना

अब इस भाग में संख्याओं के स्थानीय मान तथा अंकित मूल्य को लिखना सीखेंगे। इसको एक उदाहरण द्वारा हल करेंगे।

उदाहरण 1 : संख्या 38179 के अंकों के स्थानीय मान और अंकित मूल्य लिखो।

लाख		हज़ार		इकाइयाँ		
दस लाख	लाख	दस हज़ार	हज़ार	सैंकड़ा	दहाई	इकाई



हल : ◆ ऊपर गिनतारे में 9 इकाई के स्थान पर हैं इसलिए 9 का स्थानीय मान $9 \times 1 = 9$ तथा अंकित मूल्य 9 है।

- गिनतारे में 7 दहाई के स्थान पर है, इसलिए 7 का स्थानीय मान 7 × 10 = 70 तथा अंकित मूल्य 7 है।
- गिनतारे में 1 सैंकड़े के स्थान पर है, इसलिए 1 का स्थानीय मान 1 × 100 = 100 तथा अंकित मूल्य 1 है।
- गिनतारे में 8 हज़ार के स्थान पर हैं, इसलिए 8 का स्थानीय मान 8 × 1000 = 8000 तथा अंकित मूल्य 8 है।
- गिनतारे में 3 दस हज़ार के स्थान पर है इसलिए 3 का स्थानीय मान 3 × 10000 = 30000 तथा अंकित मूल्य 3 है।

उदाहरण 2 : संख्या 75698 में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान तथा अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : संख्या 75698 में

8 का स्थानीय मूल्य 8 × 1 = 8 तथा अंकित मूल्य 8 है।

9 का स्थानीय मान 9 × 10 = 90 तथा अंकित मूल्य 9 है।

6 का स्थानीय मान 6 × 100 = 600 तथा अंकित मूल्य 6 है।

5 का स्थानीय मान 5 × 1000 = 5000 तथा अंकित मूल्य 5 है।

7 का स्थानीय मान 7 × 10000 = 70000 तथा अंकित मूल्य 7 है।

किसी संख्या में 0 का स्थानीय मूल्य सदा ही 0 ही होता है यद्यपि वो किसी भी स्थान पर हो।

उदाहरण 3 : 42359 के सभी अंको का स्थानीय मान लिखिए।

हल : संख्या 42359 में

9 का स्थानीय मान 9 × 1 = 9

5 का स्थानीय मान 5 × 10 = 50

3 का स्थानीय मान 3 × 100 = 300

2 का स्थानीय मान 2 × 1000 = 2000

4 का स्थानीय मान 4 × 10000 = 40000

उदाहरण 4 : 59023 के सभी अंको का स्थानीय मान लिखिए।

हल : संख्या 59023 में

3 स्थानीय मान 3 × 1 = 3

2 स्थानीय मान 2 × 10 = 20

0 स्थानीय मान 0 × 100 = 0

9 स्थानीय मान 9 × 1000 = 9000

5 स्थानीय मान 5 × 10000 = 50000

1.3.2 संख्याओं को विस्तृत रूप में लिखना (Expanded form of Numbers)

अब तक हमने संख्याओं में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान ज्ञात करना सीखा है। अब हम संख्याओं का स्थानीय मान ज्ञात करते हुए विस्तृत मान भी ज्ञात करेंगे, जैसे

उदाहरण 1 : 34506 का विस्तृत रूप ज्ञात कीजिए।

हल :

लाख		हज़ार		इकाइयाँ		
दस लाख	लाख	दस हज़ार	हज़ार	सैंकड़ा	दहाई	इकाई
		3	4	5	0	6

$6 \times 1 = 6$

$0 \times 10 = 0$

$5 \times 100 = 500$

$4 \times 1000 = 4000$

$3 \times 10000 = 30000$

विस्तृत रूप :- 34506 = 30000+4000+500+6

उदाहरण 2 : 27083 का विस्तृत रूप ज्ञात कीजिए।

हल :

लाख		हज़ार		इकाइयाँ		
दस लाख	लाख	दस हज़ार	हज़ार	सैंकड़ा	दहाई	इकाई
		2	7	0	8	3

$3 \times 1 = 3$

$8 \times 10 = 80$

$0 \times 100 = 0$

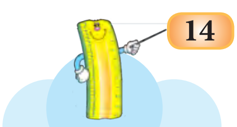
$7 \times 1000 = 7000$

$2 \times 10000 = 20000$

विस्तृत रूप : 27083 = 20000+7000+80+3

उदाहरण 3 : संख्या 98604 का विस्तृत रूप लिखिए।

हल : 98604 का विस्तृत रूप = 90000 + 8000 + 600 + 4



उदाहरण 4 : संख्या को विस्तृत रूप से संख्या लिखिए।

(क) 20000 + 7000 + 800 + 90 + 6

(ख) 80000 + 6000 + 60 + 8

हल : (क) 20000 + 7000 + 800 + 90 + 6 = 27896

(ख) 80000 + 6000 + 60 + 8 = 86068

अभ्यास-1.2

1. निम्नलिखित संख्याओं में रेखांकित अंक का स्थानीय मान लिखिए।

(क) 8326	(ख) 54588	(ग) 90008	(घ) 99234
(ङ) 49716	(च) 47168	(छ) 63184	(ज) 29999

2. निम्न संख्याओं में रेखांकित अंक का अंकित मूल्य लिखिए।

(क) 82232	(ख) 54180	(ग) 90811	(घ) 12994
(ङ) 11973	(च) 24716	(छ) 11631	(ज) 59999

3. निम्नलिखित संख्याओं का विस्तृत रूप लिखिए।

(क) 232	(ख) 4180	(ग) 27811	(घ) 82994
(ङ) 10073	(च) 43710	(छ) 61639	(ज) 26999

1.4 संख्याओं की तुलना (Comparison of Numbers)

पिछले भाग में हमने संख्याओं के अंकों के स्थानीय मान तथा विस्तृत मूल्य की चर्चा की थी। अब हम संख्याओं की तुलना करेंगे।

गतिविधि

890

560

अध्यापक – बच्चो ! इनमें से किसकी कीमत अधिक है ?

रजनी – टेप रिकार्ड की, ₹ 890 (आठ सौ नब्बे रुपए)

₹ 560 ₹ 10500

अध्यापक – बच्चो ! इनमें से किसकी कीमत कम है ?

बबली – रेडियो की, ₹ 560 (पाँच सौ साठ रुपए)

₹ 560 ₹ 10500 ₹ 32500

अध्यापक – बच्चो ! इनमें किसकी कीमत सबसे अधिक है ?

संदीप – फ्रिज की, ₹ 32500 (बत्तीस हज़ार पाँच सौ रुपए)

₹ 2500 ₹ 10500 ₹ 560 ₹ 32500

अध्यापक – बच्चो ! इन वस्तुओं की कीमत के अनुसार आरोही (बढ़ते) क्रम में लिखो।

चरण – ₹ 560, ₹ 2500, ₹ 10500, ₹ 32500

अध्यापक – (पारस को) इन वस्तुओं को कीमत के अनुसार घटते (अवरोही) क्रम में लिखो।

पारस – ₹ 32500, ₹ 10500, ₹ 2500, ₹ 560

इस गतीविधि के पश्चात अध्यापक द्वारा बच्चों को तुलना के नियम बताए जाएँगे।

तुलना के नियम (Rules of Comparison)

1. यदि किसी संख्या के अंक, दूसरी संख्या के अंकों से अधिक हो तो अधिक अंकों वाली संख्या कम अंकों वाली संख्या से अधिक होगी।

जैसे :- (क) 812 < 1243 क्योंकि संख्या 1243 में अधिक अंक हैं।

(ख) 3398 < 32365 क्योंकि संख्या 32365 में अधिक अंक हैं।

(ग) 99999 < 100000 क्योंकि संख्या 100000 में अधिक अंक हैं।

2. यदि दोनों संख्याओं के अंक बराबर हों तो स्थानीय मान की सहायता से संख्याओं की तुलना की जा सकती है। इसलिए सबसे बड़े स्थानीय मान वाले अंकों की तुलना की जाती है। यदि सबसे बड़े स्थानीय मान वाले अंक बराबर हों तो उससे छोटे स्थानीय मान वाले अंकों की तुलना की जाती है ।

जैसे :- (क) 48213 > 37813 क्योंकि दस हज़ार के स्थान पर 4, 3 से बड़ा है ।

(ख) 23208 < 25360 क्योंकि हज़ार के स्थान पर 5, 3 से बड़ा है।

(ग) 70482 > 70382 क्योंकि सैंकड़े के स्थान पर 4, 3 से बड़ा है।

(घ) 23451 > 23482 क्योंकि दहाई के स्थान पर 8, 5 से बड़ा है।

उदाहरण 1 : संख्याओं में सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या लिखिए।

70884, 90306, 30245, 93675, 65009

हल : सबसे बड़ी संख्या = 93675

सबसे छोटी संख्या = 30245

उदाहरण 2 : संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए।

8457, 651, 5983, 61004, 90023

हल : 651 < 5983 < 8457 < 61004 < 90023

उदाहरण 3 : संख्याओं को घटते क्रम में लिखिए।

55555, 55005, 50505, 50050, 505555

हल : 55555 > 55005 > 50555 > 50505 > 50050

उदाहरण 4 : अंक 2, 3, 5, 8, तथा 7 से पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

हल : बड़ी से बड़ी संख्या = 87532

छोटी से छोटी संख्या = 23578

उदाहरण 5 : अंक 1, 0, 9, 8 तथा 3 द्वारा पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

हल : बड़ी से बड़ी संख्या = 98310

छोटी से छोटी संख्या = 10389

अभ्यास-1.3

1. रिक्त स्थान में <, >, = का चिह्न भरिए :

(क) 8072 ☐ 1872	(ख) 9876 ☐ 6789
(ग) 21916 ☐ 29161	(घ) 40237 ☐ 32234
(ङ) 35003 ☐ 35003	(च) 60104 ☐ 60140
(ज) 52838 ☐ 45885	(झ) 9999 ☐ 100000

2. निम्नलिखित संख्याओं में से सबसे बड़ी संख्या लिखिए।

(क) 8172, 2578, 8127, 8728, 8527

(ख) 60060, 66006, 60600, 66660, 60006

(ग) 58031, 13258, 35185, 81135, 86311

(घ) 47443, 73434, 44473, 74437, 34474

(ङ) 872, 31827, 5183, 31725, 40426

3. निम्नलिखित संख्याओं में सबसे छोटी संख्या लिखिए।

(क) 9064, 7372, 8938, 9746, 9942

(ख) 81018, 80108, 80810, 18018, 10018

(ग) 32334, 23443, 24334, 33342, 32343

(घ) 927, 39272, 93227, 46238, 27999

(ङ) 43148, 44813, 48134, 34148, 13481

4. संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए।

(क) 9036, 6309, 9610, 699, 1000

(ख) 37492, 94713, 49273, 61047, 52364

(ग) 63918, 36829, 45261, 61514, 63819

(घ) 36118, 70225, 27052, 36343, 52073

(ङ) 28136, 28236, 28853, 28534, 28435

5. संख्याओं को घटते क्रम में लिखिए।

(क) 7084, 8084, 4048, 5074, 6785

(ख) 61272, 71262, 51721, 41112, 62271

(ग) 72280, 82720, 87220, 82270, 28780

(घ) 99063, 93083, 94835, 99093, 96039

(ङ) 83226, 86203, 28306, 28603, 27503

6. अंक 6, 7, 8, 4 तथा 1 का प्रयोग करते हुए पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

7. अंक 5, 8, 3, 0 तथा 9 का प्रयोग करते हुए पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

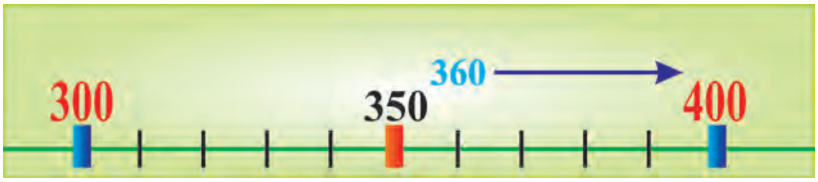
8. भिन्न-भिन्न अंकों का प्रयोग करते हुए पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

1.5 लगभग नज़दीक की संख्या (निकटीकरण) (Rounding of Numbers)

पिछली कक्षा में हमने संख्याओं का निकटीकरण दहाई तथा सैंकड़े में सीखा था। उदाहरण रूप संख्या 48 की दहाई में नज़दीक संख्या 50 था तथा संख्या 514 की सैंकड़े में नज़दीक संख्या 500 है। इसी तरह हमने इस कक्षा में बड़ी संख्याओं का निकटीकरण दहाई तथा सैंकड़े के अतिरिक्त हज़ार, दस हज़ार, लाख आदि में करना सीखेंगे।

निकटीकरण के नियम

- दहाई में निकटीकरण करते हुए यदि इकाई के स्थान का अंक 5 या 5 से अधिक हो तो दहाई के अंक में 1 बढ़ा कर तथा इकाई के अंक के स्थान पर 0 लगा कर संख्या का निकटीकरण किया जा सकता है।
- यदि इकाई के स्थान का अंक 5 से कम हो तो दहाई के स्थान के अंक को बिना बदले तथा इकाई के अंक के स्थान पर 0 लगा कर संख्या का निकटीकरण किया जा सकता है।
- इस नियम अनुसार ही सैंकड़े का निकटीकरण करते समय दहाई का अंक तथा हज़ार का निकटीकरण करते समय सैंकड़े का अंक देखा जाएगा। इन नियमों द्वारा ही हम संख्याओं का दस हज़ार, लाख, दस लाख में तथा उससे आगे भी निकटीकरण कर सकते है जैसे :



360 का सैंकड़े में निकटीकरण कीजिए : संख्या 360, 300 की बजाए 400 के अधिक नज़दीक है, इसलिए 360 का सैंकड़े में निकटीकरण 400 होगा।

3350 का हज़ार में निकटीकरण कीजिए : संख्या 3350, 4000 की अपेक्षा 3000 के अधिक नज़दीक है, इसलिए 3350 का हज़ार में निकटीकरण 3000 होगा।

निकटीकरण

यदि निकट हज़ार है करना
पीछे शून्य तीन लगाओ।
पाँच से नौ सैंकड़े के लिए
हज़ार में एक बढ़ाओ।

हज़ार के लिए है सैंकड़ा देखना
सैंकड़े के लिए दहाई।
पर, यदि निकट दहाई करनी
देखिए आप इकाई।

उदाहरण 1 : संख्या 256 का नजदीक की दहाई में निकटीकरण कीजिए।

हल : संख्या 256 में इकाई का अंक है 6 है, जो कि 5 से अधिक है, इसलिए संख्या के दहाई के अंक 5 में 1 जमा करते हैं तथा इकाई के अंक के स्थान पर 0 लगा देते हैं। प्राप्त संख्या 260 है। इसलिए संख्या 256 का नज़दीक दहाई में निकटीकरण लगभग 260 होगा।

उदाहरण 2 : संख्या 850 का नजदीक के सैंकड़े में निकटीकरण कीजिए।

हल : संख्या 850 में दहाई का अंक 5 है, इसलिए संख्या के सैंकड़े के स्थान के अंक 8 में 1 जमा करते हैं, इकाई तथा दहाई के अंक के स्थान पर 0 लगा देते हैं। प्राप्त संख्या 900 है। इसलिए संख्या 850 का नज़दीक के सैंकड़े में निकटीकरण 900 होगा।

उदाहरण 3 : संख्या 8756 का नज़दीक के हज़ार में निकटीकरण कीजिए।

हल : सैंकड़े के स्थान का अंक 7 है, जो कि 5 से अधिक है। इसलिए 8756 का हज़ार में निकटीकरण 9000 होगा।

उदाहरण 4 : संख्या 10809 को लगभग निकट दस हज़ार में निकटीकरण कीजिए।

हल : हज़ार के स्थान का अंक 0 है, जो कि 5 से कम है इसलिए 10809 का दस हज़ार में निकटीकरण 10000 होगा।

अभ्यास-1.4

1. निम्न संख्याओं का नज़दीक दहाई में निकटीकरण कीजिए।

(क) 270	(ख) 809	(ग) 6465	(घ) 9782
(ङ) 908	(च) 100	(छ) 25338	(ज) 1756

2. निम्न संख्याओं का नज़दीक सैंकड़े में निकटीकरण कीजिए।

(क) 325	(ख) 875	(ग) 990	(घ) 4580
(ङ) 568	(च) 63535	(छ) 85972	(ज) 75069

3. निम्न संख्याओं का नज़दीक हज़ार में निकटीकरण कीजिए।

(क) 7890	(ख) 8901	(ग) 45982	(घ) 5650
(ङ) 63520	(च) 50460	(छ) 60008	(ज) 9999

4. निम्न संख्याओं का नज़दीक दस हज़ार में निकटीकरण कीजिए।

(क) 27900	(ख) 80901	(ग) 46580	(घ) 12550
(ङ) 99998	(च) 10001	(छ) 23235	(ज) 23568

5. निम्न संख्याओं का नज़दीक की दहाई, सैंकड़े तथा हज़ार में निकटीकरण कीजिए।

(क) 1625	(ख) 1982	(ग) 25200	(घ) 21218
(ङ) 35462	(च) 39126	(छ) 65915	(ज) 99199

6. वह छोटी से छोटी संख्या तथा बड़ी से बड़ी संख्या लिखिए जिसका हज़ार में निकटीकरण करने के पश्चात 5000 प्राप्त हो।

7. यदि संख्या 341 का नज़दीक दहाई में निकटीकरण 340 हो तो वो सारी संख्याएँ लिखिए, जिनका नज़दीक दहाई में निकटीकरण 340 होगा।

अध्यापक के लिए – इस अध्याय में दी गई गतिविधियाँ, क्रियाएँ, अभ्यास आदि संकेत मात्र हैं। अध्यापक इनको ज़रूरत, समय तथा स्थान अनुसार बदल, बढ़ा या सुधार कर सकता है। विद्यार्थी को अधिक से अधिक अभ्यास करवाने हेतु कुछ नई संख्याएँ अपने द्वारा भी लिखवा सकता है।

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या की परवर्ती संख्या लिखिए।

(क) 99999 (ख) 10000 (ग) 100000 (घ) 9999

2. दो अंकों की कुल कितनी संख्याएँ हैं ?

(क) 99 (ख) 90 (ग) 100 (घ) 89

3. 5 अंकों की कुल कितनी संख्याएँ हैं ?

(क) 99999 (ख) 9000 (ग) 10000 (घ) 90000

4. 4, 6, 8, 9, 0 से बनाई पाँच अंकों की छोटी से छोटी संख्या कौन सी है ?

(क) 46890 (ख) 04689 (ग) 98640 (घ) 40689

5. उनसठ हज़ार उनसठ संख्या कौन सी है ?

(क) 59590 (ख) 5959 (ग) 59059 (घ) 59509

6. संख्या 26573 में 6 का स्थानीय मान बताइए।

(क) 60000 (ख) 6000 (ग) 6 (घ) 60

7. विस्तृत संख्या 20000 + 5000 + 30 + 4 से बनी है ?

(क) 25304 (ख) 25034 (ग) 20534 (घ) 25043

8. 7, 8, 6, 7, 9 अंकों द्वारा पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या है।

(क) 67879 (ख) 98767 (ग) 98776 (घ) 98677

9. दी गई संख्याओं में किस संख्या में 8 का स्थानीय मान 8000 है ?

(क) 35832 (ख) 43248 (ग) 54682 (घ) 48054

10. संख्या 48 का रोमन अंक लिखो।

(क) LVIII (ख) LXVIII (ग) XLVIII (घ) XVIIIL

11. संख्या 85 का रोमन अंक बताइए।

(क) LXXV (ख) XXCV (ग) XVC (घ) LXXXV

12. संख्या 10000 की पूर्ववर्ती संख्या बताइए।

(क) 9999 (ख) 999 (ग) 99999 (घ) 1000

13. 94 के लिए रोमन अंक लिखिए।

(क) CVI (ख) XCVI (ग) XCIV (घ) XICV

14. I, X, L, V से बनी संख्या बताइए।

(क) XILV (ख) XLVI (ग) XVIL (घ) VXIL

15. 1, 0, 3, अंकों का प्रयोग करते हुए पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या लिखिए।

(क) 11103 (ख) 10333 (ग) 33310 (घ) 10003

16. 9, 8, 0 अंकों को प्रयोग कर चार अंकों की छोटी से छोटी संख्या लिखिए।

(क) 9800 (ख) 9008 (ग) 8090 (घ) 8009

17. 758 का नज़दीक दहाई में निकटीकरण क्या होगा ?

(क) 750 (ख) 760 (ग) 800 (घ) 700

18. संख्या 8978 का नज़दीक दहाई में निकटीकरण क्या होगा ?

(क) 8980 (ख) 9000 (ग) 8970 (घ) 8900

19. संख्या 69684 का नज़दीक हजार में निकटीकरण क्या होगा ?

(क) 69000 (ख) 69700 (ग) 79000 (घ) 70000

20. यदि संख्या का दस हज़ार में निकटीकरण करना हो तो किस स्थान की संख्या को देखकर निकटीकरण करना होगा ?

(क) दहाई (ख) सैंकड़ा (ग) हज़ार (घ) दस हज़ार

21. संख्या 50358 में 0 का स्थानीय मान क्या होगा ?

(क) 10000 (ख) 100 (ग) 1000 (घ) 0

22. रोमन संख्याएँ लिखते समय कौन से चिह्न दोहराए नहीं जाते ?

(क) L, X (ख) L, V (ग) X, I (घ) L, I

23. एक लाख में कितने अंक होते हैं ?

(क) 5 (ख) 6 (ग) 4 (घ) 7

24. एक लाख में कितने हज़ार होते हैं ?

(क) 10 (ख) 100 (ग) 1000 (घ) 10000

25. गिनतारे की किसी भी छड़ में अधिक से अधिक कितने मोती डाले जा सकते हैं ?

(क) 1 (ख) 10 (ग) 0 (घ) 9

हमने जो सीखा (Learning Outcomes)

- 100000 तक की संख्याओं को पढ़ना, लिखना तथा समझना।
- दैनिक जीवन की क्रियाएँ जैसे लेन-देन, बैंकिंग, खरीद-बेच आदि में संख्याओं को प्रयोग के योग्य होगा।
- संख्याओं का अनुमान, स्थानीय मान तथा अंकित मूल्य की जानकारी के योग्य होना।
- संख्याओं के पूर्ववर्ती-परवर्ती बढ़ते-घटते क्रम के बारे में जानकारी के योग्य होना।
- भिन्न-भिन्न अंकों की मदद द्वारा बड़ी से बड़ी तथा छोटी से छोटी संख्या बनाने के योग्य होना।
- प्रतियोगिता की परीक्षाओं के लिए तैयार होना।

उत्तर-माला

अभ्यास 1.1

1. (क) 46305, छियालीस हज़ार तीन सौ पाँच

(ख) 70533, सत्तर हज़ार पाँच सौ तैंतीस

(ग) 84349, चौरासी हज़ार तीन सौ उनचास

(घ) 33007, तैंतीस हज़ार सात

2.

	दस हज़ार	हज़ार	सैंकड़े	दहाइयाँ	इकाइयाँ
(क)		3	8	6	8
(ख)	1	7	6	0	5
(ग)	4	1	1	2	3
(घ)	9	2	8	5	6
(ङ)	2	0	2	0	3
(च)	9	9	7	2	8

3. (क) दो हज़ार चार सौ बासठ

(ख) आठ हज़ार नौ सौ अठासी

(ग) उन्नीस हज़ार पचास

(घ) तैंतीस हज़ार छह

(ङ) बीस हज़ार एक सौ अठानवे

(च) उनसठ हज़ार पैंतालीस

(छ) अड़सठ हज़ार तीन सौ नब्बे

4. (क) 1745 (ख) 33875 (ग) 77077 (घ) 50505
(ङ) 90806 (च) 80880 (छ) 10000

5. (क) 999 (ख) 10001 (ग) 2019 (घ) 100000
(ङ) 48616 (च) 40010

6. (क) 24854 (ख) 99998 (ग) 39998 (घ) 79889
(ङ) 49999 (च) 23455

अभ्यास 1.2

1. (क) 20 (ख) 4000 (ग) 8 (घ) 90000
(ङ) 700 (च) 7000 (छ) 60000 (ज) 2000

2. (क) 2 (ख) 4 (ग) 8 (घ) 9
(ङ) 7 (च) 7 (छ) 6 (ज) 5

3. (क) 20 + 30 + 2 (ख) 4000 + 100 + 80
(ग) 20000 + 7000 + 800 + 10 + 1 (घ) 80000 + 2000 + 900 + 90 + 4
(ङ) 10000 + 70 + 3 (च) 40000 + 3000 + 700 + 10
(छ) 60000 + 1000 + 600 + 30 + 9 (ज) 20000 + 6000 + 900 + 90 + 9

अभ्यास 1.3

1. (क) > (ख) > (ग) < (घ) >
(ङ) = (च) < (छ) > (ज) <

2. (क) 8728 (ख) 66660 (ग) 86311 (घ) 74437
(ङ) 40426

3. (क) 7372 (ख) 10018 (ग) 23443 (घ) 927
(ङ) 13481

4. (क) 699, 1000, 6309, 9036, 9610
(ख) 37492, 49273, 52364, 61047, 94713
(ग) 36829, 45261, 61514, 63819, 63918
(घ) 27052, 36118, 36343, 52073, 70225
(ङ) 28136, 28236, 28435, 28534, 28853

5. (क) 8084, 7084, 6785, 5074, 4048
(ख) 71262, 62271, 61272, 51721, 41112

(ग) 87220, 82720, 82270, 72280, 28780

(घ) 99093, 99063, 96039, 94835, 93083

(ङ) 86203, 83226, 28603, 28306, 27504

6. 87641, 14678 **7.** 98530, 30589

8. 98765, 10234

अभ्यास 1.4

1.	(क) 270	(ख) 810	(ग) 6470	(घ) 9780
	(ङ) 910	(च) 100	(छ) 25340	(ज) 1760
2.	(क) 300	(ख) 900	(ग) 1000	(घ) 4600
	(ङ) 600	(च) 63500	(छ) 86000	(ज) 75100
3.	(क) 8000	(ख) 9000	(ग) 46000	(घ) 6000
	(ङ) 64000	(च) 50000	(छ) 60000	(ज) 10000
4.	(क) 30000	(ख) 80000	(ग) 50000	(घ) 10000
	(ङ) 100000	(च) 100000	(छ) 20000	(ज) 20000

5. (क) 1630, 1600, 2000 (ख) 1980, 2000, 2000

(ग) 25200, 25200, 25000 (घ) 21220, 21200, 21000

(ङ) 35460, 34500, 35000 (च) 39130, 39100, 39000

(छ) 65920, 65900, 66000 (ज) 99200, 99200, 99000

6. 4500, 5499

7. 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. ग	**2.** ख	**3.** घ	**4.** घ	**5.** ग	**6.** ख
7. ख	**8.** ग	**9.** घ	**10.** ग	**11.** घ	**12.** क
13. ग	**14.** ख	**15.** ग	**16.** घ	**17.** ख	**18.** क
19. घ	**20.** ग	**21.** घ	**22.** ख	**23.** ख	**24.** ख
25. घ					

अध्याय-2

संख्याओं पर मूल क्रियाएँ

उद्देश्य : 1. 100000 तक की संख्याओं को जोड़ना, घटाना, गुणा करना और भाग करना सीखाना।

2. दैनिक जीवन की क्रियाएँ जैसे लेन-देन, बाँटना, बैंकिग, खरीदना-बेचना इत्यादि में छह अंकों तक की संख्याओं की क्रियाएँ के उपयोग बारे में जानकारी देना।

3. बराबर भाग करना और बार-बार जोड़ने की प्रक्रिया के अन्य हल के बारे में जानकारी देना।

4. शाब्दिक प्रश्नों द्वारा विद्यार्थियों की सोच-समझ शक्ति विकसित करना।

5. छात्रों का मानसिक और बौद्धिक विकास करना।

दोहराई

1. निम्नलिखित को हल करें।

(a)	(b)	(c)	(d)
4 2 0 3	3 7 0 8	5 0 2 6	7 8 6 3
+ 6 4 1 5	+ 6 2 7 2	– 2 5 5 3	– 5 5 0 7
+ 1 3 1	+ 4 7 2	______	______
______	______		

2. रिक्त स्थान भरो :-

(a) 115 + 327 = 327 + ☐

(b) 321 + 0 = ☐

(c) 139 × 1 = ☐

(d) 625 × 0 = ☐

(e)	339	–	0	=	
(f)	119	÷	119	=	
(g)	128	÷	16	=	
(h)	720	+	500	=	
(i)	10000	÷	10	=	
(j)	152	÷	19	=	

3. आओ करें :

(a) एक स्कूल में 342 लड़के और 369 लड़कियाँ पढ़ते हैं। बताओ स्कूल में कुल कितने छात्र पढ़ते हैं ?

(b) एक गोदाम में 459 बोरी गेहूँ और 813 बोरी चावल की है। बताओ गोदाम में कुल कितनी बोरियाँ हैं ?

(c) एक साल में हरमनप्रीत कौर ने 1790 दौड़े बनाई और मिताली राज ने 1299 दौड़ें बनाई। हरमनप्रीत ने मिताली राज से कितनी अधिक दौड़े बनायीं ?

(d) हरप्रीत ने अपने पिता जी से ₹ 10000 रुपऐ लिये और ₹ 3540 रुपये का एक साइकिल खरीदा। उसके पास कुल कितने रुपये बाकी बचे ?

(e) एक दुकानदार के पास 625 टॉफियों के पैकेट है। हर एक पैकेट में 100 टॉफियां है। दुकानदार के पास कुल कितनी टॉफियां हैं ?

(f) एक ट्रक के डीज़ल टैंक में 250 लीटर तेल है। यदि ट्रक एक लीटर तेल से 9 किलोमीटर की दूरी तय करता है तो पता करो कि ट्रक कुल कितनी दूरी तय करेगा ?

(g) एक स्कूल में 648 छात्र पढ़ते हैं। स्कूल पिकनिक में जाने के लिए एक स्कूल बस में 18 छात्र बैठ सकते हैं। सभी छात्रों को पिकनिक पर जाने के लिए कितनी बसों की आवश्यकता पड़ेगी ?

(h) एक बाग में अमरूद के 2568 पेड़ लगे हुए हैं। अगर एक पंक्ति में 12 पेड़ लगे हुए हो तो कुल बाग में कितनी पंक्तियाँ होंगी ?

2.1 जोड़ और घटाव (Addition & Subtraction)

पिछली कक्षाओं में हमने चार अंकों की संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीखा था। इस कक्षा में हम बड़ी संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीखेंगे।

गतिविधि

अध्यापक छात्रों को गतिविधि के द्वारा करंसी नोटों की मदद से संख्याओं पर मूल क्रियाएँ (जोड़ना और घटाना) करवायेगा। अध्यापक दो छात्रों प्रभजोत और सिमरजीत को अपने पास बुलाकर उन्हें कुछ करंसी नोट देगा। और फिर उन्हे दिये गए नोटों को मिलाकर कुल रकम बताने के लिए कहेगा। उदाहरण के लिए प्रभजोत के पास 4132 रुपये के करंसी नोट हैं और सिमरजीत के पास 1252 रुपये के जब अध्यापक उनसे कुल रकम पूछेगा तो छात्र करंसी के नोटों को मिलाकर प्राप्त रकम बताएगे।

प्रभजोत के पास रकम		4	1	3	2
सिमरजीत के पास रकम	+	1	2	5	2
कुल रकम		5	3	8	4

इस गतिविधि को अध्यापक फिर से जारी रखेगा। अब अध्यापक सिमरजीत को कुल रकम 5384 में से अपने हिस्से की रकम 1252 रुपये वापिस प्राप्त करने के लिए कहेगा। जब सिमरजीत अपनी रकम 1252 रुपये प्राप्त कर लेगा तो बाकी की बची रकम प्रभजोत को दे दी जायेगी।

कुल रकम		5	3	8	4
सिमरजीत को वापिस की रकम	–	1	2	5	2
बाकी रकम जी प्रभजोत को मिली		4	1	3	2

इस तरह उपरोक्त गतिविधि कक्षा में अलग-अलग समूह बनाकर करवायी जायेगी। इस प्रकार अध्यापक इस गतिविधि से जोड़-घटाव की गतिविधि में उत्तर की जांच करने के बारे में भी बतांएगे।

- 91 + 0 = 91, 0 + 91 = 91 किसी संख्या में 0 जोड़ने अथवा 0 में कोई संख्या जोड़ने से उत्तर वही संख्या रहेगी।
- 79 – 0 = 79, 0 को किसी संख्या में से घटाने पर भी उत्तर वही संख्या रहेगी।

चौथी कक्षा में हमने दस हज़ार तक की संख्याओं को एक दूसरे में समूहन के साथ और समूहन के बिना जोड़ना और घटाना सीखा है। उसी विधि से ही हम एक लाख तक की संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीख सकते हैं।

2.1.1 समूहन के बिना जोड़ना-और घटाना

इस भाग में हम साधारण संख्याओं जोड़ना और घटाना सीखेंगे जिनमें समूहन नहीं आता।

उदाहरण 1 : जोड़ करो 2213 + 4512

हल :

$$\begin{array}{r} 2\,2\,1\,3 \\ +\,4\,5\,1\,2 \\ \hline 6\,7\,2\,5 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 2 : घटाएं : 4567 – 1234

हल :

$$\begin{array}{r} 4\,5\,6\,7 \\ -\,1\,2\,3\,4 \\ \hline 3\,3\,3\,3 \\ \hline \end{array}$$

2.1.2 समूहन सहित जोड़ और घटाओ

इस भाग में हम उन संख्याओं के जोड़ और घटाओ की बात करेंगे जो समूहन के साथ हैं।

उदाहरण 3 : जोड़ पता करें : 3756 + 1464

हल :

$$\begin{array}{r} \text{①①①} \\ 3\,7\,5\,6 \\ +\,1\,4\,6\,4 \\ \hline 5\,2\,2\,0 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 4 : अंतर पता करें : 5688 – 2189

हल :

$$\begin{array}{r} 5\,6\,8\,8 \\ -\,2\,1\,8\,9 \\ \hline 3\,4\,9\,9 \\ \hline \end{array}$$

घटाव की जाँच : उदाहरण 4 की मदद से हम अंतर की जाँच करेंगे कि हमारा उत्तर सही है अथवा नहीं:–

जांच

बड़ी संख्या	5 6 8 8	**अंतर**	3 4 9 9
छोटी संख्या	– 2 1 8 9	**छोटी संख्या**	+ 2 1 8 9
अंतर	3 4 9 9	**बड़ी संख्या**	5 6 8 8

उदाहरण 5 : संख्या 3872, 4283 और 8075 का योगफल पता करे ।

हल :

$$\begin{array}{r} 3\,8\,7\,2 \\ +\ 4\,2\,8\,3 \\ +\ 8\,0\,7\,5 \\ \hline 1\,6\,2\,3\,0 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 6 : मान पता करें : 6543 + 5039 + 832

हल :

$$\begin{array}{r} 6\,5\,4\,3 \\ +\ 5\,0\,3\,9 \\ +\ \ \ 8\,3\,2 \\ \hline 1\,2\,4\,1\,4 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 7 : संख्या 7921 में से 5908 को घटाएँ :

हल :

$$\begin{array}{r} 7\,9\,2\,1 \\ -\ 5\,9\,0\,8 \\ \hline 2\,0\,1\,3 \\ \hline \end{array}$$

अभ्यास-2.1

1. हल करें :

(a) 6574 + 5502 (b) 5350 + 4102

(c) 56754 + 25740 (d) 25000 + 11887

(e) 8988 – 2450 (f) 8990 – 1034

(g) 80029 – 21200 (h) 56789 – 1234

2. हल करें :

(a) 8760 + 2584 (b) 9649 + 5161

(c) 38009 + 55691 (d) 25347 + 74040

(e) 8761 + 5584 + 4320 (f) 4687 + 1000 + 1130

(g) 28740 + 54938 + 12338 (h) 72624 + 3100 + 10234

(i) 8849 – 4118 (j) 51307 – 42158

(k) 80003 – 19219 (l) 70000 – 12345

3. घटाएँ और जाँच करें :

(a) 98920 – 12334 (b) 40013 – 18167

(c) 78901 – 52214 (d) 40467 – 10239

(e) 79571 – 48678

2.2 जोड़ और घटाव पर कुछ और संकल्प : (Addition & Subtraction)

हमने जोड़ और घटाव के साधारण प्रश्नों पर चर्चा की है। इस भाग में हम कुछ और समस्याओं का ज़िक्र करेंगे।

उदाहरण 1 : * के स्थान पर उचित अंक लिखें :

$$\begin{array}{rrrrr} & 7 & 8 & 9 & 5 \\ + & 4 & 2 & 2 & * \\ + & * & 1 & * & 4 \\ \hline 1 & 4 & * & 4 & 4 \\ \hline \end{array}$$

हल:

$$\begin{array}{rrrrr} & 7 & 8 & 9 & 5 \\ + & 4 & 2 & 2 & 5 \\ + & 2 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 1 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 2 : * के स्थान पर उचित अंक लिखें :

$$\begin{array}{rrrrrr} & 8 & * & 5 & 0 & 7 \\ - & 1 & 3 & * & 4 & * \\ \hline & * & 7 & 6 & * & 8 \\ \hline \end{array}$$

हल :

$$\begin{array}{rrrrrr} & 8 & 1 & 5 & 0 & 7 \\ - & 1 & 3 & 8 & 4 & 9 \\ \hline & 6 & 7 & 6 & 5 & 8 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 3 : मान पता करें : 8786 + 1254 – 5232

हल :

चरण –1

$$\begin{array}{rrrrr} & 8 & 7 & 8 & 6 \\ + & 1 & 2 & 5 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ \hline \end{array}$$

चरण – 2

$$\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ - & 5 & 2 & 3 & 2 \\ \hline & 4 & 8 & 0 & 8 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 4 : मान पता करें : 8975 – 2080 + 4156

हल :

चरण – 1

$$\begin{array}{rrrrr} & 8 & 9 & 7 & 5 \\ - & 2 & 0 & 8 & 0 \\ \hline & 6 & 8 & 9 & 5 \\ \hline \end{array}$$

चरण– 2

$$\begin{array}{rrrrr} & 6 & 8 & 9 & 5 \\ + & 4 & 1 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 5 & 1 \\ \hline \end{array}$$

अभ्यास-2.2

1. * के स्थान पर उचित अंक भरे :

(a)

	6	5	6	9
+	*	*	3	*
	9	9	*	8

(e)

	*	*	8	0
+	4	5	6	*
	9	9	*	9

(b)

	1	5	6	*	8
+	*	*	1	1	2
+	0	2	5	5	6
	8	8	3	0	*

(f)

	2	0	*	0	4
+	6	*	3	7	3
+	*	5	7	*	4
	9	9	8	2	*

(c)

	*	*	7	8
–	2	3	4	*
	7	6	*	5

(g)

	9	9	9	*
–	*	*	7	2
	5	4	*	3

(d)

	9	7	2	*	2
–	*	*	1	2	3
	8	3	*	6	9

(h)

	9	7	8	*	3
–	*	5	1	3	*
	6	2	*	5	5

2. हल कीजिए :

(a) 1238 – 1025 + 5018
(b) 9386 – 2535 – 1002
(c) 6307 – 4052 + 2115
(d) 8107 + 2437 – 6089
(e) 18837 + 30947 – 33413
(f) 91206 – 70413 + 30824
(g) 1003 – 5911 – 3284
(h) 92319 – 65424 – 12105

2.3 जोड़ और घटाव संबंधी शाब्दिक समस्याएँ

अभी तक हमने जोड़-घटाव के प्रश्नों की चर्चा की थी। अब हम रोज़ाना जीवन की समस्याओं जैसे जनसंख्या में वृद्धि / कमी, कीमतें / मूल्यों इत्यादि की चर्चा करेंगे। शाब्दिक समस्याओं में पहले समस्या को पढ़ना, संख्याएँ लिखकर हल करना और फिर उत्तर देना होता है।

उदाहरण 1 : संख्या 45167, 30662 और 21197 का योगफल पता करें।

हल :

$$\begin{array}{r} 4\,5\,1\,6\,7 \\ +\,3\,0\,6\,6\,2 \\ +\,2\,1\,1\,9\,7 \\ \hline 9\,7\,0\,2\,6 \\ \hline \end{array}$$

45167, 30662 और 21197 का योगफल 97026 है।

उदाहरण 2 : संख्या 82613 और 56607 में कितना अंतर है ?

हल :

$$\begin{array}{r} 8\,2\,6\,1\,3 \\ -\,5\,6\,6\,0\,7 \\ \hline 2\,6\,0\,0\,6 \\ \hline \end{array}$$

इसलिए 82613 और 56607 का अंतर 26006 है।

उदाहरण 3 : एक गांव में 23456 आदमी, 23148 औरतें और 10177 बच्चे हैं। गांव की कुल आबादी पता करें।

हल : गाँव में आदमियों की संख्या = 23456

गाँव में औरतों की संख्या = 23148

गाँव में बच्चों की संख्या = 10177

गाँव की कुल आबादी =

$$\begin{array}{r} 2\,3\,4\,5\,6 \\ +\,2\,3\,1\,4\,8 \\ +\,1\,0\,1\,7\,7 \\ \hline 5\,6\,7\,8\,1 \\ \hline \end{array}$$

गाँवों की कुल आबादी 56781 है।

उदाहरण 4 : वह संख्या पता करें जो

(क) 74907 से 21835 अधिक हो

(ख) 25431 से 14076 कम हो

अध्यापक के लिए – अध्यापक उदाहरण 3 और 4 में संख्याओं के क्रम को बदलवा कर भी छात्रों को करवा सकता है।

हल : (क) अपेक्षित संख्या ज्ञात करने के लिए 74907 और 21835 का योग किया जाता है।

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 9\ 0\ 7 \\ +\ 2\ 1\ 8\ 3\ 5 \\ \hline 9\ 6\ 7\ 4\ 2 \\ \hline \end{array}$$

अपेक्षित संख्या : 96742

(ख) अपेक्षित संख्या प्राप्त करने के लिए 25431 में से 14076 का घटाव किया जाता है।

$$\begin{array}{r} 2\ 5\ 4\ 3\ 1 \\ -\ 1\ 4\ 0\ 7\ 6 \\ \hline 1\ 1\ 3\ 5\ 5 \\ \hline \end{array}$$

अपेक्षित संख्या : 11355

उदाहरण 5 : 38108 में किस संख्या को जोड़ा जाए ताकि योगफल 69990 प्राप्त हो।

हल : अपेक्षित संख्या प्राप्त करने के लिए योगफल 69990 में से दी संख्या 38108 को घटाया जाता है।

$$\begin{array}{r} 6\ 9\ 9\ 9\ 0 \\ -\ 3\ 8\ 1\ 0\ 8 \\ \hline 3\ 1\ 8\ 8\ 2 \\ \hline \end{array}$$

जांच

आओ जांच करें कि 38108 में कौन सी संख्या जोड़ने से योगफल 69990 प्राप्त होता है ?

$$\begin{array}{rl} 3\ 8\ 1\ 0\ 8 & \text{छोटी संख्या} \\ +\ 3\ 1\ 8\ 8\ 2 & \text{अंतर} \\ \hline 6\ 9\ 9\ 9\ 0 & \text{योगफल} \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 6 : करमजीत ने बाज़ार में से ₹ 24766 रुपये का टैलीविज़न, ₹ 9179 रुपये की अलमारी और ₹ 13250 रुपये का मेज़ खरीदा। तो पता करो कि करमजीत ने कुल कितने रुपये खर्च किये ?

हल :

टेलीविज़न का मूल्य	=	₹ 2 4 7 6 6
अलमारी का मूल्य	=	₹ 9 1 7 9
मेज़ का मूल्य	=	₹ 1 3 2 5 0

कुल खर्च =

$$\begin{array}{r} 24766 \\ +\ \ 9179 \\ +13250 \\ \hline 47195 \\ \hline \end{array}$$

कुल खर्च = ₹ **47195**

उदाहरण 7 : अंकों 5, 1, 8, 6 और 7 का प्रयोग करते हुए 5 अंकों की बड़ी से बड़ी और छोटी से छोटी संख्या पता करें और उनका जोड़ और अंतर पता करें।

हल : बड़ी से बड़ी संख्या = 8 7 6 5 1

छोटी से छोटी संख्या = 1 5 6 7 8

जोड़ = $$\begin{array}{r} 87651 \\ +15678 \\ \hline 103329 \\ \hline \end{array}$$

अंतर = $$\begin{array}{r} 87651 \\ -15678 \\ \hline 72973 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 8 : दो संख्याओं का योगफल 81900 है, अगर एक संख्या 70945 है तो दूसरी संख्या पता करें।

हल : दो संख्याओं का योगफल = 8 1 9 0 0

पहली संख्या = 7 0 9 4 5

दूसरी संख्या = $$\begin{array}{r} 81900 \\ -70945 \\ \hline 10955 \\ \hline \end{array}$$

दूसरी संख्या = **10955**

उदाहरण 9 : जगतार सिंह ने बाज़ार से ₹ 1430 का रेडियो खरीदा। उसने दुकानदार को ₹ 2000 का नोट दिया। उसके पास कुल कितने रुपये बाकी बचे ?

हल : दुकानदार को दी गई रकम = ₹ 2 0 0 0

रेडियो की कीमत = ₹ 1 4 3 0

बाकी बची रकम = $$\begin{array}{r} 2000 \\ -1430 \\ \hline ₹\ 570 \\ \hline \end{array}$$

अभ्यास-2.3

1. (a) 60498, 31292 और 7132 का योगफल पता करें।

   (b) 70123 और 40268 का अंतर पता करें।

2. एक घर की रसोई बनाने के लिए 27020 ईंटों की और कमरा बनाने के लिए 31275 ईंटों की जरूरत है। घर की रसोई और कमरा बनाने के लिए कुल कितनी ईंटों की ज़रूरत पड़ेगी ?

3. सुरजीत के पास ₹ 20000 थे। उसने ₹ 13750 के कपड़े खरीदे। उसके पास कितनी रकम बची ?

4. एक लाइब्रेरी में 30155 पंजाबी की पुस्तकें, 28653 हिसाब की पुस्तकें और 12376 अंग्रेज़ी की पुस्तकें हैं। लाइब्रेरी में कुल कितनी पुस्तकें हैं ?

5. दो संख्याओं का योग 89000 है। अगर एक संख्या 25450 हो तो दूसरी संख्या पता करें।

6. संख्या 70429 में कौन सी संख्या जोड़ी जाये कि योगफल 100000 प्राप्त हो ?

7. वह संख्या पता करो जो :

   (a) 36798 से 7976 अधिक हो।

   (b) 30067 से 12967 कम हो ।

8. यदि एक कंप्यूटर का मूल्य ₹ 15560 है और एक लैपटॉप का मूल्य कंप्यूटर के मूल्य से ₹ 9050 अधिक हो तो

   (a) लैपटॉप का मूल्य पता करें।

   (b) कंप्यूटर और लैपटॉप का कुल मूल्य पता करें ।

9. अंकों 9, 3, 4, 0, 7 का प्रयोग करते हुए 5 अंकों की बड़ी से बड़ी और छोटी से छोटी संख्या पता करें और इनका अंतर भी पता करें ।

10. 4 अंकों की, 3 अंकों की और 2 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या का योगफल पता करें।

11. संख्या 96074 में से 6 का स्थानीय मान और 7 के स्थानीय मान का अंतर पता करें ?

12. 6 अंकों की छोटी से छोटी संख्या में से 45555 को घटायें।

13. सतनाम के पास ₹ 8765 थे। उसके मामा जी ने उसे ₹ 2500 और दे दिये फिर सतनाम ने अपने कुल रुपये में से अपनी बहन को ₹ 4770 दे दिये। अब उसके पास कुल कितने रुपये बाकी बचे ?

14. मनदीप के पास ₹ 10000 थे। उसने बाज़ार से ₹ 1050 का जूतों का जोड़ा खरीदा और ₹ 3600 का एक कोट-पैंट खरीदा। उसके पास कितने रुपये बाकी बचे ?

15. संदीप के बैंक खाते में ₹ 78500 है। वह अपने बैंक खाते में और कितने रुपये जमा करवाये ताकि उसके खाते में कुल ₹ 100000 पूरे हो जायें ?

16. एक आदमी पहले दिन पठानकोट से कश्मीर तक 435 कि० मी० कार चलाता है। अगले दिन वह आदमी कश्मीर से लेह तक 380 कि० मी० कार चलाता है। उसने दो दिन में कुल कितनी दूरी तय की ?

2.4 गुणा (Multiplication)

पिछले भाग में हमने गणित की दो मूल क्रियाएँ जोड़ना-घटाना को विस्तारपूर्वक सीखा है। अब हम तीसरी मूल क्रिया गुणा के बारे में चर्चा करेंगे कि बड़ी संख्याओं की गुणा किस प्रकार की जा सकती है।

गतिविधि

अध्यापक मेज़ पर भिन्न करंसी नोट रखेगा और प्रत्येक छात्र को बराबर कीमत के नोट उठाने के लिए कहेगा।

पहला छात्र	=	1000
दूसरा छात्र	=	1000
तीसरा छात्र	=	1000
चौथा छात्र	=	1000
पाँचवाँ छात्र	=	1000

अब छात्रों को सारे रुपये की कीमत को जोड़ने के लिए कहो।

$1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 = 5000$

अध्यापक छात्रों को बतांएगे कि अगर सारे करंसी नोट एक ही कीमत के हो तो हम इनको अलग रूप में $1000 \times 5 = 5000$ के द्वारा भी हल कर सकते हैं।

गतिविधि

अध्यापक छात्रों को बताएंगे कि यदि सभी 25 छात्र 1000-1000 के नोट उठा लें तो योगफल जानने के लिए 1000 को 25 बार जोड़ना पड़ेगा। इसके लिए बहुत समय लगेगा। इसलिए बार-बार जोड़ से बचने के लिए हम इसे गुणा करके भी निकाल सकते हैं।

1000 × 25

	1	0	0	0
		×	2	5
	5	0	0	0
2	0	0	0	0
2	5	0	0	0

उदाहरण 1 : (a) 7345 × 6 (b) 2308 × 35 (c) 1512 × 105

हल :

(a)

	ह	सै	द	इ
		2	2	3
	7	3	4	5
			×	6
4	4	0	7	0

(b)

	ह	सै	द	इ
	2	3	0	8
		×	2	5
1	1	5	4	0
6	9	2	4	0
8	0	7	8	0

(c)

		ह	सै	द	इ
		1	5	1	2
		×	1	0	5
		7	5	6	0
	0	0	0	0	0
1	5	1	2	0	0
1	5	8	7	6	0

उदाहरण 2 : * की जगह सही अंक भरो।

	ह	सैं	द	इ
		3	2	*
		×	*	2
		6	*	4
*	3	0	8	0
1	3	*	3	*

हल:

	ह	सैं	द	इ
		3	2	7
		×	4	2
		6	5	4
1	3	0	8	0
1	3	7	3	4

* अध्यापक दो या दो से अधिक अंकों की गुणा करवाते समय नीचे वाले दहाई, सैंकड़े या अधिक वाले अंक से गुणा करवाते समय परंपरागत प्रयोग किये जाते × की जगह 0 का उपयोग करवायेगा।

अभ्यास-2.4

1. हल करें :

(a) 450 × 6 (b) 963 × 9 (c) 529 × 23 (d) 988 × 38

(e) 912 × 56 (f) 806 × 56 (g) 252 × 54 (h) 1888 × 19

(i) 2005 × 34 (j) 1560 × 64 (k) 10569 × 8 (l) 10210 × 9

(m) 230 × 150 (n) 400 × 225

2. निम्नलिखित का गुणनफल पता करें :

(a) 4045 × 23 (b) 1609 × 30 (c) 363 × 134 (d) 455 × 208

(e) 105 × 120 (f) 1440 × 25 (g) 1530 × 61 (h) 3817 × 12

(i) 1908 × 35 (j) 1000 × 29

3. * की जगह सही अंक भरो :

$$\begin{array}{r} * \ 3 \ 5 \\ \times \ * \ 5 \\ \hline 6 \ 7 \ 5 \\ * \ 1 \ 0 \ 0 \\ \hline 8 \ 7 \ 7 \ * \\ \hline \end{array}$$

2.6 किसी संख्या की 0, 1, 10, 100, ... इत्यादि से गुणा करना :

यहाँ पर हम गुणा के एक विशेष नियम के बारे में चर्चा करेंगे कि जब किसी संख्या को 0, 1, 10, 100 से गुणा करनी हो तो सीधे रूप में कैसे लिखा जा सकता है।

- किसी संख्या को 0, 1, 10, 100, 1000, 10000 से गुणा करना :

जैसे— 6 × 0 = 0

6 × 1 = 6

6 × 10 = 60

6 × 100 = 600

6 × 1000 = 6000

6 × 10000 = 60000

- पहली संख्या की दूसरी संख्या से और दूसरी को पहली संख्या से गुणा करने से उत्तर (जवाब) बराबर ही रहेगा।

जैसे कि 10 × 6= 6 × 10

10 × 6 = 60

6 × 10 = 60

> * 8 × 0 = 0, 0 × 8 = 0 किसी संख्या को 0 से अपना 0 को किसी संख्या से गुणा करने पर उत्तर 0 ही होगा।
>
> * 9 × 1 = 9, 1 × 9 = 9 किसी संख्या को 1 से अथवा 1 की किसी संख्या से गुणा करने पर उत्तर वही संख्या ही रहेगी।

अभ्यास-2.5

1. रिक्त स्थान भरो :

(a)	451	×	1	=	☐	(b)	8135	×	10	=	☐
(c)	650	×	100	=	☐	(d)	3090	×	0	=	☐
(e)	129	×	☐	=	12900	(f)	☐	×	1000	=	13000
(g)	☐	×	791	=	0	(h)	☐	×	82	=	82 × 602
(i)	8414	×	10	=	☐	(j)	67	×	100	=	☐
(k)	91	×	1000	=	☐	(l)	100	×	1000	=	☐
(m)	545	×	☐	=	5450	(n)	☐	×	10	=	7060
(o)	798	×	☐	=	798						

2.6 गुणा पर आधारित शाब्दिक समस्याएँ (Multiplication)

पिछले भाग में हमने गुणा की साधारण समस्याओं के बारे में चर्चा की थी। यहाँ हम दैनिक जीवन से संबंधित समस्याओं के बारे में चर्चा करेंगे।

उदाहरण 1 : एक साइकिल की कीमत ₹ 2560 है। 39 साइकिलों की कीमत कितनी होगी ?

हल : एक साइकिल की कीमत = ₹ 2560

39 साइकिलों की कीमत = ₹ 2560 × 39

$$\begin{array}{r} 2\ 5\ 6\ 0 \\ \times\ 3\ 9 \\ \hline 2\ 3\ 0\ 4\ 0 \\ 7\ 6\ 8\ 0\ 0 \\ \hline 9\ 9\ 8\ 4\ 0 \\ \hline \end{array}$$

39 साइकिलों की कीमत = ₹ 99840

उदाहरण 2 : यदि आपके पिता जी की एक मास की आय ₹ 6500 है उनकी साल की कुल आय कितनी होगी ?

हल : पिता जी की एक मास की आय = ₹ 6500

पिता जी की एक साल की आय = ₹ 6500 × 12

(क्योंकि एक साल 12 में महीने होते हैं)

$$\begin{array}{r} 6\ 5\ 0\ 0 \\ \times\ 1\ 2 \\ \hline 1\ 3\ 0\ 0\ 0 \\ 6\ 5\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 7\ 8\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

पिता जी की एक साल की आय = ₹ 78000

उदाहरण 3 : एक व्यक्ति प्रतिदिन ₹ 1308 कमाता है। नवंबर महीने में वह कितने रूपये कमायेगा ?

हल : व्यक्ति की प्रतिदिन कमाई = ₹ 1308

नवंबर माह की कमाई = ₹ 1308 × 30

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 0\ 8 \\ \times\ 3\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0 \\ 3\ 9\ 2\ 4\ 0 \\ \hline 3\ 9\ 2\ 4\ 0 \\ \hline \end{array}$$

व्यक्ति नवंबर महीने में ₹ 39240 कमाएगा।

अभ्यास-2.6

1. एक साइकिल की कीमत ₹ 5699 है। 17 साइकिलों की कीमत कितनी होगी ?
2. एक बक्से में 12 टाइलें आती हैं। इसी तरह के 4590 बक्सों में कुल कितनी टाइलें आयेंगी ?
3. चार अंकों की छोटी से छोटी संख्या को 98 से गुणा करें।
4. बिजली के समान की फैक्टरी में समान की रेट लिस्ट निम्नलिखित अनुसार है।

रेट लिस्ट

वस्तु		कीमत (प्रति वस्तु)
	वाशिंग मशीन	₹ 24999
	एल.सी.डी.	₹ 42500
	एयर कंडीशनर	₹ 54000
	वॉटर गीज़र	₹ 12999
	फ्रिज	₹ 18499

(i) चरण के पास एक लाख रुपये है। उसने 2 वाशिंग मशीने और 1 एल.सी.डी. खरीदी। उसने कुल कितनी रकम खर्च की ?

(ii) चरन के भाई के पास भी एक लाख रुपये हैं। उसने एक एयर कंडीशनर, दो वॉटर गीज़र और एक फ्रिज खरीदा। उसके पास कितनी रकम बची ?

5. एक कारखाने में एक दिन में 4990 टॉफियां बनती हैं। 19 दिनों में कुल कितनी टॉफियां बनेगी ?

6. एक ट्रक में एक घंटे में 6798 ईटें लादी जाती है। उसमें 13 घंटों में कितनी ईटों को लादा जा सकता है ?

7. एक दुकानदार एक मोबाईल फोन ₹ 5089 का बेचता है। अगर वह सारे दिन में ऐसे 18 मोबाइल फोन बेचता है तो कितनी रकम प्राप्त करेगा ?

8. तीन अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या को 95 से गुणा करें।

9. 24 घंटों में कुल कितने सेकंड होते हैं ?

2.7 भाग (Division)

अब तक हम गणित की तीन मूल क्रियाएँ जोड़ना, घटाना, गुणा करना के बारे में चर्चा कर चुके हैं। अब इसकी चौथी महत्त्वपूर्ण क्रिया भाग के बारे में चर्चा करेंगे। जो कि दैनिक जीवन में बहुत लाभदायक है।

पिछली कक्षा में अध्यापक ने छात्रों को चार अंकों तक की संख्या को दो अंकों वाली संख्या से भाग करनी सिखाई थी। अध्यापक ने छात्रों को बार-बार भाग करने की पद्धति, संख्या रेखा के द्वारा भाग, बार-बार घटाने की पद्धति के द्वारा करनी सिखाई थी। इस अध्याय में हम एक लाख तक की संख्याओं को भिन्न-भिन्न भाजकों से भाग करना सीखेंगे।

2.7.1 भाग की अनौपचारिक विधि

अध्यापक ₹ 8415 रुपये के करंसी नोट लेकर बच्चों को अपने पास बुलायेगा और इन नोटों को बराबर बांटने के लिए कहेगा ।

अध्यापक – आप 15 छात्र हो और आप ₹ 8415 रुपये कैसे बांटोगे ?

छात्र – सर जी, पहले ₹ 500-500 सब को दे दो।

अध्यापक – अब कितने बच गये हैं ?

छात्र – सर जी, ₹ 915 बच गये हैं।

अध्यापक – ₹ 915 रुपये कैसे बांटोगे ?

छात्र – ₹ 50- ₹ 50 दे दो।

अध्यापक – अब कितने रुपये बच गये हैं।

छात्र – ₹ 165

अध्यापक – अब आपको कितने रुपये और मिलेंगे ?

छात्र	-	₹ 10- ₹ 10
अध्यापक	-	अब कितने रुपये बच गये हैं ?
छात्र	-	सर जी, ₹ 15 बचे ।
अध्यापक	-	अब आपको कितने-कितने रुपये मिलेंगे ?
छात्र	-	सर जी, 1-1 रुपया।
अध्यापक	-	अब कितने रुपये बचे ?
छात्र	-	कोई नहीं।
अध्यापक	-	आपको कितने-कितने रुपये मिले ?
छात्र	-	(जोड़ करके) ₹ 500 + ₹ 50 + ₹ 10 + ₹ 1 = ₹ 561

8415		
− 7500	15 ×	500
915		
− 750	15 ×	50
165		
− 150	15 ×	10
15		
− 15	15 ×	1
0		561

इसमें रुपयों को बांटते समय दहाइयों को 2 बार ₹ 50- ₹ 50 और ₹ 10- ₹ 10 करके) बांटा गया है, जो कि बांटने की औपचारिक विधि नहीं है। इसलिए इस पद्धति का प्रयोग ना करके भाग की औपचारिक विधि का प्रयोग करना सीखेंगे।

2.7.2 भाग की प्रामाणिक औपचारिक विधि (Division)

उदाहरण 1 : 9829 ÷ 12

हल :

```
12) 9 8 5 9 (821  ← भागफल
  − 9 6
  -------
      2 5
    − 2 4
    -------
        1 9
      − 1 2
      -------
          7  ← शेष
```

भाजक (12), भाज्य (9859), भागफल (821), शेष (7)

अध्यापक छात्रों को बतायेगा कि अगर दो अंकों के भाजक के साथ अगर किसी संख्या को भाग करना होता है तो भाज्य के पहले दो अंकों तक का पहाड़ा पढ़ा जायेगा, जैसे कि ऊपर 12 से 9859 को भाग किया जा रहा था, तो 12 का पहाड़ा पहले दो अंक जैसे 98 तक पहाड़ा पढ़ना है।

98 ÷ 12

12 का पहाड़ा 12 × 8 = 96 ; 98 – 96 = 2 शेष

अब 2 के साथ भाज्य का अगला अंक लिखिए तो हमारे पास 25 आ गया।

25 ÷ 12

12 का पहाड़ा 12 × 2 = 24 ; 25 – 24 = 1 शेष

अब 1 के साथ भाज्य का अगला अंक 9 लिखिए तो हमारे पास 19 आ गया।

19 ÷ 12

12 का पहाड़ा 12 × 1 = 12 ; 19 – 12 = 7 शेष

उत्तर— भागफल 821, शेष 7

पड़ताल : ऊपर किए गये हल की जांच निम्नलिखित अनुसार की जा सकती है ।

भाज्य = भागफल × भाजक + शेष

9859 = 821 × 12 + 7

```
     8 2 1   भागफल
   ×   1 2   भाजक
   -------
   1 6 4 2
 + 8 2 1 0
   -------
   9 8 5 2
 +       7   शेष
   -------
   9 8 5 9   भाज्य
```

उदाहरण 2 : 12525 को 25 से भाग करें और जांच भी करें।

हल :

```
25) 1 2 5 2 5 (0501
    0 0
    -----
    1 2 5
    1 2 5
    -----
        0 2
        0 0
        -----
        0 2 5
        0 2 5
        -----
          0 0
```

जांच :

भाज्य = भागफल × भाजक + शेष

12525 = 501 × 25 + 0

12525 = 12525 + 0

12525 = 12525

* 0 ÷ 7 = 0 ; 0 को किसी संख्या से भाग करने पर उत्तर 0 ही होगा।
* किसी संख्या (शून्य के अलावा) को 0 से भाग नहीं किया जा सकता।

अभ्यास-2.7

1. हल करें :

(a) 117 ÷ 13 (b) 135 ÷ 15 (c) 72 ÷ 12 (d) 108 ÷ 9

(e) 78 ÷ 13 (f) 121 ÷ 11 (g) 140 ÷ 20 (h) 144 ÷ 16

(i) 119 ÷ 17

2. भाग करें और जाँच करें :

(a) 54598 ÷ 12 (b) 8975 ÷ 21 (c) 77552 ÷ 18 (d) 88001 ÷ 17

(e) 12896 ÷ 11

3. निम्नलिखित प्रश्नों को हल करें और जाँच करें

(a) 760 ÷ 12 (b) 550 ÷ 14 (c) 894 ÷ 21

(d) 913 ÷ 19 (e) 826 ÷ 25 (f) 7645 ÷ 24

(g) 89781 ÷ 9 (h) 99999 ÷ 80 (i) 82525 ÷ 75

(j) 70008 ÷ 14 (k) 50205 ÷ 15 (l) 16258 ÷ 36

(m) 96000 ÷ 50 (n) 45457 ÷ 35

2.8 भाग पर आधारित शाब्दिक समस्याएँ

पिछले भाग में हमने भाग के सवालों के बारे में चर्चा की थी । अब हम दैनिक जीवन में भाग से संबंधित समस्याओं जैसे टॉफियों को बाँटना पैंसिलों को बाँटना इत्यादि के बारे में चर्चा करेंगे।

उदाहरण 1 : एक दुकानदार के पास 36540 खिलौने हैं। उसने हर रोज़ 15 खिलौने बेचे, तो सारे खिलौने बेचने के लिए उसको कितने दिन लग जायेंगे।

हल : दुकानदार के पास कुल खिलौने = 36540

हर रोज़ बेचे खिलौने = 15

जितने दिन लगेंगे = 36546 ÷ 15

```
15) 3 6 5 4 0 (2436
  – 3 0
  -------
      6 5
    – 6 0
    -------
        5 4
      – 4 5
      -------
          9 0
        – 9 0
        -------
          0 0
```

उत्तर : 2436 दिन

उदाहरण 2 : एक कर्मचारी जनवरी मास में ₹ 65596 कमाता है। वह एक दिन में कितने रुपये की कमाई करेगा ?

हल : कर्मचारी ने जनवरी महीने में कमाए = ₹ 65596

जनवरी महीने में दिन = 31

एक दिन में कमाए = 65596 ÷ 15

```
31) 6 5 5 9 6 (2116
    6 2
    -----
      3 5
      3 1
    -------
        4 9
        3 1
      -------
        1 8 6
        1 8 6
      -------
        0 0 0
```

उत्तर : ₹ 2116

उदाहरण 3 : संख्या 160 को किस संख्या से गुणा करे कि गुणनफल 24480 हो जाए ?

हल : दो संख्याओं का गुणनफल = 24480

एक संख्या = 160

दूसरी संख्या = 24480 ÷ 160

```
160) 2 4 4 8 0 (153
     1 6 0
     -------
       8 4 8
       8 0 0
     ---------
         4 8 0
         4 8 0
       -------
             0
```

इसलिए ज़रूरत की संख्या 153 है।

अभ्यास-2.8

1. एक स्टेडियम में एक क्रिकेट मैच के दौरान कुल 84000 लोग 24 पंक्तियों में बराबर-बराबर बैठते हैं। एक पंक्ति में कितने लोग बैठेंगे।
2. मेरे पास ₹ 99825 हैं, जिन्हें हमने 33 दोस्तों में बराबर-बराबर बाँटना है, हर एक दोस्त को कितने रुपये मिलेंगे ?
3. दादा जी ने ₹ 72000 हमारे 4 बहन-भाइयों में बराबर-बराबर बांटे। प्रत्येक को कितने-कितने रुपये मिले ?
4. संख्या 26 को किस से गुणा करें कि गुणनफल 14508 हो जाये ?

5. माली के पास 23976 फूल हैं। 24-24 फूलों वाले कितने हार तैयार हो जायेंगे ?
6. चालीस हज़ार की रकम में कितने 2000-2000 रुपये के नोट होंगे ?
7. मुझे ₹ 25000 के छुट्टे नोट चाहिए। मुझे निम्नलिखित कितने-कितने नोट मिलेंगे ?
   (a) 1000 के नोट :- ....
   (b) 500 के नोट :- ....
   (c) 100 के नोट:- ....
8. एक जे.सी.बी. मशीन एक बार में 900 ईंटें उठाती है। मशीन 99000 ईंटें कितनी बार में उठाएगी ?
9. रेलवे की एक टिकट का मूल्य ₹ 78 है। पलक ने टिकटें लेने के लिए ₹ 7722 दिये तो उसने कितनी टिकटें लीं ?
10. एक फैक्टरी जून महीने में 45540 आइसक्रीम कोन बनाती है। पता करो कि जून महीने के एक दिन में कितने आइसक्रीम कोन बने होंगे ?

2.9 अनुमानित जोड़, घटाव, गुणा और भाग पता करना।

दैनिक जीवन में हम अधिकतर वस्तुओं के मूल्य, माप, दूरी इत्यादि का अंदाजा लगाते हैं। जैसे पेड़ की ऊँचाई, एक शहर से दूसरे शहर की दूरी किसी वस्तु, व्यक्ति का भार इत्यादि। आओ, कुछ इससे संबंधित समस्याओं पर चर्चा करें।

उदाहरण 1 : 9748 और 5476 का अनुमानित जोड़फल पता करें।

हल : 9748 निकटीकरण (हज़ार में) = 9700

5476 का निकटीकरण (हज़ार में) = 5500

	10000			9748
	+ 5000			+ 5476
अनुमानित जोड़	15000		वास्तविक जोड़	15224

उदाहरण 2 : 875 और 438 का अनुमानित अंतर पता करें।

हल : 875 का निकटीकरण (सैंकड़े में) = 900

438 का निकटीकरण (सैंकड़े में) = 400

	900			875
	− 400			− 438
अनुमानित अंतर	500		वास्तविक अंतर	437

उदाहरण 3 : संख्या 412 और 72 का अनुमानित गुणनफल पता करें।

हल : 412 का निकटीकरण = 400

72 का निकटीकरण = 70

$400 \times 70 = 28000$

अनुमानित गुणनफल = 28000

उदाहरण 4 : $548 \div 53$ अनुमानित मूल्य पता करें।

हल : 548 का निकटीकरण = 500

53 का निकटीकरण = 50

$500 \div 50 = 10$

अनुमानित गुणनफल = 10

* संख्याओं का अनुमान संख्याओं के अंकों के गिनती को ध्यान में रखकर लगाया जाये। जैसे, चार अंकों वाली संख्या का अनुमान हज़ार में, तीन अंकों वाली संख्या का अनुमान सैंकड़े में और दो अंकों वाली संख्या का अनुमान दहाई में लगाया जाये। इससे अनुमानित उत्तर आमतौर पर ठीक प्राप्त होता है।

अभ्यास-2.9

1. अनुमानित मूल्य पता करो :-

(a) 753 + 525 (b) 11526 + 874 (c) 980 – 489

(d) 5897 – 2987 (e) 440×28 (f) 6198×13

(g) $563 \div 34$ (h) $7541 \div 43$

2.11 BODMAS

B	O	D	M	A	S
( )	का	÷	×	+	-
ब्रैकेट	का	भाग	गुणा	जोड़	घटाव
Bracket	of	Division	Multiplication	Addition	Subtraction

जब हम गणित की चारो मूल क्रियाओं को एक ही सवाल में करते हैं तो इस पद्धति के अनुसार हल करेंगे। इस महत्वपूर्ण नियम को BODMAS कहते है। अगर हम इस नियम से प्रश्न हल नहीं करते तो हमें गलत उत्तर प्राप्त होगा। इस अध्याय में हम केवल DMAS की बात करेंगे।

जैसे $4 \times 4 + 4 - 4 \div 4$

पग 1 : इस प्रश्न में हम उपरोक्त नियम के अनुसार सबसे पहले 4 को 4 से भाग करेंगे। $4 \times 4 + 4 - 1$

पग 2 : इसके बाद हम 4 को 4 के साथ गुणा करेंगे $16 + 4 - 1$

पग 3 : अब हम 16 में 4 जोड़ेंगे $20 - 1$

पग 4 : अब हम 20 में से 1 घटायेंगे 19

इस प्रकार उपरोक्त का उत्तर 19 होगा।

उदाहरण 1 : $9 + 7 \times 3$ को हल करें :-

हल : $9 + 7 \times 3$

$= 9 + 21 = 30$

उदाहरण 2 : $10 + 12 \div 2 - 3$ को हल करें :-

हल : $10 + 12 \div 2 - 3$

$= 10 + 6 - 3$

$= 16 - 3$

$= 13$

उदाहरण 3 : $30 \div 6 + 5 \times 4 - 8$ को हल करें :-

हल : $30 \div 6 + 5 \times 4 - 8$

$5 + 20 - 8 = 25 - 8 = 17$

उदाहरण 4 : $60 + 9 \times 5 - 18 \div 6$ को हल करें :-

हल : $60 + 9 \times 5 - 3$

$60 + 45 - 3$

$105 - 3 = 102$

अभ्यास-2.10

1. हल करें :

1. $42 \div 7 + 8$
2. $8 + 6 \times 2$
3. $7 \times 8 \div 4 - 6$
4. $63 \div 9 \times 4 + 28 - 15$
5. $25 \times 3 + 42 \div 6 - 4$
6. $18 \div 6 \times 21 + 17 - 18$
7. $8 \div 8 + 8 \times 8 - 8$
8. $72 + 48 \times 36 \div 18 - 9$
9. $44 + 2 \times 9 - 35 \div 5$
10. $18 + 126 \div 14 \times 3 - 25$

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. 65432 + 34568

(a) 99999 (b) 100000 (c) 10000 (d) 99998

2. 35406 + 2580 + 43251 = 43251 + ______ + 35406

(a) 35406 (b) 43251 (c) 2580 (d) 81237

3. 99999 + 0

(a) 99990 (b) 99900 (c) 100000 (d) 99999

4. 100000 – 1 = ______

(a) 10000 (b) 0 (c) 99999 (d) 100000

5. सिमर के पास 5832 रुपए हैं और उसकी बहन प्रभजोत के पास 3565 रुपये हैं। सिमर के पास कितने रुपये अधिक हैं ?

(a) 2267 (b) 9397 (c) 22776 (d) 9973

6. सुरजीत कौर के बैंक खाते में 50000 रुपए है और उसके पिता करन सिंह के खाते में 35682 रुपए है। दोनो के खाते में कुल कितनी रकम है ?

(a) 14318 (b) 95682 (c) 85682 (d) 15318

7. किसी नगर की आबादी 12078 है। इसमें 4872 पुरुष, 4729 औरतें और बाकी बच्चे हैं। बच्चों की संख्या बतायें ?

(a) 2477 (b) 20578 (c) 9601 (d) 8206

8. 98540 – ______ = 98539

(a) 0 (b) 1 (c) 98540 (d) 98539

9. 9999 + ______ = 100000

(a) 1 (b) 0 (c) 90001 (d) 9001

10. 1000 – ______ = 999

(a) 1 (b) 0 (c) 90001 (d) 9001

11. पाँच अंकों की छोटी से छोटी संख्या और चार अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या का अंतर बतायें ?

(a) 100000 (b) 9999 (c) 1 (d) 0

12. 2, 0, 4, 6, 7 अंकों से बनी पाँच अंकों की बड़ी से बड़ी और छोटी से छोटी संख्या का जोड़फल बताओ ?

(a) 98687 (b) 96887 (c) 55953 (d) 76420

13. 1500 × 30 × 0

(a) 45000 (b) 30 (c) 0 (d) 450

14. 7500 × 40 = 40 × □

(a) 400 (b) 4000 (c) 750 (d) 7500

15. □ ÷ 100 = 1000

(a) 100 (b) 100000 (c) 100000 (d) 10

16. एक किताब का मूल्य 79 रुपये है। 12 किताबों का मूल्य क्या होगा ?

(a) ₹ 948 (b) ₹ 938 (c) ₹ 790 (d) ₹ 793

17. गीता के पास 175 रुपये है। वह कितने रुपये बच्चों में बाँटे तांकि प्रत्येक बच्चे को 25 रुपये मिले ।

(a) 6 (b) 9 (c) 7 (d) 8

18. 700 × □ = 2800 × 1

(a) 5 (b) 6 (c) 4 (d) 3

19. 9999 ÷ 1 =

(a) 999 (b) 1 (c) 111 (d) 9999

20. 8899 ÷ 8899 =

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 8899

21. 99 × 99 =

(a) 99 (b) 9801 (c) 9901 (d) 1

22. अगर 15 कॉपियों का मूल्य 90 रुपये हैं तो एक कॉपी का मूल्य पता करें।

(a) ₹ 3 (b) ₹ 5 (c) ₹ 6 (d) ₹ 6

23. दो संख्याओं का गुणनफल 256 है। अगर एक संख्या 256 हो तो दूसरी संख्या पता करें ?

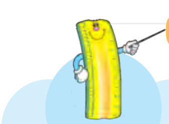
(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) 256

24. यदि 894 × 100 = 89400 हो तो 894 × 10 =

(a) 894 (b) 89400 (c) 8940 (d) 8941

25. 26 ÷ 2 × 4 + 4 – 40 = □

(a) 64 (b) 8 (c) 4 (d) 16



हमने जो सीखा (Learning Outcomes)

- 100000 तक की संख्याओं पर मूल चार क्रियाएँ (जोड़, घटाव, गुणा, भाग) करने के योग्य होना।
- दैनिक जीवन की क्रियाएँ जैसे लेन-देन, वृद्धि-कमी, खरीद-बेच इत्यादि में संख्याओं की क्रियाएँ के उपयोग करने के योग्य होना।
- भार, दूरी, मुद्रा इत्यादि से संबंधित दैनिक जीवन की गतिविधियों में संख्याओं की क्रियाएँ के उपयोग करने के योग्य होना।
- बार-बार जोड़ने और घटाने की प्रक्रिया को बदल कर गुणा और भाग के द्वारा दैनिक जीवन की मुश्किलें हल करना।
- संख्याओं को अलग-अलग ढंगों से तीन अंकों के साथ गुणा और अलग-अलग तरीकों से भाग करने के योग्य बनाना।
- मुकाबले की परीक्षाओं के लिए तैयार होना।

उत्तर-माला

अभ्यास 2.1

1. (a) 12076 (b) 9452 (c) 82494 (d) 36887
(e) 6538 (f) 7956 (g) 58829 (h) 55555

2. (a) 11344 (b) 14810 (c) 93700 (d) 99387
(e) 18665 (f) 6817 (g) 96016 (h) 85964
(i) 4731 (j) 9149 (k) 60787 (l) 57655

3. (a) 86586 (b) 21846 (c) 26687 (d) 30228
(e) 30893

अभ्यास-2.2

1. (a)
$$\begin{array}{r} 6\ 5\ 6\ 9 \\ +\ 3\ 3\ 3\ 9 \\ \hline 9\ 9\ 0\ 8 \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 6\ 3\ 8 \\ +\ 7\ 0\ 1\ 1\ 2 \\ +\ 0\ 2\ 5\ 5\ 6 \\ \hline 8\ 8\ 3\ 0\ 6 \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 9\,9\,7\,8 \\ -\;2\,3\,4\,3 \\ \hline 7\,6\,3\,5 \\ \hline \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} 9\,7\,2\,9\,2 \\ -\;1\,4\,1\,2\,3 \\ \hline 8\,3\,1\,6\,9 \\ \hline \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{r} 5\,3\,8\,0 \\ +\;4\,5\,6\,9 \\ \hline 9\,9\,4\,9 \\ \hline \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{r} 2\,0\,7\,0\,4 \\ +\;6\,3\,3\,7\,3 \\ +\;1\,5\,7\,4\,4 \\ \hline 9\,9\,8\,2\,1 \\ \hline \end{array}$$

(g)
$$\begin{array}{r} 9\,9\,9\,5 \\ -\;4\,5\,7\,2 \\ \hline 5\,4\,2\,3 \\ \hline \end{array}$$

(h)
$$\begin{array}{r} 9\,7\,8\,9\,3 \\ -\;3\,5\,1\,3\,8 \\ \hline 6\,2\,7\,5\,5 \\ \hline \end{array}$$

2. (a) 5231 (b) 5849 (c) 4370 (d) 4455
(e) 14871 (f) 51617 (g) 808 (h) 14790

अभ्यास-2.3

1. (a) 98922 (b) 29855

2. 58295 ईंटें **3.** 6250 रुपये **4.** 71184 पुस्तकें

5. 633550 **6.** 29571 **7.** (a) 44774 (b) 17100

9. 97430, 30479 अंतर 66951 **10.** 11097

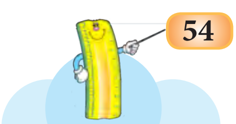
11. 5930 **12.** 54445 **13.** 6495 रुपये

14. 5350 रुपये **15.** 21500 रुपये **16.** 303 कि. मी.

अभ्यास-2.4

1. (a) 2700 (b) 8667 (c) 12167 (d) 37544
(e) 51072 (f) 45136 (g) 67608 (h) 35872
(i) 68170 (j) 99840 (k) 84552 (l) 91890
(m) 34500 (n) 90000

2. (a) 93035 (b) 48270 (c) 48642 (d) 94640
(e) 12600 (f) 36000 (g) 93330 (h) 45804
(i) 66780 (j) 29000



3.

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 5 \\ \times\ 6\ 5 \\ \hline 6\ 7\ 5 \\ 8\ 1\ 0\ 0 \\ \hline 8\ 7\ 7\ 5 \\ \hline \end{array}$$

अभ्यास–2.5

1. (a) 451 (b) 81350 (c) 65000 (d) 0
(e) 100 (f) 13 (g) 0 (h) 602
(i) 84140 (j) 6700 (k) 91000 (l) 100000
(m) 10 (n) 706 (o) 1

अभ्यास–2.6

1. 96883 रुपये **2.** 55080 **3.** 98000

4. (a) 92498 रुपये (b) 1503 रुपये **5.** 94810 टॉफियाँ

6. 88374 ईंटें **7.** 91602 रुपये **8.** 94905

9. 86400 सेकंड

अभ्यास–2.7

1. (a) 9 (b) 9 (c) 6 (d) 12
(e) 6 (f) 11 (g) 7 (i) 7
(j) 7

2. (a) भागफल = 4549, शेष =10 (b) भागफल = 427, शेष = 8
(c) भागफल = 4308, शेष = 8 (d) भागफल = 5176, शेष = 9
(e) भागफल = 1172, शेष = 4

3. (a) भागफल = 63, शेष = 4 (b) भागफल = 39, शेष = 4
(c) भागफल = 42, शेष = 12 (d) भागफल = 48, शेष = 1
(e) भागफल = 33, शेष = 1 (f) भागफल = 318, शेष = 13
(g) भागफल = 9975, शेष = 6 (h) भागफल = 1249, शेष = 79
(i) भागफल = 1100, शेष = 25 (j) भागफल = 5000, शेष = 8
(k) भागफल = 3347, शेष = 0 (l) भागफल = 451, शेष = 22
(m) भागफल = 1920, शेष = 0 (n) भागफल = 1298, शेष = 27

अभ्यास–2.8

1. 3500	**2.** 3025 रुपये	**3.** 18000 रुपये
4. 558	**5.** 999 हार	**6.** 20 नोट
7. (a) 25 नोट	(b) 50 नोट	(c) 250 नोट
8. 110 चक्कर	**9.** 99 टिकटें	**10.** 1518 कोन

अभ्यास–2.9

1. (a) 1300	(b) 19000	(c) 500	(d) 3000
(e) 12000	(f) 60000	(g) 20	(h) 200

अभ्यास–2.10

1. 14	**2.** 20	**3.** 8	**4.** 41
5. 78	**6.** 62	**7.** 57	**8.** 159
9. 55	**10.** 20		

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. b	**2.** c	**3.** d	**4.** c
5. a	**6.** c	**7.** a	**8.** b
9. c	**10.** d	**11.** c	**12.** b
13. c	**14.** d	**15.** b	**16.** a
17. c	**18.** c	**19.** d	**20.** b
21. b	**22.** c	**23.** a	**24.** c
25. d			

अध्याय-3

महत्तम समावर्तक और लघुत्तम समापवर्त्य

उद्देश्य : 1. गुणज और गुणनखंड के बारे में जानकारी देना।

2. अलग-अलग गतिविधियों के द्वारा म.स.व. और ल.स.व. की जानकारी देना।

3. अलग-अलग तरीकों से म.स.व. और ल.स.व. पता करना सिखाना।

4. दैनिक जीवन की परिस्थितियों में म.स.व. और ल.स.व. को प्रयोग करने के योग्य बनाना।

5. अलग-अलग गतिविधि के द्वारा सम, विषम, भाज्य तथा अभाज्य संख्याओं के बारे में जानकारी देना।

6. प्रतियोगी परीक्षाओं के लिए तैयार करना।

3.1 गुणज (Multiples)

जब दो या दो से अधिक संख्याओं को गुणा किया जाता है तो हमें गुणनफल प्राप्त होता है। यह गुणनफल प्रत्येक गुणा की संख्या का गुणज है। निम्नलिखित गुणनफलों को ध्यानपूर्वक देखिए :

(1) $4 \times 7 = 28$ (2) $8 \times 6 = 48$

(3) $2 \times 3 \times 4 = 24$ (4) $9 \times 10 = 90$

उपरोक्त से हमें पता चलता है कि

(1) संख्या 28, 4 और 7 का गुणज है।

(2) संख्या 48, 6 और 8 का गुणज है।

(3) संख्या 24, 2, 3 और 4 का गुणज है।

(4) संख्या 90, 9 और 10 का गुणज है।

इस तरह किसी संख्या के गुणज, उसी संख्या को बार-बार 1, 2, 3, 4, 5, ... से गुणा करके प्राप्त किये जा सकते हैं ।

3 के गुणज	8 के गुणज
3 × 1 = 3	8 × 1 = 8
3 × 2 = 6	8 × 2 = 16
3 × 3 = 9	8 × 3 = 24
3 × 4 = 12	8 × 4 = 32
3 × 5 = 15	8 × 5 = 40
.. ..	.. ..
.. ..	.. ..
.. ..	.. ..
.. ..	.. ..

उपरोक्त उदाहरणों में 3, 6, 9, 12 ......; 3 के गुणज और 8, 16, 24, 32 ......; 8 के गुणज हैं।

याद रखें

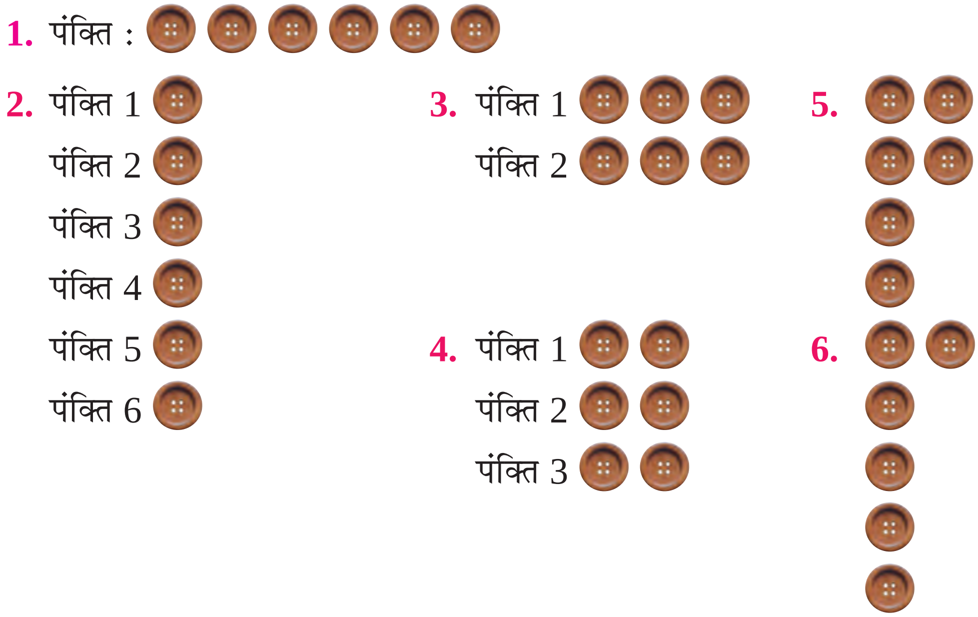
- **प्रत्येक संख्या अपने आप की गुणज है।**
- **प्रत्येक संख्या 1 की गुणज है।**
- **प्रत्येक संख्या का गुणज उस संख्या के बराबर या उससे बड़ा होता है।**
- **संख्या का सबसे छोटा गुणज संख्या खुद ही होती है।**

3.2 गुणनखंड (Factors)

गतिविधि

गुणनखंड : कक्षा में छात्रों को 6-6 बटन बाँट दें, फिर उन्हें हर संभव तरीके से सीधी पंक्ति, खड़ी पंक्ति, वर्गाकार तरीके से या आयातकार तरीके से बटन रखने के लिए कहें। जितनी बार सीधी पंक्ति, खड़ी पंक्ति, वर्गाकार या आयाताकार शकल बनेगी, वह दिये गए बटनों की संख्या का गुणनखंड बनेगी।

छात्रों द्वारा बनाई गई पंक्तियाँ और आकृतियाँ निम्नलिखित तरीके से होंगी।



उपरोक्त चित्रों में चित्र नं 1 में बटन 1 पंक्ति में, चित्र नं 2 में 6 पंक्तियों में, चित्र नें 3 में 2 पंक्तियाँ, चित्र नं 4 में 3 पंक्तियों में क्रम में लगाये गये हैं। परन्तु चित्र नं 5 और 6 में बटन ऊपर दिये गये क्रम अनुसार नहीं लगाये गये (अर्थात् यह आयातारकार या वर्गाकार आकृति नहीं बनाते)। इसलिए गुणनखंड बनाने के लिए सही नहीं हैं। चित्र नं 1 से 4 में 6 के गुणनखंड = 1, 6, 2 और 3 है।

इसलिए 6 के गुणनखंड = 1, 2, 3, 6

किसी संख्या के गुणनखंड पता करने की विधियाँ

(*a*) गुणा विधि	(*b*) भाग विधि
$1 \times 6 = 6$	$6 \div 1 = 6$
$2 \times 3 = 6$	$6 \div 2 = 3$
	$6 \div 3 = 2$
	$6 \div 6 = 1$

इस तरह 1, 2, 3 और 6 संख्या 6 के सारे गुणनखंड हैं।

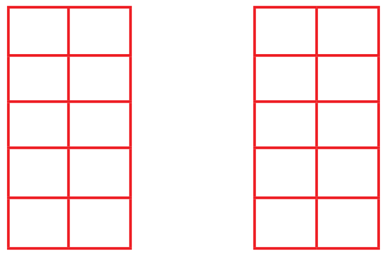
याद रखें

- **1 प्रत्येक संख्या का गुणनखंड है।**
- **प्रत्येक संख्या (शून्य के अतिरिक्त) स्वयं की गुणनखंड है।**
- **किसी संख्या का सबसे छोटा गुणनखंड 1 है।**
- **किसी संख्या का सबसे बड़ा गुणनखंड वह स्वयं ही है।**
- **अगर पहली संख्या दूसरी संख्या का गुणनखंड है तो दूसरी संख्या पहली संख्या की गुणज होगी।**

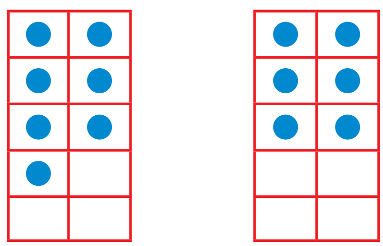
3.3 सम और विषम संख्याएँ (Even and Odd Numbers)

गतिविधि

अध्यापक ब्लैकबोर्ड पर दो संख्याएँ 7 और 6 लिखेगा। फिर ब्लैकबोर्ड पर दो 10 खाने वाले बिंदु डिब्बे नीचे दिए गए अनुसार बनाएगा।



फिर एक डिब्बे में 7 बिन्दु तथा दूसरे में 6 बिन्दु लगाएगा। अध्यापक बच्चों को यह बताएगा कि जिन बिन्दुओं के युग्म बन जाते हैं वह सम संख्या होती है और जब बिन्दुओं के युग्म नहीं बनते तो वह संख्या विषम होती है।



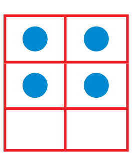
7　　　　6

7 बिन्दुओं का युग्म नहीं बन रहा है, इसलिए यह विषम संख्या है।

6 बिन्दुओं का युग्म बनता है, इसलिए यह सम संख्या है।

- अध्यापक अपनी सुविधा के अनुसार अन्य उदाहरण भी दे सकता है।

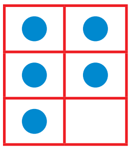
अब हम 2 अंकों की संख्या 74 लेते हैं, 74 बिन्दुओं को इस पर लगाने ज़रूरत नहीं है। केवल इसको हम इकाई स्थान वाली संख्या 4 को बिंदी बक्से में भरकर देखेंगे।



संख्या 4 के बिन्दुओं की दो पंक्तियों में जोड़ी बन गई है। इसलिए यह एक सम संख्या है।

अब हम 3 अंकों वाली संख्या देखते हैं : 175

1 7 [5] अब हम इकाई स्थान वाली संख्या 5 की बिन्दु बक्से में भर कर देखेंगे



संख्या 5 के बिन्दुओं की जोड़ी नहीं बनती। इसलिए 175 विषम संख्या है।

इस तरह किसी भी संख्या के इकाई स्थान वाले अंक को देखकर ही संख्या के सम और विषम होने की अनुमान लगाया जा सकता है।

- दो सम संख्याओं का जोड़ हमेशा सम होता है। जैसे ; 2 + 4 = 6
- दो विषम संख्याओं का जोड़ भी हमेशा सम होता है। जैसे ; 1 + 3 = 4
- एक सम और एक विषम संख्या का जोड़ हमेशा विषम होता है। जैसे 2 + 3 = 5

याद रखें

- **अगर किसी संख्या की इकाई स्थान का अंक 0, 2, 4, 6, 8 है तो संख्या सम होगी और अगर इकाई स्थान का अंक 1, 3, 5, 7, 9 है तो संख्या विषम होगी।**
- **सम संख्या हमेशा 2 से भाग होती है और 2 हमेशा सम संख्या का गुणनखंड होता है।**

उदाहरण 1 : क्या 45, 9 का गुणज है ?

हल : 45 को 9 से भाग दे

```
9) 4 5 (05
 – 0
 ----
   4 5
 – 4 5
 ----
   0 0
```

45, 9 से पूरी तरह भाग हो गया है। इसलिए 45, 9 का गुणज है।

उदाहरण 2 : क्या 82, 8 का गुणज है।

हल :

```
9) 8 2 (05
 – 8
 ----
   0 2
     0
 ----
     2  शेष
```

82, 8 से पूरी तरह भाग नहीं होता। इसलिए 82, 8 का गुणज नहीं है।

उदाहरण 3 : 9 के पहले चार गुणज लिखें।

हल : 9 × 1 = 9   9 × 2 = 18   9 × 3 = 27   9 × 4 = 36

इसलिए, 9 के पहले चार गुणज 9, 18, 27 और 36 है।

उदाहरण 4 : 12 के सारे गुणनखंड लिखो।

हल : गुणा विधि

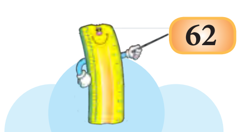
1 × 12 = 12
2 × 6 = 12
3 × 4 = 12
4 × 3 = 12
6 × 2 = 12
12 × 1 = 12

(4 × 3, 6 × 2, 12 × 1 :) गुणनखंडों की दोहराई हो रही है।

इस प्रकार, संख्या 12 के सभी गुणनखंड 1, 2, 3, 4, 6 और 12 हैं।

भाग-विधि

1) 1 2 (12 1 ——— 0 2 2 ——— 0	2) 1 2 (06 0 ——— 1 2 1 2 ——— 0 0	3) 1 2 (04 0 ——— 1 2 1 2 ——— 0 0
4) 1 2 (03 0 ——— 1 2 1 2 ——— 0 0	5) 1 2 (02 0 ——— 1 2 1 0 ——— 0 2 शेष	6) 1 2 (02 0 ——— 1 2 1 2 ——— 0 0
7) 1 2 (01 0 ——— 1 2 7 ——— 0 5 शेष	8) 1 2 (01 0 ——— 1 2 8 ——— 0 4 शेष	9) 1 2 (01 0 ——— 1 2 9 ——— 0 3 शेष



```
10)1 2(01     11)1 2(01     12)1 2(01
   0             0             0
  ----          ----          ----
   1 2           1 2           1 2
   1 0           1 1           1 2
  ----          ----          ----
   0 2 शेष       0 1 शेष       0 0
```

इसमें 12 को 1, 2, 3, 4, 6 और 12 से भाग किया गया है। इसलिए 12 के गुणनखंड 1, 2, 3, 4, 6 और 12 है।

उदाहरण 5 : क्या 8, 72 का गुणनखंड है ?

हल : 72 को 8 से भाग दे

```
8)7 2(09
 – 0
 ----
   7 2
 – 7 2
 ----
   0 0
```

72, 8 से पूरी तरह भाग हो गया है, इसलिए 8, 72 का गुणनखंड है।

अभ्यास-3.1

1. निम्नलिखित संख्याओं के पहले पाँच गुणज लिखें।

(क) 5 (ख) 9 (ग) 10 (घ) 12

(ङ) 16 (च) 17

2. निम्नलिखित संख्याओं में से गुणनखंड ढूँढ़ो :

(क)	5	1	2	3	4	5								
(ख)	8	1	2	3	4	5	6	7	8					
(ग)	14	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14
(घ)	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
(ङ)	25	1	2	3	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45
(च)	36	1	2	3	4	5	6	7	12	18	20	24	30	36

3. निम्नलिखित संख्याओं के गुणनखंड लिखें :

(क) 18 (ख) 24 (ग) 35 (घ) 36

(ङ) 45 (च) 21

4. निम्नलिखित संख्याओं के समूहों में से सम संख्या ढूँढ़ें :

(क)	12	23	34	16	19	28
(ख)	35	48	53	69	72	90
(ग)	450	213	568	664	789	98
(घ)	235	456	968	604	731	888
(ङ)	63	136	245	446	1278	2341
(च)	47	168	999	1729	5864	6859

5. निम्नलिखित संख्याओं के समूहों में से विषम संख्या ढूँढ़ें।

(क)	11	23	54	16	19	35
(ख)	36	45	58	69	76	97
(ग)	451	215	508	614	789	983
(घ)	237	416	948	654	739	666
(ङ)	631	135	249	746	1279	2851
(च)	49	178	765	1729	9261	6859

6. रिक्त स्थान भरें :

(क) $4 \times 9 = 36$ में 36 के गुणनखंड .... और .... हैं।

(ख) $8 \times 7 = 56$ में 56 के गुणनखंड .... और .... हैं।

(ग) $3 \times 5 \times 6 = 90$ में ...., ... और .... 90 के गुणनखंड हैं।

(घ) $8 \times 10 = 80$ में 8 और 10 का गुणज .... है।

(ङ) $2 \times 3 \times 5 = 30$ में ...., ... और .... का गुणज 30 हैं।

7. ठीक और गलत लिखे :

(क) 24, 24 का गुणनखंड है। [ ]

(ख) संख्या 2 हरेक संख्या का गुणनखंड है। [ ]

(ग) 24 सम संख्या है। [ ]

(घ) 134 विषम संख्या है। [ ]

(ङ) प्रत्येक संख्या के गुणज अनन्त होते हैं। [ ]

(च) 36, 5 और 7 का गुणज है।

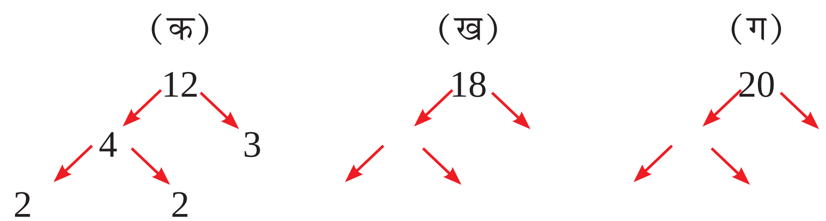
(छ) दो सम संख्याओं का जोड़ हमेशा विषम संख्या होती है ।

(ज) सबसे छोटी सम संख्या 0 है।

(झ) 15 विषम संख्या है।

(ञ) एक अंक वाली सम संख्या 5 है।

8. गुणनखंड पैट्रन समझो और करो :

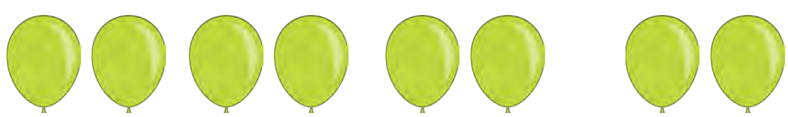


9. पैट्रन समझो और करो।

(क)	2	77	13
(ख)	3	38	19
(ग)	5	39	7
(घ)	11	85	17

10. समझो और करो

(क) विषम

(ख) 

(ग)

(घ)

(ङ)

सम और विषम

दो, चार, छह आठ और शून्य
जिसकी इकाई में लग जाएँ,
संख्या वह सम है होती
जितनी मर्ज़ी बड़ी हो जाएँ
एक, तीन, पाँच, सात और नौ
जिसकी इकाई में आ जाएँ,
संख्या जितनी मर्ज़ी बड़ी हो,
विषम संख्या वह कहलाएँ

गुणनफल, गुणनखंड और गुणज

कुछ संख्याओं, की गुणा करने पर,
उत्तर है जो आता ।
वही उत्तर ही उन संख्याओं का
गुणनफल कहलाता ।
गुणनफल की वही संख्याएँ
फिर गुणनखंड कहलाएँ ।
गुणनफल फिर स्वयं उन्हीं का
गुणज आप बन जाएँ।

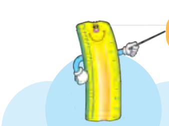
अभाज्य (Prime) और भाज्य (Composite) संख्याएँ— गुणनखंडों की गिनती के आधार पर हम कह सकते हैं कि कौन सी संख्या भाज्य है और कौन सी संख्या आभाज्य है, पहली 10 संख्याओं के गुणनखंड निम्नलिखित हैं:

1 के गुणनखंड	=	1
2 के गुणनखंड	=	1, 2
3 के गुणनखंड	=	1, 2, 3
4 के गुणनखंड	=	1, 2, 4
5 के गुणनखंड	=	1, 5
6 के गुणनखंड	=	1, 2, 3, 6
7 के गुणनखंड	=	1, 7
8 के गुणनखंड	=	1, 2, 4, 8
9 के गुणनखंड	=	1, 3, 9
10 के गुणनखंड	=	1, 2, 5, 10

उपरोक्त सारणी में हम देखते हैं कि 2, 3, 5 और 7 के सिर्फ दो-दो ही गुणनखंड है : 1 और स्वयं संख्या 1 इनको अभाज्य (Prime) संख्या कहते हैं। संख्याएँ 4, 6, 8, 9, 10 के दो से अधिक गुणनखंड हैं। इनको भाज्य (Composing) संख्याएँ कहते हैं।

अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) : वह संख्या जिसके केवल दो ही गुणनखंड हों, वे अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 2, 3, 5, 7 इत्यादि।

भाज्य संख्याएँ (Composite Numbers) : वह संख्या जिसके दो से अधिक गुणनखंड हों, वे भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4, 6, 8, 9, 10 .... इत्यादि।



अब प्रश्न यह उठता है कि संख्या 1 क्या है, अभाज्य या भाज्य ? क्योंकि संख्या 1 का केवल एक ही गुणनखंड है, इसलिए यह न तो भाज्य है न ही अभाज्य।

1 और 100 के बीच अभाज्य संख्याएँ

1 से 100 के बीच अभाज्य संख्याओं को निम्नलिखित अनुसार पता किया जा सकता है।

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

चरण 1 : 1 से 100 तक सारी संख्याएँ लिखें।

चरण 2 : 2 पर चक्र लगाओ और दो के सभी गुणजों पर × लगाओ।

चरण 3 : 3 पर चक्र लगाओ और 3 के सभी गुणजों पर × लगाओ।

चरण 4 : 5 पर चक्र लगाओ 5 के सभी गुणजों पर × लगाओ।

चरण 5 : 7 पर चक्र लगाओ 7 के सभी गुणजों पर × लगाओ।

चरण 6 : 11 पर चक्र लगाओ 11 के सभी गुणजों पर × लगाओ।

चरण 7 : इस प्रक्रिया को तब तक करते रहो जब तक सभी संख्याओं पर चक्र या × न लग जाये।

चरण 8 : 1 के ऊपर चौकोर (बॉक्स) बनाओ, क्योंकि यह सबसे अलग है।

सभी चक्र वाली संख्याएँ अभाज्य हैं और निशान × वाली भाज्य कहलाती हैं। 1 से 100 तक सारी अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 और 97 हैं।

इस सारणी को इराटोस्थीन्स की छलनी कहते हैं।

याद रखें

- **संख्या 1 न तो भाज्य है और न ही अभाज्य।**
- **केवल 2 ही ऐसी सम संख्या है जो अभाज्य है।**
- **सब से छोटी अभाज्य संख्या 2 है।**
- **सब से छोटी भाज्य संख्या 4 है।**

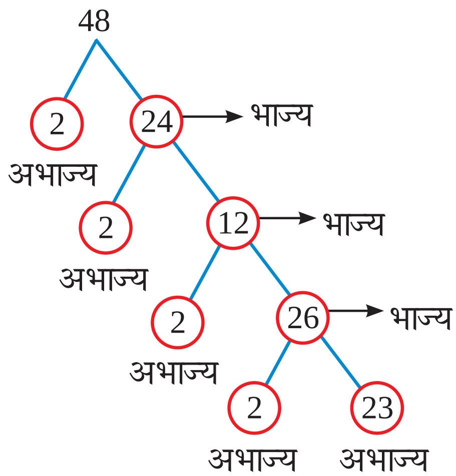
अभाज्य गुणनखंड (Prime factorisation) : एक भाज्य संख्या को अभाज्य गुणनखंडों की गुणा के रूप में लिखा जा सकता है। इसको अभाज्य गुणनखंड कहते हैं।

इसकी दो विधियाँ हैं :

(*a*) गुणनखंड पेड़ विधिी (*b*) भाग विधि

(*a*) गुणनखंड पेड़ विधि (Factor Tree Method) :

इस विधि में हम किसी भाज्य संख्या के गुणनखंड तब तक करते रहेंगे जब तक हमे सारे अभाज्य गुणनखंड प्राप्त न हो जाएँ। आओ, गुणनखंड पेड़ विधि के द्वारा 48 के गुणनखंड बनाएँ।



48 का अभाज्य गुणनखंड = 2 × 2 × 2 × 2 × 3

(*b*) भाग विधि (Division Method) :

इस विधि के द्वारा हम किसी संख्या को सब से छोटी अभाज्य संख्या के साथ भाग करेंगे और उस समय तक अभाज्य संख्याओं से भाग करते रहेंगे जब तक 1 न आ जाये।

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

[छोटी अभाज्य संख्या के साथ भाग किया]

[उस समय तक अभाज्य संख्याओं के साथ भाग करते रहो, जब तक 1 ना आ जाये]

48 के अभाज्य गुणनखंड = 2 × 2 × 2 × 2 × 3

3.5 महत्तम समावर्तक (Highest Common Factor/H.C.F.) :

गतिविधि

अध्यापक – बच्चो ! आपके स्कूल में चौथी कक्षा में कितने छात्र हैं ?

छात्र – मैडम जी, 18 छात्र हैं।

अध्यापक – अब यह बताओ, आपकी पाँचवीं कक्षा में कितने छात्र हैं ?

छात्र – मैडम जी, 27 छात्र हैं।

अध्यापक – हमने दोनों कक्षाओं के छात्रों को लेकर एक खेल खेलना है, जिसमें हमने टीमें बनानी हैं और प्रत्येक टीम में बराबर-बराबर छात्र लेने हैं। बताओ कि अधिक से अधिक एक टीम में कितने छात्र भाग ले सकते हैं ताकि कोई छात्र टीम से बाहर न रह जाये।

छात्र – मैडम जी 7-7 छात्र लिए जा सकते हैं।

अध्यापक – नहीं बच्चो ! 9-9 बच्चे लिये जा सकते हैं, इन को हम किस प्रकार बाँट सकते हैं, आओ, सीखें:

18 के गुणनखंड - 1, 2, 3, 6, 9, 18

27 के गुणनखंड - 1, 3, 9, 27

18 और 27 का बड़े से बड़े सार्व गुणनखंड 9 है। इस तरह हम 9-9 बच्चों की टीमें बनायेंगे, जिसमें कोई भी बच्चा टीम से बाहर नहीं रहेगा। यह संख्या 9, संख्याओं 18, और 27 का म.स.व. है। आओ, अब हम संख्याओं 35 और 30 का म.स.व ज्ञात करने का प्रयत्न करते हैं ; जब एक संख्या दूसरी संख्या को पूरी तरह भाग करे तो भाजक भाज्य का गुणनखंड कहते हैं। जैसे 35 को 5 पूरी तरह बाँटता है, इसलिए 5, 35 का गुणनखंड है और 35, 5 का गुणज है।

$$5 \times 7 = 35$$

इसलिए 5 और 7, 35 के गुणनखंड है और 35, 5 और 7 का गुणज है।

इसी प्रकार $2 \times 3 \times 5 = 30$;   2, 3 और 5, 30 के गुणनखंड हैं।

उपरोक्त दोनों उदाहरणों में 30 और 35 के गुणनखंडों को ध्यानापूर्वक देखो। इन्हीं गुणनखंडों में 5 दोनों संख्याओं का सार्व गुणनखंड है। इसलिए 5, 30 और 35 का महत्तम समावर्तक (म.स.व) है।

याद रखें

- **दो अथवा दो से अधिक संख्याओं का बड़े से बड़ा सार्व गुणनखंड उन्हीं संख्याओं का महत्तम समावर्तक होता है।**
- **अगर दो संख्याओं का म.स.व. 1 है तो वह सह-अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।**

म.स.व. पता करना

अब हम म.स.व. को दो विधियों से पता करेंगे।

(*a*) अभाज्य गुणनखंड विधि (*b*) भाग विधि

3.5 (1) म.स.व. पता करने की अभाज्य गुणनखंड विधि

सबसे पहले हम दी गई संख्याओं के सभी अभाज्य गुणनखंड पता करेंगे, फिर सभी सार्व अभाज्य गुणनखंडों को इकट्ठा लिखकर गुणा करेंगे, यह गुणनफल ही म.स.व. है।

उदाहरण 1 : 20 और 30 का म.स.व. अभाज्य गुणनखंड विधि से पता करें।

हल :

2	20
2	10
5	5
	1

2	30
3	15
5	5
	1

20 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 5$

30 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 3 \times 5$

सार्व अभाज्य गुणनखंड 2 और 5 है।

20 और 30 का म.स.व. = $2 \times 5 = 10$ है।

उदाहरण 2 : 45, 90 और 105 का म.स.व. अभाज्य गुणनखंड विधि से पता करें।

हल :

5	45
5	15
5	5
	1

2	90
3	45
3	15
3	5
	1

3	105
3	35
7	7
	1

45 के अभाज्य गुणनखंड = $3 \times 3 \times 5$

90 के अभाज्य गुणनखंड = 2 × 3 × 3 × 5

105 के अभाज्य गुणनखंड = 3 × 5 × 7

सार्व अभाज्य गुणनखंड 3 और 5 है।

45, 90 और 105 का म.स.व. = 3 × 5

= 15 है।

3.5 (2) म.स.व. पता करने की भाग विधि

भाग विधि में निम्नलिखित तरीके से म.स.व. पता किया जा सकता है।

- सबसे पहले छोटी संख्या को भाजक और बड़ी संख्या को भाज्य के रूप में लो और भाग करो।
- यदि शेष 0 नहीं है जो शेष बचता है, अब वह भाजक बन जायेगा और पिछला भाजक अब भाज्य बन जायेगा।
- इस प्रक्रिया को तब तक दोहराते रहो जब तक शेष 0 नहीं आ जाता।
- अंतिम भाजक ही म.स.व. है।

म.स.व. की भाग विधि निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट की जा सकती है।

उदाहरण 1 : 75, 105 का म.स.व. भाग विधि से पता करें।

हल : हम 105 को 75 से भाग करेंगे। इस प्रकार 30 शेष बचेगा, अब पहले भाजक 75 को भाज्य लो और शेष बचे 30 को भाजक, इसी प्रकार आगे बढ़ो, तब तक शेष 0 नहीं बचता।

```
75)105(1
   -75
   ----
    30)75(2
       60
       ---
       15)30(2
          30
          --
           0
          --
```

अन्तिम भाजक 15 है, इसलिए 75 और 105 का म.स.व 15 है।

उदाहरण 2 : 60, 90 और 130 का म.स.व. भाग विधि से पता करें।

हल : सबसे पहले किसी दो संख्याओं का म.स.व. पता करेंगे।

```
60) 9 0 (1
   –6 0
   ------
   –3 0) 6 0 (2
         6 0
         ----
           0
```

60 और 90 का म.स.व. 30 है।

अब 30 और 130 का म.स.व. पता करो।

```
30) 1 3 0 (4
    1 2 0
    ------
      1 0) 3 0 (3
           3 0
           ----
             0
```

इसलिए 60, 90 और 130 का म.स.व. 10 है।

उदाहरण 3 : तीन ड्रमों में 18 लीटर, 27 लीटर 36 लीटर तेल है। कौन सा बड़े से बड़ा मापक बर्तन लेना चाहिए जो कि तीनों ड्रमों के तेल को पूरी तरह माप सके और तेल शेष न बचे।

हल : यहाँ पर ऐसे मापक बर्तन का पता करना है जो तीनों ड्रमों के तेल को पूरी तरह से माप सके, इसलिए म.स.व. पता करेंगे।

```
18) 2 7 (1            9) 3 6 (4
    1 8                  3 6
    -----                ----
      9) 1 8 (2            0
         1 8
         ----
           0
```

इसलिए 9 लीटर का मापक बर्तन तीनों ड्रमों के तेल को पूरी तरह माप सकेगा।

अध्यापक के लिए – रोज़ाना जीवन की समस्याओं जैसे फर्श की लंबाई, चौड़ाई मापने के लिए छोटे से छोटे मापक वाले फीते की लंबाई पता करने की प्रयोगात्मक क्रिया, भार को मापने के लिए प्रयोगात्मक क्रिया आदि करवाई जाए और म.स.व. की महत्ता के बारे में बताया जाए।

अभ्यास-3.2

1. निम्नलिखित संख्याओं के समूहों में अभाज्य संख्या ढूंढ़ो और लिखो।

(क)	12	8	5	7	6	3
(ख)	2	9	11	13	16	21
(ग)	10	5	25	35	42	33
(घ)	18	41	23	17	19	27
(ङ)	27	41	37	47	49	39

2. निम्नलिखित संख्याओं के समूह में से भाज्य संख्याएँ चुनो और लिखो।

(क)	14	7	9	6	5
(ख)	21	12	18	17	11
(ग)	23	32	37	41	15
(घ)	10	25	5	7	9
(ङ)	43	24	47	49	50

3. निम्नलिखित संख्याओं का म.स.व. गुणनखंड विधि द्वारा पता करें।

(क) 18, 27 (ख) 21, 63 (ग) 80, 100 (घ) 42, 98

4. निम्नलिखित संख्याओं का म.स.व. गुणनखंड विधि द्वारा पता करें।

(क) 30, 50, 70 (ख) 24, 32, 40

(ग) 36, 60, 72 (घ) 25, 30, 35

5. निम्नलिखित संख्याओं का म.स.व. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा पता करें।

(क) 42, 84 (ख) 45, 90

(ग) 16, 64, 80 (घ) 45, 90, 105

6. निम्नलिखित संख्याओं का म.स.व. भाग विधि द्वारा पता करें।

(क) 48, 60 (ख) 120, 140

(ग) 12, 18, 64 (घ) 60, 96, 128

7. वह बड़ी से बड़ी संख्या पता करें जो 60, 75 और 90 को पूरी तरह भाग करे।

8. तीन ड्रमों में 36 लीटर, 45 लीटर 72 लीटर दूध है। उस बड़े से बड़ा बर्तन का माप बताओ जो तीनों ड्रमों के दूध को पूरी तरह माप सके?

3.6 लघुत्तम समापवर्त्य/ल.स.व. (Lowest Common Multiple/L.C.M.)

गतिविधि

अध्यापक छात्रों से कहेगा की हमारी पाँचवी कक्षा में कम से कम कितने छात्र हो जिससे हम तीन-तीन और चार-चार छात्रों की टोलियाँ बना सकें और कोई भी छात्र टोली से बाहर न रहे।

अध्यापक – (तीन बच्चों की पहली टोली को अपने पास बुलायेगा और पूछेगा) इसमें से चार बच्चों की टोली बन सकती है ?

छात्र – नहीं जी।

अध्यापक – (तीन बच्चों की एक और टोली को अपने पास बुलायेगा और पूछेगा) अब मेरे पास खड़े बच्चों में से क्या एक और चार बच्चों की टोली बन सकती है ? अगर बन सकती है तो क्या कोई बच्चा टोली से बाहर नहीं रहेगा ?

छात्र – जी हाँ, एक टोली बनेगी और दो बच्चे टोली से बाहर रह जायेंगे।

अध्यापक – (तीन बच्चों की एक और टोली को अपने पास बुलायेगा और पूछेगा) क्या अब मेरे साथ खड़े बच्चों में से एक और चार बच्चों की टोली बन सकती है ? अगर बन सकती है तो कोई बच्चा टोली से बाहर तो नहीं रहेगा ?

छात्र – जी हाँ, एक और टोली बन सकती है, परन्तु एक बच्चा टोली से बाहर रहेगा।

अध्यापक – (तीन बच्चों की एक और टोली को अपने पास बुलायेगा और पूछेगा) क्या अब मेरे साथ खड़े बच्चों में से एक और चार बच्चों की टोली बन सकती है ? अगर बन सकती है तो कोई बच्चा टोली से बाहर तो नहीं रहेगा।

छात्र – जी हाँ, एक और टोली बनेगी, और कोई भी बच्चा बाहर नहीं रहेगा।

अध्यापक यहाँ छात्रों को बताएगा कि पहले हमने तीन-तीन बच्चों की चार टोलियां बनाई फिर इनमें से ही चार-चार बच्चों की तीन टोलियां बना ली है। इसमें कम से कम 12 बच्चों की ज़रूरत पड़ी। इस प्रकार की क्रिया को गणित में लघुत्तम समापवर्त्य कहते हैं।

इस प्रकार 3 और 4 का छोटे से छोटा सार्व गुणज 12 होगा। इस छोटे से छोटे सार्व गुणज को ही लघुत्तम समापवर्त्य कहते हैं।

गतिविधि

(खेल विधि द्वारा ल.स.व. पता करना)

10 × 10 ग्रिड में एक से 1 से 100 तक गिनती लिखें। 3, 4 और 6 का ल.स.व. पता करने के लिए 3 बच्चों को खड़ा करें।

1. पहले बच्चे को नीले रंग के ढक्कन देकर 3 का पहाड़ा पढ़ते हुए ग्रिड पर रखने के लिए कहें।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. दूसरे बच्चे को पीले रंग के ढक्कन देकर 4 का पहाड़ा पढ़ते हुए ग्रिड पर रखने के लिए कहें।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. तीसरे बच्चे को हरे रंग के ढक्कन देकर 6 का पहाड़ा पढ़ते हुए ग्रिड पर रखने के लिए कहें।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

अध्यापक छात्रों को बताएगा कि ग्रिड पर जिस नंबर पर तीनों रंग के ढक्कन सबसे पहले इकट्ठे होंगे वह तीनों संख्याओ का ल.स.व. होगा। इसलिए 3, 4 और 6 का ल.स.व. 12 होगा।

नोट : अध्यापक अपनी सुविधा अनुसार ढक्कन की जगह, बटन, गोटियाँ, अथवा अलग-अलग रंगों की वस्तुएँ भी ले सकता है। इस तरह अध्यापक अलग-अलग संख्याएँ लेकर क्रियाएँ करवाएगा।

अब आप 8 और 12 के गुणज लिखें।

पहला बच्चा – 8 के गुणज = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72 .....

दूसरा बच्चा – 12 के गुणज = 12, 24, 36, 48, 60, 72 .....

इन गुणजों को ध्यान पूर्वक देखें और सार्व गुणज लिखें।

सार्व गुणज 24, 48, 72 .... इत्यादि है।

अध्यापक के लिए संकेत : अध्यापक प्रायोगिक रूप में दो बच्चों से दो फुट और तीन फुट की छलांगें लगवाकर सबसे पहले वह कितनी दूरी पर मिलेंगे, इस प्रकार टोलियाँ इत्यादि बनाकर प्रायोगिक क्रियाओं से ल.स.व. की दैनिक जीवन में उपयोग का महत्तव बतायेगा।

दो या दो से अधिक संख्याओं में सार्व गुणज भी अनन्त होंगे। पर इनमें सबसे छोटे गुणज को लघुत्तम-समावर्त्य (ल.स.व.) कहा जाता है। इस तरह 8 और 12 का ल.स.व. 24 होगा।

याद रखें

- **दो या दो से अधिक संख्याओं का छोटे से छोटा सार्व गुणज उन संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.व.) होता है।**
- **यदि दो दी गई संख्याओं में से एक संख्या, दूसरी संख्या का गुणज है तो बड़ी संख्या दोनों संख्याओं का ल.स.व. होगी।**

ल.स.व. को पता करने के लिए निम्नलिखित विधियाँ हैं।

(*a*) गुणज विधि

(*b*) अभाज्य गुणज विधि

(*c*) भाग विधि

3.6 (1) ल.स.व. की गुणज विधि :

इस विधि में हम सबसे पहले दी हुई संख्याओं के गुणज पता करेंगे। फिर सभी गुणजों को इकट्ठा लिखेंगे। छोटे से छोटा सार्व गुणनखंड ल.स.व. है।

ल.स.व. की गुणज विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया जा सकता है।

उदाहरण 1 : 3, 6 और 9 का ल.स.व. पता करें।

हल : 3 के गुणज = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ..., ..., ...

6 के गुणज = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ..., ..., ...

9 के गुणज = 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, ..., ..., ...

3, 6 और 9 के सार्व गुणज - 18, 36, ..., ..., ..., ...

सबसे छोटा इनमें से गुणज 18 है।

3, 6 और 9 का ल.स.व. 18 है।

3.6 (2) ल.स.व. की अभाज्य गुणनखंड विधि :

इस विधि के अन्तर्गत हम अभाज्य संख्याओं के गुणनखंड पता करेंगे। फिर सार्व गुणनखंडों और शेष गुणनखंडों का गुणनफल ल.स.व. है।

ल.स.व. को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया जा सकता है।

12 और 48 का ल.स.व. अभाज्य गुणनखंड विधि से पता करें।

हल : 12 = 2 × 2 × 3

48 = 2 × 2 × 2 × 2 × 3

सार्व गुणनखंड = 2 × 2 × 3

सार्व गुणनखंड = 2 × 2

2	12
2	6
3	3
	1

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

अथवा

इन दोनों अभाज्य गुणनखंडों में 2 अधिक से अधिक चार बार और तीन अधिक से अधिक एक बार आया है।

ल.स.व. = 2 × 2 × 2 × 2 × 3

= 48

3.6 (3) ल.स.व. की भाग विधि :-

इस विधि से निम्नलिखित तरीके से ल.स.व. पता कर सकते हैं

- सबसे पहले सबसे छोटी अभाज्य संख्या के साथ दी गई संख्या को भाग करो जो कम से कम एक संख्या को भाग ज़रूर करे, और जो संख्या भाग नहीं होती, उसे उसी प्रकार रखा जाये।
- इस भाग को छोटी अभाज्य संख्याओं के साथ तब तक भाग करते रहें जब तक अन्तिम पंक्ति में 1 न आ जाये।
- इस प्रकार प्राप्त हुए सभी गुणनखंडों की गुणा करने पर ल.स.व. प्राप्त होता है। ल.स.व की भाग विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया जा सकता है।

उदाहरण 2 : 6 और 12 का ल.स.व. भाग विधि से पता करें।

हल : 6 और 12 का ल.स.व.

2	6	12
2	3	6
3	3	3
	1	1

6 और 12 का ल.स.व. 2 × 2 × 3 = 12 उत्तर

उदाहरण 3 : 8, 12 और 24 का ल.स.व. भाग विधि से पता करें।

हल : 8, 12 और 24 का ल.स.व.

2	8	12	24
2	4	6	12
2	2	3	6
3	1	3	3
	1	1	1

8, 12 और 24 का ल.स.व. = 2 × 2 × 2 × 3 = 24 उत्तर

अभ्यास-3.3

1. निम्नलिखित संख्याओं का ल.स.व. पता करें ?

(क) 5, 10 (ख) 6, 18 (ग) 25, 50 (घ) 9, 24

2. निम्नलिखित संख्याओं का ल.स.व. पता करें ?

(क) 4, 8 और 12 (ख) 6, 12 और 24

(ग) 15, 18 और 24 (घ) 24, 36 और 40

3. निम्नलिखित संख्याओं का ल.स.व. अभाज्य गुणनखंड विधि से पता करें।

(क) 32, 40 (ख) 24, 36

(ग) 15, 30 और 45 (घ) 40, 44 और 48

4. निम्नलिखित संख्याओं का ल.स.व. भाग विधि से पता करें :

(क) 15, 20 (ख) 12, 38

(ग) 30, 45 और 50 (घ) 40, 68 और 60

5. वह छोटी से छोटी संख्या कौन सी है जो 12, 15 और 20 से पूरी तरह भाग हो जाती है ?

6. एक बच्चा हर बार तीन फुट लम्बी छलांग लगाता है, और दूसरा बच्चा हर बार चार फुट लंबी छलांग लगाता है। अगर दोनों बच्चे एक ही दिशा में एक ही स्थान से इकट्ठे छलांग लगाते हैं तो वह कितने फुट बाद फिर से मिलेंगे।

7. कक्षा में कम से कम कितने बच्चे खड़े करें कि उनमें से चार-चार और पाँच-पाँच बच्चों की टोलियाँ बनाई जा सकें और कोई भी बच्चा टोली से बाहर न रहे।

8. स्कूल में तीन घंटियाँ क्रमश: 10 मिनट, 20 मिनट और 30 मिनट बाद बजती हैं। अगर तीनों घंटियाँ सुबह 08.00 बजे इकट्ठी बजती है तो फिर दोबारा कितने बजे इकट्ठी बजेंगी ?

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. सबसे छोटी सम अभाज्य संख्या कौन-सी है ?

(क) 1 (ख) 1 (ग) 2 (घ) 4

2. कौन सी संख्या न तो भाज्य है और न ही अभाज्य ?

(क) 1 (ख) 2 (ग) 3 (घ) 4

3. 71 से 80 तक कौन सी अभाज्य संख्या है ?

(क) 71, 72, 73 (ख) 71, 75, 79

(ग) 71, 80 (घ) 71, 73 79

4. 75 और 90 का म.स.व. क्या है ?

(क) 5 (ख) 10 (ग) 15 (घ) 20

5. 12, 18 और 24 का ल.स.व. क्या है ?

(क) 72 (ख) 36 (ग) 48 (घ) 24

6. निम्नलिखित संख्याओं में से कौन सी संख्या ल.स.व. नहीं हो सकती अगर म.स.व. 8 है ?

(क) 48 (ख) 60 (ग) 24 (घ) 56

7. बड़े से बड़ा कौन सा मापक है जो 24 मीटर और 30 मीटर की लंबाई को पूरी तरह माप सके ?

(क) 4 मीटर (ख) 5 मीटर (ग) 6 मीटर (घ) 7 मीटर

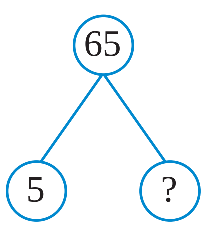
8. कौन सी छोटी से छोटी संख्या है जो 8 और 12 से पूरी-पूरी भाग हो जायेगी।

(क) 36 (ख) 48 (ग) 72 (घ) 24

9. 26 और 39 का ल.स.व. पता करें।

(क) 13 (ख) 78 (ग) 39 (घ) 26

10.



(क) 5 (ख) 65 (ग) 12 (घ) 13

11. निम्नलिखित में से कौन सी भाज्य संख्या है ?

(क) 43 (ख) 23 (ग) 21 (घ) 37

12. निम्नलिखित संख्याओं में से कौन सी संख्या 19 का गुणज है ?

(क) 171 (ख) 172 (ग) 173 (घ) 174

13. 15, 45 और 105 का म.स.व. पता करें।

(क) 15 (ख) 5 (ग) 30 (घ) 45

14. दो अभाज्य संख्याओं का म.स.व. क्या होगा ?

(क) 1 (ख) 2 (ग) 3 (घ) 4

15. स्कूल में तीन घंटियाँ क्रमशः 10 मिनट, 15 मिनट और 20 मिनट के बाद बजती हैं। अगर तीन घंटियाँ सुबह 9.00 बजे इकटठी बजती हों तो फिर से कम से कम कितने बजे इकट्ठी बजेंगी ?

(क) 11:00 बजे (ख) 08:00 बजे

(ग) 10:00 बजे (घ) 12:00 बजे

इस पैट्रन को अच्छे से समझ कर प्रश्न न. 16 से प्रश्न न. 20 तक के उत्तर दो।

पहली विषम	1	1 =	1	=	1 × 1
पहली 2 विषम	1, 3	1 + 3 =	4	=	2 × 2
पहली 3 विषम	1, 3, 5	1 + 3 + 5 =	9	=	3 × 3
पहली 4 विषम	1, 3, 5, 7	1 + 3 + 5 + 7 =	16	=	4 × 4

पहली सम	2	2 =	2	=	1 × 2
पहली 2 सम	2, 4	2 + 4 =	6	=	2 × 3
पहली 3 सम	2, 4, 6	2 + 4 + 6 =	12	=	3 × 4
पहली 4 सम	2, 4, 6, 8	2 + 4 + 6 + 8 =	20	=	4 × 5

16. उपरोक्त पैट्रन को समझते हुए पहली 6 विषम संख्याओं का जोड़ पता करो।

(क) 30 (ख) 12 (ग) 25 (घ) 36

17. उपरोक्त पैट्रन को समझते हुए पहली 10 विषम संख्याओं का जोड़ पता करो।

(क) 20 (ख) 50 (ग) 100 (घ) 40

18. उपरोक्त पैट्रन को समझते हुए पहले 8 सम संख्याओं का जोड़ पता करो।

(क) 16 (ख) 24 (ग) 72 (घ) 64

19. **उपरोक्त पैट्रन को समझते हुए पहली 9 सम संख्याओं का जोड़ पता करें।**

(क) 19 (ख) 18 (ग) 45 (घ) 90

20. **एक सड़क के साथ-साथ 24 मीटर की समान दूरी पर खंबे लगे हैं। इस सड़क के साथ-साथ पत्थरों के ढेर 30 मीटर की समान दूरी पर पड़े हैं। अगर पहले पत्थरों की ढेरी खंबे के नीचे वाले भाग के साथ पड़ी हो तो फिर से कम से कम कितनी दूरी पर दूसरी ढेरी और खंबा इकट्ठे होंगे।**

(क) 100 मीटर (ख) 110 मीटर

(ग) 150 मीटर (घ) 120 मीटर

कुछ रोचक तथ्य :-

- जिस संख्या की इकाई का अंक 0, 2, 4, 6, 8 है वह संख्या 2 से पूरी-पूरी भाग हो जाती है, अर्थात 2 उस संख्या का गुणनखंड है।
- जिस संख्या की इकाई का अंक 0 और 5 हो, वह संख्या 5 से पूरी तरह भाग हो जाती है, अर्थात 5 उस संख्या का गुणनखंड है।
- जिस संख्या की इकाई का अंक 0 हो, वह संख्या 10 से पूरी-पूरी भाग हो जाती है।
- जिस संख्या के सारे अंकों का जोड़ 3 से भाग हो जाता है, वह पूरी संख्या भी 3 से भाग हो जाती है।

हमने जो सीखा (Learning Outcomes)

- संख्याओं का म.स.व. और ल.स.व. पता करने के योग्य होना।
- म.स.व. और ल.स.व. पता करने के लिए गुणनखंड विधि, भाग और अभाज्य गुणनखंड विधि का उपयोग करने के योग्य होना।
- सामान्य जीवन में म.स.व. और ल.स.व. से संबंधित समस्याओं को हल करने के योग्य बनाना।
- प्रतियोगी परीक्षाओं के लिए तैयार होना।

उत्तर-माला

अध्याय 3.1

1. (क) 5, 10, 15, 20, 25, 30 (ख) 18, 27, 36, 45, 54

(ग) 20, 30, 40, 50, 60 (घ) 24, 36, 48, 60, 72

(ङ) 32, 48, 64, 80, 96 (च) 34, 51, 68, 85, 102

2. (क) 1, 5 (ख) 1, 2, 4, 8

(ग) 1, 2, 7, 14 (घ) 1, 2, 3, 4, 6, 12

(ङ) 1, 5, 25 (च) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

3. (क) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (ख) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

(ग) 1, 5, 7, 35 (घ) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

(ङ) 1, 3, 5, 9, 15, 45 (च) 1, 3, 7, 21

4. (क) 12, 34, 16, 28 (ख) 48, 72, 90

(ग) 450, 568, 664, 98 (घ) 456, 968, 604, 888

(ङ) 136, 446, 1278 (च) 108, 5864

5. (क) 11, 23, 19, 35 (ख) 45, 69, 97

(ग) 451, 215, 789, 983 (घ) 237, 739

(ङ) 631, 135, 249, 1279, 2851 (च) 49, 765, 1729, 9261, 6859

6. (क) 4 और 9 (ख) 8 और 7

(ग) 3, 5 और 6 (घ) 80

(ङ) 2, 3 और 5

7. (क) ठीक (ख) गलत (ग) ठीक (घ) गलत

(ङ) ठीक (च) गलत (छ) गलत (ज) गलत

(झ) गलत

8. (ख)

18
9 2
3 3

(ग)

20
10 2
2 5

9. 2 – 38 – 19 3 – 39 – 13

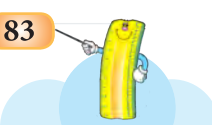
5 – 85 – 17 11 – 77 – 7

10. (क) विषम (ख) सम (ग) विषम (घ) विषम

(ङ) सम

अभ्यास 3.2

1. (क) 5, 7, 3 (ख) 2, 11, 13



(ग) 5　　(घ) 41, 23, 17, 19

(ङ) 29, 37, 47

2. (क) 14, 9, 6　　(ख) 21, 12, 18　　(ग) 32, 15　　(घ) 24, 49, 50

3. (क) 9　　(ख) 21　　(ग) 20　　(घ) 14

4. (क) 10　　(ख) 8　　(ग) 12　　(घ) 5

5. (क) 42　　(ख) 45　　(ग) 16　　(घ) 15

6. (क) 12　　(ख) 20　　(ग) 2　　(घ) 6

7. 15

8. 9 लीटर का मापक

अभ्यास 3.3

1. (क) 10　　(ख) 18　　(ग) 50　　(घ) 72

2. (क) 24　　(ख) 24　　(ग) 270　　(घ) 360

3. (क) 160　　(ख) 72　　(ग) 90　　(घ) 2640

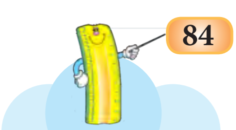
4. (क) 60　　(ख) 228　　(ग) 450　　(घ) 2040

5. 60　　**6.** 12 फुट　　**7.** 20 बच्चे

8. 9.00 बजे सवेरे।

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. ग	**2.** क	**3.** घ	**4.** ग
5. क	**6.** ख	**7.** ग	**8.** घ
9. ख	**10.** घ	**11.** ग	**12.** क
13. क	**14.** क	**15.** ग	**16.** घ
17. ग	**18.** ग	**19.** घ	**20.** घ



अध्याय-4

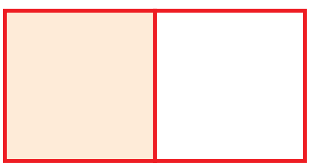
भिन्नात्मक संख्याएँ

उद्देश्य :
1. विद्यार्थियों को भिन्नात्मक भागों के बारे में जानकारी देना।
2. भिन्नों की तुलना सम्बन्धी ज्ञान देना।
3. दी गई भिन्न को दशमलव रूप में तथा दशमलव रूप को भिन्नों में बदलना तथा सिखाना।
4. सामान्य जीवन में भिन्नों का महत्व

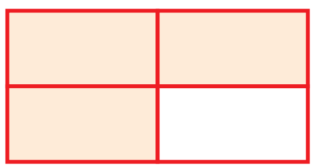
दोहराई

सबसे पहले हम चौथी कक्षा में किए गए कार्य की दोहराई करेंगे।

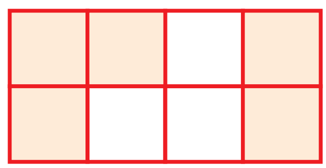
1. चित्र में रंग किए हुए भाग की भिन्न लिखिए।



(क)



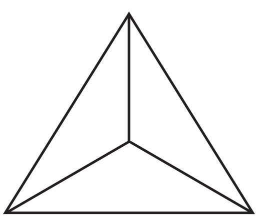
(ख)



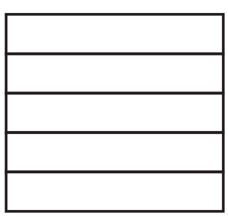
(ग)

2. बताई गई भिन्न के अनुसार चित्र में रंग भरिए।

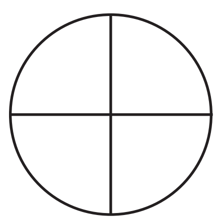
(क) $\frac{2}{3}$



(ख) $\frac{3}{5}$



(ग) $\frac{1}{4}$



3. $\frac{2}{3}$ भिन्न में अंश ______ है तथा हर ______ है।

4. $\frac{1}{4}$ भिन्न में अंश ______ है तथा हर ______ है।

5. वह भिन्न लिखिए जिसका अंश 4 तथा हर 5 हो ______

चौथी कक्षा में आपने पूर्ण (Whole) की भिन्न के बारे में पढ़ा है। किसी एक पूर्ण को जितने बराबर भागों में बांटा जाता है उसे 'हर' कहा जाता है तथा इनमें से कुछ विशेष भाग की बात की जाती है, जिसको, 'अंश' कहा जाता है।

इस कक्षा में हम समूह की भिन्न के बारे में बात करेंगे।

4.1 समूह की भिन्न

यहाँ वस्तुओं के एक समूह को ध्यान में रखा जाता है। वस्तुओं की कुल मात्रा या गिनती को हर कहते हैं तथा जितनी विशेष वस्तुएँ चाहिए , उन्हें अंश कहते हैं।

गतिविधि

हरीश के पास 7 सेब थे तथा उनमें से 3 सेब उसने अपने मित्र नरेश को दे दिए। क्योंकि इस गतिविधि में 7 सेबों की बात हुई है, इसलिए भिन्न का हर 7 होगा तथा नरेश को 3 सेब दिए हैं, इसलिए भिन्न का अंश 3 होगा। नरेश को कुल सेबों का $\frac{3}{7}$ भाग मिलेगा।

उदाहरण 1 : निम्नलिखित तारों के समूह में से –

(a) रंग किए हुए तारों की भिन्न बनाओ –

(b) बिना रंग किए हुए तारों की भिन्न बनाओ।

हल : (a) समूह में 5 तारे हैं तथा रंग किए हुए तारे 2 हैं। इसलिए रंग किए हुए तारों की भिन्न $\frac{2}{5}$ है।

(b) समूह में कुल 5 तारे हैं तथा बिना रंग के तारों की गिनती 3 है। इसलिए बिना रंग के तारों की भिन्न $\frac{3}{5}$ है।

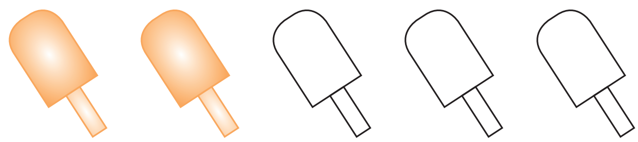
अभ्यास-4.1

1. निम्नांकित दिए तारों के समूह चित्र में से :

(a) कुल तारों में से रंग किए तारों की भिन्न लिखिए :

(b) कुल तारों में से बिना रंग किए तारों की भिन्न लिखिए :

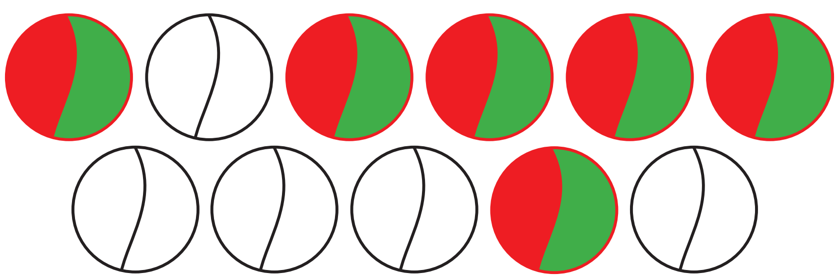
2. नीचे दिए गए चित्र में से :



(a) कुल कुल्फियों में से रंग की हुई कुल्फियों की भिन्न लिखिए :

(b) कुल कुल्फियों में से बिना रंग की कुल्फियों की भिन्न लिखिए :

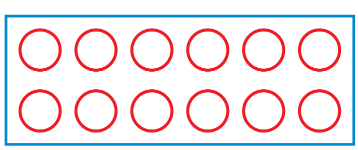
3. नीचे दिए गए चित्र में से :

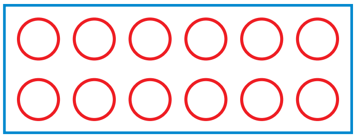


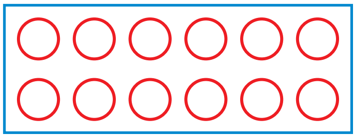
(a) कुल गेंदों में से रंग की हुई गेंदों की भिन्न लिखिए :

(b) कुल गेंदों में से बिना रंग की गेंदों की भिन्न लिखिए :

4. नीचे दिए गए प्रत्येक डिब्बे में 12 गेंदे दिखाई गई हैं। प्रत्येक डिब्बे के सामने दर्शाई भिन्न के अनुसार गेंदों में रंग भरिए तथा रिक्त डिब्बे में रंग की हुई गेदों की संख्या लिखिए :

(a)  $\frac{1}{2}$

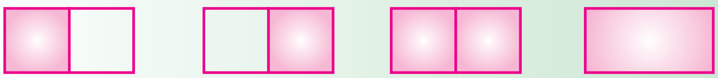
(b)  $\frac{1}{4}$

(c)  $\frac{1}{6}$

4.2 भिन्नों में आधा, एक तिहाई, एक चौथाई :

पिछली कक्षा में हमने पढ़ा है कि आधे से भाव यह है कि किसी वस्तु के दो बराबर (समान) भागों में से एक भाग। इसको भिन्न रूप में $\frac{1}{2}$ से दर्शाया जाता है।

दो आधे भाग मिलकर एक पूरा भाग बनता है



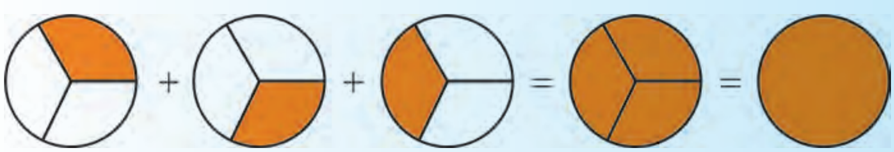
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

किसी पूर्ण वस्तु/समूह का आधा हिस्सा प्राप्त करने के लिए उसको 2 से भाग करना होता है। जब हम घर में अपनी माता जी से आधी रोटी माँगते है तो वो रोटी को दो बराबर हिस्सों में बाँटकर एक हिस्सा (आधा) हमें दे देती हैं।

इस प्रकार जब हम बाज़ार में 1 दर्जन केले खरीदने जाते हैं तो हमें 12 केले मिलते है। परन्तु, जब हम आधा दर्जन केले खरीदते है तो हमें 6 केले मिलते है। क्योंकि $12 \div 2 = 6$

एक तिहाई से भाव यह है कि किसी पूर्ण वस्तु या समूह के तीन समान हिस्सों में से एक हिस्सा तथा इसको भिन्न रूप में $\frac{1}{3}$ से दर्शाया जाता है।

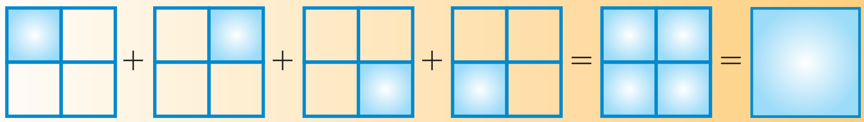
तीन एक तिहाई हिस्से मिलकर एक पूरा भाग बनता है।



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

एक चौथाई से यह भाव है कि किसी पूर्ण वस्तु या समूह के चार बराबर हिस्सों में से एक हिस्सा तथा इसको भिन्न रूप में $\frac{1}{4}$ से दर्शाया जाता है।

चार एक चौथाई हिस्से मिलकर एक पूरा भाग बनता है।



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

12 केलों का $\frac{1}{4}$ भाग होगा– $12 \div 4 = 3$ केले

इसी तरह किसी पूर्ण वस्तु/समूह का $\frac{2}{3}$ भाग प्राप्त करने के लिए हम पूर्ण वस्तु/समूह को 3 से भाग करने के उपरान्त प्राप्त संख्यां को 2 से गुणा करेंगे। जैसे :

12 केलों का $\frac{2}{3}$ भाग होगा $= 12 \div 3 = 4$

$4 \times 2 = 8$ केले

इसी तरह किसी पूर्ण वस्तु/समूह का $\frac{3}{4}$ भाग प्राप्त करने के लिए हम पूर्ण वस्तु/समूह को 4 से भाग करने के उपरान्त प्राप्त संख्या को 3 से गुणा करेंगे। जैसे :

12 केलों का $\frac{3}{4}$ भाग होगा $= 12 \div 4 = 3$

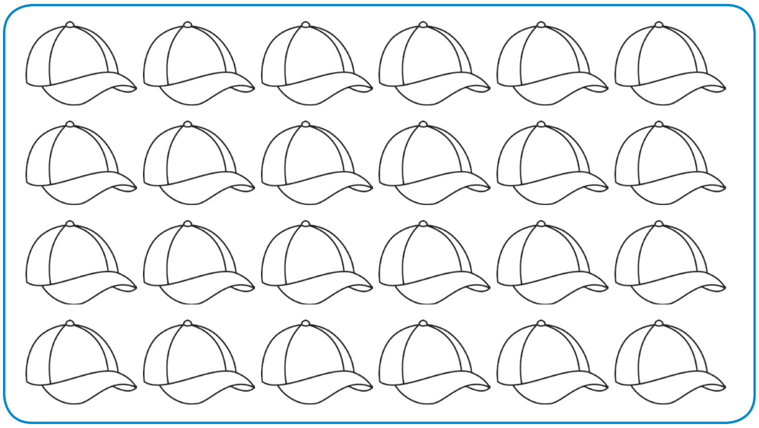
$3 \times 3 = 9$ केले

उदाहरण 1 : राजू के जन्मदिन की पार्टी थी। उसके पापा जन्मदिन की पार्टी में आए बच्चों के पहनने के लिए 24 टोपियाँ लेकर आए। यदि इन टोपियों में से $\frac{1}{3}$ लाल रंग की, $\frac{1}{2}$ हरे रंग की तथा $\frac{1}{6}$ पीले रंग की टोपियां हों तो बताओ

(क) कितने बच्चे लाल रंग की टोपियाँ पहन सकते हैं ?

(ख) कितने बच्चे हरे रंग की टोपियाँ पहन सकते हैं ?

(ग) कितने बच्चे पीले रंग की टोपियाँ पहन सकते हैं ?



हल : (क) कुल टोपियाँ = 24

लाल रंग की टोपियाँ = $\frac{1}{3}$ भाग

लाल रंग की टोपियाँ = 24 ÷ 3 = 8 टोपियाँ

इसलिए , 8 बच्चे लाल रंग की टोपियाँ पहन सकते हैं।

(ख) कुल टोपियाँ = 24

हरे रंग की टोपियाँ = $\frac{1}{2}$ भाग

हरे रंग की टोपियाँ = 24 ÷ 2 = 12 टोपियाँ

इसलिए , 12 बच्चे हरे रंग की टोपियाँ पहन सकते हैं।

(ग) पीले रंग की टोपियाँ = $\frac{1}{6}$ भाग

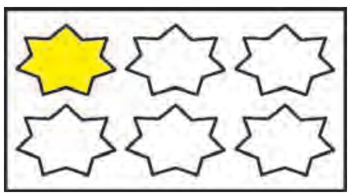
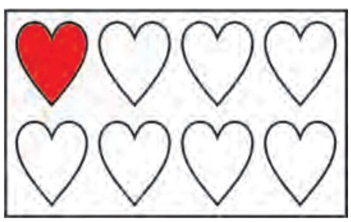
पीले रंग की टोपियाँ = 24 ÷ 6 = 4 टोपियाँ

इसलिए , 4 बच्चे पीले रंग की टोपियाँ पहन सकते हैं।

अध्यापक के लिए संकेत : बच्चे को टोपियों में लाल, हरा तथा पीला रंग भरने के लिए भी कहा जा सकता है।

अभ्यास-4.2

1. मिलान कीजिए :

(क)		$\frac{1}{4}$	आठवाँ हिस्सा
(ख)		$\frac{2}{3}$	एक चौथाई हिस्सा
(ग)		$\frac{1}{2}$	एक तिहाई हिस्सा
(घ)		$\frac{1}{6}$	आधा हिस्सा
(ङ)		$\frac{1}{8}$	छठा हिस्सा
(च)		$\frac{1}{3}$	दो तिहाई हिस्सा

2. मिलान कीजिए :

(क)	$\frac{1}{10}$	(i)	एक चौथाई भाग
(ख)	$\frac{1}{2}$	(ii)	आधा भाग
(ग)	$\frac{1}{4}$	(iii)	एक तिहाई भाग
(घ)	$\frac{1}{8}$	(iv)	छठा भाग
(ङ)	$\frac{1}{6}$	(v)	दसवाँ भाग
(च)	$\frac{1}{3}$	(vi)	आठवाँ भाग

3. रिक्त स्थान भरिए :

(क)	9 अमरूदों का $\frac{1}{3}$ भाग	=	☐	अमरूद
(ख)	12 टॉफियों का $\frac{1}{6}$ भाग	=	☐	टॉफियाँ
(ग)	18 कुल्फियों का $\frac{1}{6}$ भाग	=	☐	कुल्फियों
(घ)	16 पेंसिलों का $\frac{1}{4}$ भाग	=	☐	पेंसिलें
(ङ)	20 रूपए का $\frac{1}{10}$ भाग	=	☐	रुपए
(च)	100 पेंसिलों का $\frac{1}{10}$ भाग	=	☐	पेंसिले
(छ)	100 सेंटीमीटर का $\frac{1}{10}$ भाग	=	☐	10 सेंटीमीटर
(ज)	32 लड्डुओं का $\frac{1}{8}$ भाग	=	☐	4 लड्डू

4. **नेहा के मामा जी एक बड़ी चॉकलेट लेकर आए जो निम्न अंकित चित्र के समान थी:**

(क) नेहा ने अपनी चॉकलेट का आधा हिस्सा अपनी बहन निधि को देने के बारे में सोचा, अब बताओ कि नेहा ने अपनी चॉकलेट के कितने टुकड़े निधि को दिए ?

(ख) नेहा ने इस चॉकलेट का आठवाँ हिस्सा अपनी दादी को देने के बारे में सोचा, अब बताओ कि वह अपनी चॉकलेट के कितने टुकड़े दादी जी को देगी ?

(ग) नेहा ने चॉकलेट का एक चौथाई हिस्सा अपनी मम्मी को देने के बारे में सोचा, अब बताओ कि वह अपनी मम्मी को कितने टुकड़े देगी ?

(घ) उपरोक्त के अनुसार सभी को देने के बाद बाकी चॉकलेट नेहा ने खा ली। उसको चॉकलेट के कितने टुकड़े मिले होंगे ?

5. **अर्जुन पाँचवीं कक्षा में पढ़ता है। वह अपना दिन निम्नलिखित अनुसार व्यतीत करता है :**

- पूरे दिन का एक चौथाई समय स्कूल में
- पूरे दिन का एक तिहाई समय नींद लेने में
- पूरे दिन का 12 वाँ हिस्सा टी वी देखने में
- पूरे दिन का 12 वाँ हिस्सा खेलने में
- पूरे दिन का 8 वाँ हिस्सा पढ़ने में लगाता है।
- दादा-दादी के साथ दिन का 8 वाँ हिस्सा व्यतीत करता है।

बताइए :

(क) अर्जुन प्रतिदिन स्कूल में कितना समय व्यतीत करता है ?

(ख) अर्जुन प्रतिदिन कितने घंटे सोता है ?

(ग) अर्जुन कितना समय टी. वी. देखता है ?

(घ) अर्जुन कुल मिलाकर कितना समय खेलने में लगाता है ?

(ङ) अर्जुन कितने घंटे घर पर पढ़ता है।

(च) दादा-दादी के साथ कितना समय व्यतीत करता है।

नोट : अध्यापक विद्यार्थियों को बताएगा कि एक दिन में 24 घंटे होते हैं।

4.3 समान भिन्नों का पता लगाना

हमने पिछली कक्षा में पढ़ा है कि समान/तुल्य भिन्न बनाने के लिए उसके अंश तथा हर के गुणज का प्रयोग किया जाता है जैसे :

$$\frac{3}{4} \text{ की समान भिन्नें } \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{15} \text{ .... आदि।}$$

इस प्रकार जब यह ज्ञात करना हो कि कोई दो भिन्नात्मक संख्याएँ समान/तुल्य हैं या नहीं, यह ज्ञात करने के लिए गुणनफल की विधि का प्रयोग किया जाता है अर्थात पहली भिन्न के अंश को दूसरी भिन्न के हर से गुणा किया जाता है तथा इसी तरह पहली भिन्न के हर को दूसरी भिन्न के अंश से तिरछे रूप में गुणा किया जाता है। यदि दोनों का गुणनफल समान हो तो यह भिन्न समान होती है, जैसे :

यदि हमने यह पता करना हो कि $\frac{1}{3}$ और $\frac{3}{9}$ समान भिन्न है या नहीं तो निम्नलिखित विधि द्वारा ज्ञात करेंगे :

भिन्न $\frac{1}{3}$ का अंश = 1 तथा हर = 3, इसी प्रकार भिन्न $\frac{3}{9}$ का अंश 3 तथा हर 9 है।

अब :

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{9}$$

पहली भिन्न का अंश × दूसरी भिन्न का हर = 1 × 9 = 9

पहली भिन्न का हर × दूसरी भिन्न का अंश = 3 × 3 = 9

अथवा 9 × 1 तथा 3 × 3

9 = 9

दोनों गुणनफल बराबर (9) हैं, इसलिए ये भिन्नें समान हैं।

उदाहरण 1 : क्या $\frac{2}{3}$ तथा $\frac{4}{9}$ समान भिन्न है ?

हल : पहली भिन्न का अंश × दूसरी भिन्न का हर = 2 × 9 = 18

पहली भिन्न का हर × दूसरी भिन्न का अंश = 3 × 4 = 12

अथवा

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{9}$$

2 × 9 तथा 4 × 3

18 तथा 12

क्योंकि गुणनफल बराबर नहीं है, इसलिए ये भिन्न समान नहीं है।

उदाहरण 2 : क्या $\frac{3}{8}$ तथा $\frac{6}{16}$ समान भिन्न है ?

हल : पहली भिन्न का अंश × दूसरी भिन्न का हर = $3 \times 16 = 48$

पहली भिन्न का हर × दूसरी भिन्न का अंश = $8 \times 6 = 48$

दोनो गुणनफल बराबर हैं, इसलिए ये भिन्न समान हैं।

अभ्यास-4.3

1. ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित भिन्न समान हैं या नहीं ?

(क) $\frac{3}{7}$ तथा $\frac{6}{14}$ (ख) $\frac{11}{14}$ तथा $\frac{77}{98}$ (ग) $\frac{6}{9}$ तथा $\frac{24}{36}$

(घ) $\frac{5}{8}$ तथा $\frac{10}{24}$ (ङ) $\frac{7}{12}$ तथा $\frac{14}{21}$ (च) $\frac{8}{9}$ तथा $\frac{40}{54}$

4.4 भिन्नात्मक संख्याओं का न्यूनतम रूप

वह भिन्न अपने न्यूनतमक रूप में होती है जिसके अंश तथा हर का सार्व गुणनखंड 1 होता है। इसलिए किसी भिन्न को न्यूनतम रूप में लिखने के लिए उसके भिन्न के अंश तथा हर को उसके म. स. व. (H.C.F.) से भाग किया जाता है, जैसे कि निम्नलिखित उदाहरण में दर्शाया गया है :

उदाहरण 1 : ज्ञात कीजिए कि भिन्न $\frac{21}{24}$ न्यूनतम रूप में हैं या नहीं, यदि नहीं तो इसका न्यूनतम रूप ज्ञान कीजिए।

हल : भिन्न $\frac{21}{24}$ न्यूनतम रूप में है या नहीं, ये ज्ञात करने के लिए हम भिन्न के अंश 21 तथा हर 24 का म.स.व. ज्ञात करेंगे।

21 तथा 24 का म.स.व. = 3

यह भिन्न न्यूनतम रूप में नहीं है क्योंकि अंश तथा हर का म.स.व. 1 नहीं है।

भिन्न $\frac{21}{24}$ को न्यूनतम रूप में लिखने के लिए अंश 21 तथा हर 24 को 3 से भाग करेंगे।

$$\frac{21}{24} = \frac{21 \div 3}{24 \div 3} = \frac{7}{8}$$

इसलिए भिन्न $\frac{21}{24}$ का न्यूनतम रूप $\frac{7}{8}$ है

उदाहरण 2 : ज्ञात कीजिए कि भिन्न $\frac{15}{17}$ न्यूनतम रूप में है या नहीं, यदि नहीं तो उसका न्यूनतम रूप ज्ञात कीजिए।

हल : भिन्न $\frac{15}{17}$ न्यूनतम रूप में है या नहीं, यह ज्ञात करने के लिए हम भिन्न के अंश 15 तथा हर 17 का म.स.व. ज्ञात करेंगे।

15 तथा 17 का म.स.व. = 1

इसलिए , भिन्न $\frac{15}{17}$ न्यूनतम रूप में हैं।

नोट : जब हम किसी भिन्न को न्यूनतम रूप में दर्शाते हैं तो वह भिन्न न्यूनतम रूप की एक समान/तुल्य भिन्न होती है।

उपरोक्त उदाहरण 1 में $\frac{21}{24}$, $\frac{7}{8}$ की समान/तुल्य भिन्न है।

अभ्यास-4.4

1. ज्ञात करो कि निम्नलिखित भिन्नें न्यूनतम रूप में हैं या नहीं ?

(क) $\frac{12}{14}$ (ख) $\frac{21}{35}$ (ग) $\frac{13}{17}$ (घ) $\frac{25}{50}$ (ङ) $\frac{14}{21}$

(च) $\frac{8}{13}$ (छ) $\frac{7}{15}$ (ज) $\frac{14}{27}$ (झ) $\frac{25}{35}$ (ञ) $\frac{18}{23}$

2. नीचे दी गई भिन्नों को न्यूनतम रूप में लिखें।

(क) $\frac{4}{8}$ (ख) $\frac{12}{18}$ (ग) $\frac{15}{20}$ (घ) $\frac{35}{45}$ (ङ) $\frac{24}{36}$

(च) $\frac{8}{12}$ (छ) $\frac{18}{21}$ (ज) $\frac{25}{45}$ (झ) $\frac{6}{12}$ (ञ) $\frac{9}{27}$

4.5 समान हर (सम हर) तथा असमान हर (विषम हर) भिन्न

जिन भिन्नों का हर समान होता है, उनको समान हर (सम हर) भिन्न कहा जाता है। जिन भिन्नों को हर समान नहीं होता है, उन्हें असमान हर (विषम हर) भिन्न कहा जाता है,

जैसे :

$\frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{2}{8}$ इन सभी भिन्नों का हर 8 है। इसलिए , ये समान हर (सम हर)भिन्न हैं।

$\frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{4}{7}, \frac{5}{12}, \frac{2}{17}$ इन सभी भिन्नों के हर अलग-अलग हैं, इसलिए , ये असमान हर (विषम हर) भिन्नें हैं।

उदाहरण 1 : $\frac{3}{6}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}$ में से समान हर भिन्नें लिखिए।

हल : उपरोक्त भिन्नों में $\frac{3}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}$ समान हर (सम हर) भिन्नें है।

4.6 इकाई भिन्न

जिन भिन्नों का अंश 1 है, वह इकाई भिन्न कहलाती है।

जैसें : $\frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{12}$

उदाहरण 1 : इकाई भिन्न बनाइए , जिसका हर 6 हो।

हल : इकाई भिन्न का हर 6 है $= \frac{1}{6}$

4.7 उचित भिन्न तथा अनुचित भिन्न

जिस भिन्न का अंश, हर से छोटा होता है, उसे उचित भिन्न कहते हैं, जैसे :

$\frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{14}{17}$ इन भिन्नों का अंश, हर से छोटा है। इसलिए , ये उचित भिन्नें हैं।

जिस भिन्न का अंश, हर से बड़ा हो, वह अनुचित भिन्न कहलाती है जैसे :

$\frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{24}{13}$ इन भिन्नों का अंश, हर से बड़ा है। इसलिए , ये अनुचित भिन्न हैं।

उदाहरण 2 : नीचे दी गई भिन्नात्मक संख्याओं में से उचित भिन्न या अनुचित भिन्न बताइए :

$\frac{7}{12}, \frac{9}{4}$

हल : $\frac{7}{12}$ = उचित भिन्न। (क्योंकि अंश, हर से छोटा है)

$\frac{9}{4}$ अनुचित भिन्न (क्योंकि अंश, हर से बड़ा है)

अभ्यास-4.5

1. निम्नलिखित भिन्नों के समूह में से कौन समान हर तथा कौन से असमान हर भिन्नों के समूह हैं।

(क) $\frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7}$

(ख) $\frac{6}{9}, \frac{4}{9}, \frac{1}{9}$

(ग) $\frac{9}{12}, \frac{7}{11}, \frac{7}{12}$

(घ) $\frac{7}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$

(ङ) $\frac{5}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}$

2. निम्नलिखित में से प्रत्येक समूह के लिए दो समहर भिन्न लिखिए।

(क) $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, -, -$ (ख) $\frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, -, -$ (ग) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{9}{7}, -, -$

3. वह इकाई भिन्न लिखिए, जिसका हर निम्नलिखित अनुसार हो।

(क) 7 (ख) 5 (ग) 8 (घ) 3 (ङ) 15

4. निम्नलिखित भिन्नों में से कौन-सी उचित भिन्न तथा कौन-सी अनुचित भिन्न हैं।

(क) $\frac{7}{12}$ (ख) $\frac{8}{3}$ (ग) $\frac{12}{18}$ (घ) $\frac{3}{5}$ (ङ) $\frac{7}{9}$

4.8 बड़ी (दीर्घ) तथा छोटी (लघु) भिन्न ज्ञात करना

गतिविधि

अध्यापक विद्यार्थियों के साथ एक पार्टी सम्बन्धी बातचीत करेगा :

कर्ण तथा उसके मित्रों को केक बहुत पसंद है। वे चार केक लेकर एक पार्क में पार्टी करने के लिए गए। कर्ण के मित्र अलग-अलग टोलियों में निम्नांकित चित्रों के अनुसार बैठ गए। कर्ण की मर्ज़ी है कि वह किसी भी टोली में जाकर बैठ सकता था। फिर उस टोली के बच्चों में बराबर केक बाँटा जाएगा।

कर्ण

पार्टी का दृश्य

टोली 1 टोली 2 टोली 3 टोली 4

अध्यापक बच्चों से प्रश्न करेगा कि कर्ण कौन सी टोली में बैठेगा। बच्चे अपनी समझ के अनुसार कर्ण की टोली के बारे में बताएंगे।

अब अध्यापक द्वारा टोलियों की ओर से अपना केक बाँटने सम्बन्धी प्रश्न पूछा जाएगा।

यदि कर्ण टोली 1 में बैठता है तो टोली में पहले से ही 7 बच्चे थे तथा कर्ण के आने से 8 बच्चे हो जाएँगे, तो केक 8 बराबर हिस्सों में बाँटा जाएगा। कर्ण को $\frac{1}{8}$ भाग मिलेगा।

यदि कर्ण टोली 2 में बैठता है तो उसमें कर्ण सहित 2 बच्चे होंगे। केक दो बराबर हिस्सों में बाँटा जाएगा तथा कर्ण को केक का $\frac{1}{2}$ भाग मिलेगा।

कर्ण यदि टोली 3 में बैठता है तो कर्ण सहित टोली में 4 बच्चे होंगे। केक चार बराबर हिस्सों में बाँटा जाएगा तथा कर्ण को केक का $\frac{1}{4}$ भाग मिलेगा।

यदि कर्ण टोली 4 में बैठता है तो टोली में कर्ण सहित 3 बच्चे हो जाएंगे। टोली के केक को तीन बराबर हिस्सों में बाँटा जाएगा तथा कर्ण को केक का $\frac{1}{3}$ भाग मिलेगा।

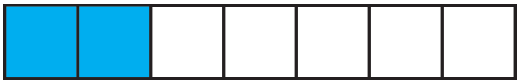
अब हम देख सकते हैं कि केक के $\frac{1}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ भागों में $\frac{1}{2}$ भाग बड़ा (अधिक) है।

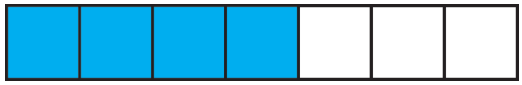
उपरोक्त से हमें ज्ञात होता है कि जब भिन्नों के अंश बराबर हों तो सबसे छोटे हर वाली भिन्न सबसे बड़ी होती है। इसी तरह बराबर अंश वाली भिन्नों में सबसे बड़े हर वाली भिन्न सबसे छोटी होती है।

उदाहरण 1 : $\frac{2}{3}$ तथा $\frac{2}{7}$ में से कौन सी भिन्न बड़ी है ?

हल : उपरोक्त दोनों भिन्नों का अंश एक समान है। इसलिए जिस भिन्न का हर छोटा है, वह भिन्न बड़ी है। इसलिए भिन्न $\frac{2}{3}$ बड़ी हैं।

अध्यापक कक्षा में जाकर कहेगा कि मेरे पास कुछ विलक्षण चॉकलेट हैं, जिनके कुछ हिस्सों में बादाम लगे हुए हैं तथा कुछ हिस्से बिना बादाम के हैं। ये चॉकलेट कुछ इस प्रकार की हैं (अध्यापक ब्लैक-बोर्ड पर निम्न अंकित चित्र बनाकर बताएगा)

चॉकलेट (क) 

चॉकलेट (ख) 

अध्यापक बताएगा कि चॉकलेट (क) के 7 भागों में से 2 भागों पर बादाम लगे हुए हैं, इसलिए हम कह सकते हैं कि बादाम वाला हिस्सा $\frac{2}{7}$ है। चॉकलेट (ख) के 7 में से 4 हिस्से बादाम वाले हैं, इसलिए इस चॉकलेट का बादाम वाला हिस्सा $\frac{4}{7}$ है। उपरोक्त चित्रों से स्पष्ट होता है कि चॉकलेट (ख) के अधिक (अधिक) हिस्से में बादाम लगे हुए हैं।

चॉकलेट (क) की भिन्न $= \frac{2}{7}$

चॉकलेट (ख) की भिन्न $= \frac{4}{7}$

चित्र देखने से ही ज्ञात हो जाता है कि भिन्न $\frac{4}{7}$, भिन्न $\frac{2}{7}$ से बड़ी है।

किन्ही दो भिन्नों के हर बराबर हो तो अधिक (बड़े) अंश वाली भिन्न बड़ी होती है तथा छोटे (कम) अंश वाली भिन्न छोटी होती है।

उदाहरण 2 : $\frac{3}{5}$ तथा $\frac{1}{5}$ में से कौन सी भिन्न बड़ी है ?

हल : उपरोक्त दोनों भिन्नों का हर एक समान है। इसलिए जिस भिन्न का अंश बड़ा है, वह भिन्न बड़ी है। इसलिए $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$ से बड़ी भिन्न है।

उदाहरण 3 : निम्नलिखित भिन्नों के समूह को आरोही (बढ़ते) क्रम में लिखिए।

$\frac{4}{12}, \frac{4}{9}, \frac{4}{7}, \frac{4}{15}$

हल : उपरोक्त भिन्नों के समूह में सभी भिन्नों के अंश बराबर हैं। इसलिए जिस भिन्न का हर सबसे बड़ा है, वह भिन्न सबसे छोटी भिन्न है। इस तरह उपरोक्त भिन्नों के समूह में से $\frac{4}{15}$ भिन्न छोटी भिन्न है। $\frac{4}{12}, \frac{4}{9}, \frac{4}{7}, \frac{4}{15}$ आरोही (बढ़ते) क्रम में हैं।

उदाहरण 4 : $\frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}$ को आरोही (बढ़ते) क्रम में लिखिए।

हल : $\frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}$

उपरोक्त भिन्नों के समूह में सभी भिन्नों के हर बराबर हैं, इसलिए जिस भिन्न का अंश सबसे छोटा है वह भिन्न सबसे छोटी भिन्न है कहने का मतलब है कि $\frac{3}{9}$ सबसे छोटी भिन्न है।

$\frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$ आरोही (बढ़ते) क्रम में हैं।

अभ्यास-4.6

1. निम्नलिखित भिन्नों में से बड़ी भिन्न बताइए।

(क) $\frac{2}{5}, \frac{2}{3}$ (ख) $\frac{7}{9}, \frac{2}{12}$ (ग) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}$ (घ) $\frac{4}{6}, \frac{4}{8}$ (ङ) $\frac{3}{7}, \frac{3}{11}$

(च) $\frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ (छ) $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ (ज) $\frac{5}{8}, \frac{7}{8}$

2. निम्नलिखित भिन्नों में से छोटी भिन्न बताइए।

(क) $\frac{3}{5}, \frac{3}{4}$ (ख) $\frac{5}{8}, \frac{5}{12}$ (ग) $\frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ (घ) $\frac{3}{6}, \frac{3}{8}$ (ङ) $\frac{5}{7}, \frac{5}{11}$

(च) $\frac{8}{12}, \frac{5}{12}$ (छ) $\frac{9}{4}, \frac{7}{4}$ (ज) $\frac{9}{8}, \frac{7}{8}$

3. नीचे दी गई भिन्नों के समूहों को आरोही (बढ़ते) क्रम में लिखिए।

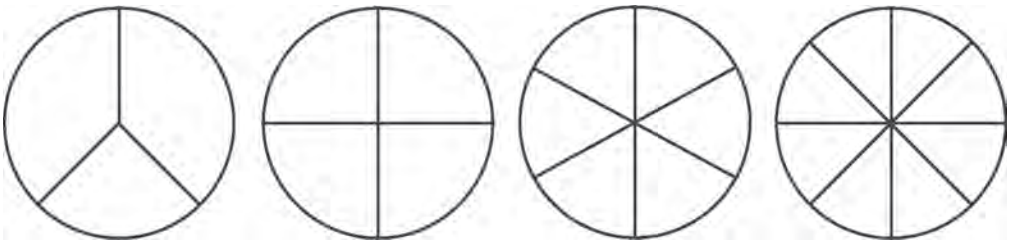
(क) $\frac{7}{12}, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}$ (ख) $\frac{5}{12}, \frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{5}{4}$ (ग) $\frac{6}{11}, \frac{4}{11}, \frac{9}{11}, \frac{3}{11}$

(घ) $\frac{7}{8}, \frac{7}{12}, \frac{7}{4}, \frac{7}{2}$ (ङ) $\frac{12}{15}, \frac{12}{13}, \frac{12}{17}, \frac{12}{10}$

गतिविधि

आओ खेलें : –

एक मोटे कागज़ के चार बराबर आकार के चक्र (वृत्त) कैंची की मदद से काटिए। दिखाए गए चित्रों के अनुसार चारों वृत्तों को भिन्न-भिन्न बराबर हिस्सों (समान भागों) में काटिए।



इन टुकड़ों के ढेरों को मेज़ पर बना कर रखो। अब डाइस के छह फलको (सतहों) पर निम्नलिखित अनुसार भिन्न लिखिए।

$\boxed{\frac{1}{3}}$ $\boxed{\frac{1}{4}}$ $\boxed{\frac{1}{6}}$ $\boxed{\frac{1}{6}}$ $\boxed{\frac{1}{8}}$ $\boxed{\frac{1}{8}}$

अध्यापक $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ लिखे हुए चार कार्ड बना कर कक्षा के किन्हीं चार विद्यार्थियों को इस खेल के लिए बुलाएगा तथा उन से बार-बार चारों कार्डों (उलटी सतह से) में से एक-एक कार्ड खींचने के लिए कहेगा। विद्यार्थी अब अपने कार्ड देखेंगे और कार्ड अपने पास रखेंगे। विद्यार्थी अब बार-बार पासा फेंकगे तथा यदि पासे पर उसके कार्ड वाली भिन्न आती है तो वह आई हुई भिन्न के अनुसार कटा हुआ हिस्सा (खण्ड) उठाएगा, जैसे कि $\frac{1}{4}$ भिन्न कार्ड वाले विद्यार्थी के पासा फेंकने पर $\frac{1}{4}$ आता है तो वह कागज़ के कटे हुए $\frac{1}{4}$ हिस्से (खण्ड) वाला भाग अपने पास रख लेगा। इस प्रकार बार-बार पासा फेंकते हुए तथा कटे हुए हिस्से उठाते हुए जिस विद्यार्थी की वृत्त की आकृति पूरी हो जाएगी, वह उस खेल का विजेता होगा तथा उसके स्थान पर नया विद्यार्थी खेल में शामिल हो जाएगा और खेल जारी रहेगा।

गतिविधि

अध्यापक रंगीन चॉकलेट की गोलियों का पैकट लेकर आए तथा विद्यार्थियों के साथ मिलकर उस पैकट की गोलियाँ गिनकर गिनती (संख्या) ब्लैक बोर्ड पर लिखेगा। फिर विद्यार्थियों को भिन्न-भिन्न

रंग की गोलियाँ अलग करने के लिए कहा जाए तथा प्रत्येक रंग की गोलियों की गिनती ब्लैक बोर्ड पर लिखेगा। फिर विद्यार्थी प्रत्येक रंग की गोलियों की भिन्न कॉपी पर लिखने के लिए कहेगा।

अध्यापक इसके पश्चात भिन्नात्मक संख्याओं पर कक्षा के माहौल के अनुरूप चर्चा कर सकता है।

4.9 भिन्न को दशमलव के रूप में लिखना

जैसे कि आप जानते हो कि इकाई से लाख तक की स्थानीय मान सारणी निम्नलिखित अनुसार है:

लाख		हज़ार		इकाइयाँ		
दस लाख	लाख	दस हज़ार	हज़ार	सैंकड़ा	दहाई	इकाई
10,00,000	1,00,000	10,000	1000	100	10	1

अब तक हमने इकाई से शुरू कर दाईं से बाईं ओर चलते लाख तक के स्थानों का अध्ययन किया है। अब हम इकाई से शुरू कर बाईं से दाईं तरफ की ओर स्थानीय मान सारणी का विस्तार करेंगे।

सैंकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवाँ	हज़ारवाँ
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

अध्यापक बच्चों को बताएगा कि जैसे $\frac{1}{10}$ (एक दहाई) का अर्थ है कि किसी भी संख्या को दस बराबर (समान) खण्डों (हिस्सों) में से एक खण्ड (हिस्सा)। इसको हम दशमलव रूप में 0.1 लिखते है तथा शून्य दशमलव तक पढ़ते हैं।

इसी तरह विभिन्न भिन्नों का दशमलव रूप निम्नलिखित अनुसार होता है :

$\frac{3}{10} = 0.3$ (शून्य दशमलव तीन)

$\frac{5}{10} = 0.5$ (शून्य दशमलव पाँच)

किसी भी भिन्न को जिसका कि हर 10, 100, 1000 हो, को हम दशमलव रूप में दर्शा सकते हैं जैसे कि $\frac{1}{100}$ (एक सौवाँ) को 0.01 लिखेंगे तथा शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ेंगे। इसी तरह $\frac{1}{1000}$ (एक हज़ारवें) को 0.001 लिखेंगे तथा शून्य दशमलव शून्य-शून्य एक पढ़ेंगे।

इसी तरह हम अन्य भिन्न जैसे :

(क) $\frac{4}{100}$ = 0.04 (शून्य दशमलव शून्य चार)

(ख) $\frac{9}{1000}$ = 0.009 (शून्य दशमलव शून्य-शून्य नौ)

(ग) $\frac{35}{10}$ = 3.5 (तीन दशमलव पाँच)

4.9.1 वह भिन्न, जिनका हर 10, 100, 1000 नहीं

इस तरह हम किसी भी भिन्न जिसका हर 10, 100 अथवा 1000 ना हो, के हर को 10, 100 या 1000 में बदलकर भी भिन्न को दशमलव के रूप में दर्शा सकते हैं जैसे : $\frac{1}{2}$ का हर 2 है, इसके हर को 10 में बदलने (परिवर्तित) के लिए उसे 5 से गुणा करना पड़ेगा। यदि हम हर को 5 से गुणा करेंगे तो अंश को भी 5 से गुणा करेंगे ताकि भिन्न का सही रूप रखा जा सके।

$\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ = 0.5 (शून्य दशमवल पाँच)

उदाहरण 1 : $\frac{5}{4}$ को दशमलव रूप में लिखिए :

हल : भिन्न के हर 4 को 100 में बदला जा सकता है।

$\frac{5 \times 25}{4 \times 25} = \frac{125}{100}$ = 1.25 (एक दशमलव दो पाँच)

भिन्नों को दशमवल रूप में बदलते समय भिन्न का हर 10, 100 अथवा 1000 करने उपरान्त अंश को लिख लीजिए तथा फिर जितने शून्य हर में हैं, दाईं और से बाईं ओर उतने ही स्थान छोड़कर बिन्दु (दशमलव) लगाइए, जैसे :

$\frac{21}{10}$ को दशमलव रूप में बदलने के लिए 21 लिखिए, अब हर में एक शून्य है, इसलिए हम अंश के बाईं ओर गिनकर 1 को छोड़कर दशमलव लगायेंगे। इस तरह हमें $\frac{21}{10}$ का भिन्न रूप 2.1 प्राप्त होगा।

यदि अंश में अंकों की कमी हो तो अंश के सबसे बाएँ अंक के बाईं ओर हर के अंकों की गिनती के अनुसार शून्य लगाएंगे जैसे :-

$\frac{48}{1000}$ को दशमलव रूप में बदलने हेतु 48 लिखिए, अब हर में तीन शून्य हैं, परन्तु अंश में सिर्फ दो ही अंक है। इसलिए हम अंश के अंक 4 के बाईं ओर दो शून्य लगाएंगे जिससे हमें 0048 प्राप्त होगा। हम अंश के बाईं ओर से गिनकर तीन अंको को छोड़कर दशमलव लगाएंगे। इस तरह हमें $\frac{48}{1000}$ का भिन्न रूप 0.048 प्राप्त होगा।

4.10 दशमलव को भिन्न रूप में लिखना

जैसे हम किसी भी भिन्न को दशमलव रूप में बदल सकते हैं, इसी प्रकार ही हम दशमलव रूप को भिन्नों में बदल सकते हैं। इसलिए हम दशमलव रूप में दशमलव स्थान को देखकर हर में 10, 100 तथा 1000 लिखेंगे जैसे :

$0.5 = \frac{5}{10}$

$0.02 = \frac{2}{100}$

याद रखो

यदि दशमलव के पश्चात
1 अंक है तो हर 10,
2 अंक हो तो हर 100 तथा
3 अंक हो तो हर 1000 होगा।

उदाहरण 1 : 1.5 को भिन्न रूप में दर्शाओ।

हल : 1.5 में दशमलव स्थान के बाद एक अंक है, इसलिए हर में अंक 1 के साथ एक शून्य लगाया जाएगा तथा अंश में से दशमलव हटा दिया जाएगा। इस प्रकार हमें $\frac{15}{10}$ प्राप्त होगा।

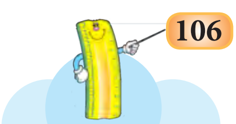
यथा $1.5 = \frac{15}{10}$

उपरोक्त उदाहरण में प्राप्त भिन्न $\frac{15}{10}$ न्यूनतम रूप में नहीं है। न्यूनतम रूप प्राप्त करने के लिए 15 तथा 10 के म.स.व. 5 को दोनों अंश तथा हर से भाग करेंगे।

$\frac{15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{3}{2}$, इसलिए 1.5 का भिन्न रूप $\frac{3}{2}$ है।

उदाहरण 2 : 3.25 को भिन्न रूप में दर्शाओ।

हल : $3.25 = \frac{325}{100}$



325 तथा 100 का म.स.व. = 25

$\frac{325 \div 25}{100 \div 25} = \frac{13}{4}$, इसलिए 3.25 का भिन्न रूप $\frac{13}{4}$ है।

अभ्यास-4.7

1. निम्नलिखित भिन्नों का दशमलव रूप दर्शाओ।

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $\frac{35}{100}$ (c) $\frac{31}{1000}$ (d) $\frac{117}{100}$ (e) $\frac{37}{10}$

2. निम्नलिखित भिन्नात्मक संख्याओं में प्रत्येक भिन्न को दशमलव रूप में बदलो।

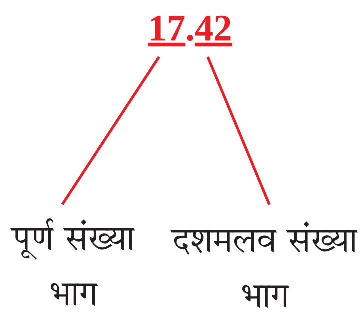
(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{15}{20}$ (c) $\frac{4}{25}$ (d) $\frac{5}{4}$ (e) $\frac{7}{40}$

3. निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को भिन्न रूप में लिखिए।

(a) 1.3 (b) 1.75 (c) 4.5 (d) 0.35 (e) 0.8
(f) 3.84 (g) 8.345 (h) 0.024 (i) 3.001 (j) 0.98

◆ 4.10 (i) समान तथा असमान दशमलव संख्याएँ

हमे पता है कि दशमलव संख्याओं के दो भाग होते हैं। एक भाग पूर्ण संख्या तथा दूसरा भाग दशमलव संख्या।



- यदि दी गई दशमलव संख्याओं में दशमलव संख्याओं की संख्या बराबर हो तो उसे समान दशमलव संख्या कहा जाता है जैसे 3.48 तथा 5.45
- यदि दी गई दशमलव संख्याओं में दशमलव संख्या भाग की संख्या (गिनती) बराबर न हो तो उसे असमान दशमलव संख्या कहा जाता है जैसे 3.4 तथा 5.65

हम असमान दशमलव संख्या को समान दशमलव संख्या में परिवर्तित कर सकते हैं। असमान दशमलव संख्याओं के समान दशमलव संख्याओं में बदलने के लिए हम दशमलव संख्या के दाईं ओर ज़रूरत के अनुसार 0 लगा सकते हैं। इससे दशमलव संख्या के मूल्य में कोई अन्तर नहीं पड़ता। जैसे कि 3.4 को 3.40 भी लिख सकते हैं। जिसके द्वारा यह दूसरी संख्या जो कि 5.65 है, के समान जैसे समान दशमलव बन जाएगी तथा संख्या के मूल्य में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

उदाहरण 1 : निम्नलिखित संख्याओं को समान दशमलव संख्याओं में परिवर्तित कीजिए।
7.3, 42.506, 0.4, 0.72, 418.33

हल : दी गई दशमलव संख्याओं में अधिक से अधिक दशमलव संख्याओं की संख्या तीन है। इसलिए हम इन सभी संख्याओं को इस प्रकार लिखेंगे कि प्रत्येक दशमलव संख्या भाग में संख्याओं की गिनती तीन हो जाए।

7.3 = 7.300, 0.4 = .400, 418.33 = 418.330

42.506 = 42.506, 0.72 = 0.720

4.11 दशमलव संख्याओं का योग (जोड़) तथा व्यवकलन (घटाव)

दशमलव संख्याओं का योग (जोड़) तथा व्यवकलन (घटाव) सामान्य योग (जोड़) तथा व्यवकलन (घटाव)की तरह ही होता है। इसमें हम समान दशमलव संख्याओं को कॉलम (पंक्ति) में इस प्रकार रखेंगे कि दशमलव बिन्दु एक दूसरे के बिल्कुल नीचे हों।

यदि दशमलव संख्या भाग असमान हो तो उनको समान दशमलव संख्या भाग में परिवर्तित कर पंक्ति में एक दूसरे के नीचे लिखकर सामान्य योग व्यवकलन की तरह कर सकते हैं।

उदाहरण 2 : 3.5, 4.2 तथा 6.1 को जोड़ो (योग करो)।

हल :

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ 4.2 \\ +\ 6.1 \\ \hline 13.8 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 3 : 5.22, 7.6 तथा 8.105 को जोड़ो (योग करो)।

हल :

$$\begin{array}{rcr} 5.22 & \longrightarrow & 5.220 \\ 7.6 & \longrightarrow & 7.600 \\ +\ 8.105 & \longrightarrow & +\ 8.105 \\ \cline{3-3} & & 20.925 \\ \cline{3-3} \end{array}$$

उदाहरण 4 : 3.25 का 6.48 में से व्यवकलन (घटाव) कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 6.48 \\ -\ 3.25 \\ \hline 3.23 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 5 : 2.124 को 4.3 में से घटाओ।

हल :

$$\begin{array}{rcr} 4.3 & \longrightarrow & 4.300 \\ 2.124 & \longrightarrow & -\ 2.124 \\ \cline{3-3} & & 2.176 \\ \cline{3-3} \end{array}$$

अभ्यास-4.8

1. नीचे दी गई दशमलव संख्याओं का योग पता कीजिए।

(a) 2.4, 5.3 तथा 4.1 (b) 6.25, 5.65 तथा 3.01

(c) 4.32, 2.320 तथा 7.038 (d) 8.4, 7.03 तथा 2.432

(e) 12, 13.8 तथा 8.120

2. निम्नलिखित का व्यवकलन ज्ञात कीजिए।

(a) 8.82 में से 7.31 (b) 6.9 में से 3.43 (c) 25.750 में से 15.375

(d) 45 में से 13.220 (e) 13.752 में से 9.27

4.12 दशमलव का ग़ुणन (गुणा)

दशमलव संख्याओं का गुणन तथा भाग भी सामान्य संख्या की तरह की जा सकती है। दशमलव संख्याओं का गुणन निम्नलिखित पदों के अनुसार कीजिए।

पद 1. दशमलव स्थान लिए बिना पूर्ण संख्या का गुणन कीजिए।

पद 2. दशमलव संख्याओं में दशमलव के पश्चात अंकों की गणना कीजिए।

पद 3. गुणनफल में दाईं से बाईं ओर चलते हुए कुल दशमलव अंकों की गणना के बराबर अंक छोड़कर दशमलव लगाइए।

पग 4. यदि गुणनफल के अंकों की संख्या कुल दशमलव के अंकों की संख्या से कम होती है तो इस स्थिति में गुणनफल के बाईं और आवश्यकता के अनुसार 0 (शून्य) लगाकर दशमलव लगाया जाता है।

उदाहरण 1 : निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(a) 3.24×4

हल :

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 4 \\ \hline 1296 \\ \hline \end{array}$$

3.24 में दशमलव के पश्चात दो दशमलव स्थान हैं। इसलिए , 1296 में दशमलव दाईं से बाईं तरफ दो अंक छोड़कर लगाने से 12.96 गुणनफल प्राप्त होगा।

(b) 4.12×8

$$\begin{array}{r} 412 \\ \times 8 \\ \hline 3296 \\ \hline \end{array}$$

4.12 में दशमलव के पश्चात दो दशमलव स्थान हैं। इसलिए 3296 में दशमलव दाईं से बाईं ओर दो अंक छोड़कर लगाने से 32.96 गुणनफल प्राप्त होगा।

उदाहरण 2 : निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(a) 4.08×15

हल :

408
× 15
2040
4080
6120

$4.08 \times 15 = 61.20$

(b) 6.13×1.4

613
× 14
2452
6130
8580

$6.13 \times 1.4 = 8.582$

4.13 दशमलव का विभाजन

किसी भी दशमलव वाली संख्या को किसी पूर्ण संख्या अथवा दशमलव संख्या से विभाजित करने का ढंग (नियम) पूर्ण संख्याओं के विभाजन ढंग जैसा ही है।

उदाहरण 1 : 4.48 को 4 से विभाजन कीजिए

हल :

4) 4.48 (1.12
4
04
4
08
8
0

उदाहरण 2 : 7.32 को 6 से विभाजन कीजिए।

हल :

6) 7.32 (1.22
6
13
12
12
12
0

उदाहरण 3 : 3.48 को 4 से भाग (विभाजन) कीजिए।

हल :

4) 3.48 (0.87
0
34
32
28
28
×

अभ्यास-4.9

1. **निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का गुणनफल ज्ञात कीजिए।**

   (a) 5.15×6 (b) 52.4×2 (c) 0.31×5

   (d) 9.05×0.2 (e) 7.24×2.3

2. **निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का विभाजन ज्ञात कीजिए।**

   (a) $18.24 \div 3$ (b) $8.64 \div 4$ (c) $2.48 \div 8$

   (d) $16.5 \div 15$ (e) $34.3 \div 7$

हमने जो सीखा (Learning Outcomes)

- भिन्नात्मक भागों (हिस्सों) को समझने योग्य होना।
- भिन्नों की तुलना करने योग्य होना।
- भिन्न को दशमलव रूप और दशमलव को भिन्न रूप में बदलने योग्य बनना।
- सामान्य जीवन में भिन्नों की महत्ता को समझने योग्य बनना।

उत्तर-माला

अभ्यास-4.1

1. (a) $\frac{4}{9}$ (b) $\frac{5}{9}$
2. (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$
3. (a) $\frac{6}{11}$ (b) $\frac{5}{11}$
4. (a) 6 (b) 3 (c) 2

अभ्यास-4.2

3. (क) 3 अमरूद (ख) 2 टॉफियाँ (ग) 3 कुल्फियाँ (घ) 4 पेंसिलें
   (ङ) 2 रुपए (च) 10 पैसे (छ) 10 सेंटीमीटर (ज) 4 लड्डू

4. (क) 8 (ख) 2 (ग) 4 (घ) 4

5. (क) 6 घंटे (ख) 8 घंटे (ग) 2 घंटे (घ) 2 घंटे (ङ) 3 घंटे

अभ्यास-4.3

1. (क) हाँ (ख) हाँ (ग) हाँ (घ) नहीं (ङ) नहीं (च) नहीं

अभ्यास-4.4

1. (क) नहीं (ख) नहीं (ग) हाँ (घ) नहीं (ङ) नहीं (च) हाँ (छ) हाँ (ज) हाँ (झ) नहीं (म) हाँ

2. (क) $\frac{1}{2}$ (ख) $\frac{2}{3}$ (ग) $\frac{3}{4}$ (घ) $\frac{7}{9}$ (ङ) $\frac{2}{3}$ (च) $\frac{2}{3}$ (छ) $\frac{6}{7}$ (ज) $\frac{5}{9}$ (झ) $\frac{1}{2}$ (ञ) $\frac{1}{3}$

अभ्यास-4.5

1. (क) समान हर (ख) समान हर (ग) असमान हर (घ) समान हर (ङ) असमान हर

4. (क) उचित भिन्न (ख) अनुचित भिन्न (ग) उचित भिन्न (घ) उचित भिन्न (ङ) उचित भिन्न

अभ्यास-4.6

1. (क) $\frac{2}{3}$ (ख) $\frac{7}{9}$ (ग) $\frac{1}{4}$ (घ) $\frac{4}{6}$ (ङ) $\frac{3}{7}$ (च) $\frac{7}{9}$ (छ) $\frac{3}{4}$ (ज) $\frac{7}{8}$

2. (क) $\frac{3}{5}$ (ख) $\frac{5}{12}$ (ग) $\frac{4}{9}$ (घ) $\frac{3}{8}$

(ङ) $\frac{5}{11}$ (च) $\frac{5}{12}$ (छ) $\frac{7}{4}$ (ज) $\frac{7}{8}$

3. (क) $\frac{1}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}$ (ख) $\frac{5}{12}, \frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{5}{4}$ (ग) $\frac{3}{11}, \frac{4}{11}, \frac{6}{11}, \frac{9}{11}$

(घ) $\frac{7}{12}, \frac{7}{8}, \frac{7}{4}, \frac{7}{2}$ (ङ) $\frac{12}{17}, \frac{12}{15}, \frac{12}{13}, \frac{12}{10}$

अभ्यास-4.7

1. (a) 0.9   (b) 0.35   (c) 0.031   (d) 1.17
(e) 3.7

2. (a) 0.6   (b) .75   (c) .16   (d) 1.25
(e) 0.175

3. (a) $\frac{13}{10}$ (b) $\frac{175}{100}$ (c) $\frac{45}{10}$ (d) $\frac{35}{100}$
(e) $\frac{8}{10}$ (f) $\frac{384}{100}$ (g) $\frac{8345}{1000}$ (h) $\frac{24}{1000}$
(i) $\frac{3001}{1000}$ (j) $\frac{98}{100}$

अभ्यास-4.8

1. (a) 11.8   (b) 14.91   (c) 13.678   (d) 17.862
(e) 33.92

2. (a) 1.51   (b) 3.47   (c) 10.375   (d) 31.780
(e) 4.482

अभ्यास-4.9

1. (a) 30.9   (b) 104.8   (c) 1.55   (d) 1.81
(e) 16.652

2. (a) 6.08   (b) 2.16   (c) 0.31   (d) 1.1
(e) 4.9

धन (करंसी)

उद्देश्य : 1. रुपए पैसों का दैनिक जीवन में प्रयोग करना सीखना।
2. रुपयों को पैसे में बदलना सीखना।
3. धन को जोड़ना, घटाना, गुणा और भाग करना।
4. क्रियाओं का प्रयोग कर मूल्य, अदला-बदली, इकाई मूल्य तथा बहुपक्षीय मूल्य ज्ञात करना

दोहराई

आपने रुपए को पैसों में बदलना, रुपए को जोड़ना तथा रुपओं का अन्तर करना और रुपओं को अंकों/शब्दों में लिखना सीखा था।

आओ ! इनकी कुछ उदाहरणें करते हैं।

1. *a.* **रुपये को पैसे में बदलो :**

5 रुपए = ... पैसे

7 रुपए = ... पैसे

4 रुपए = ... पैसे

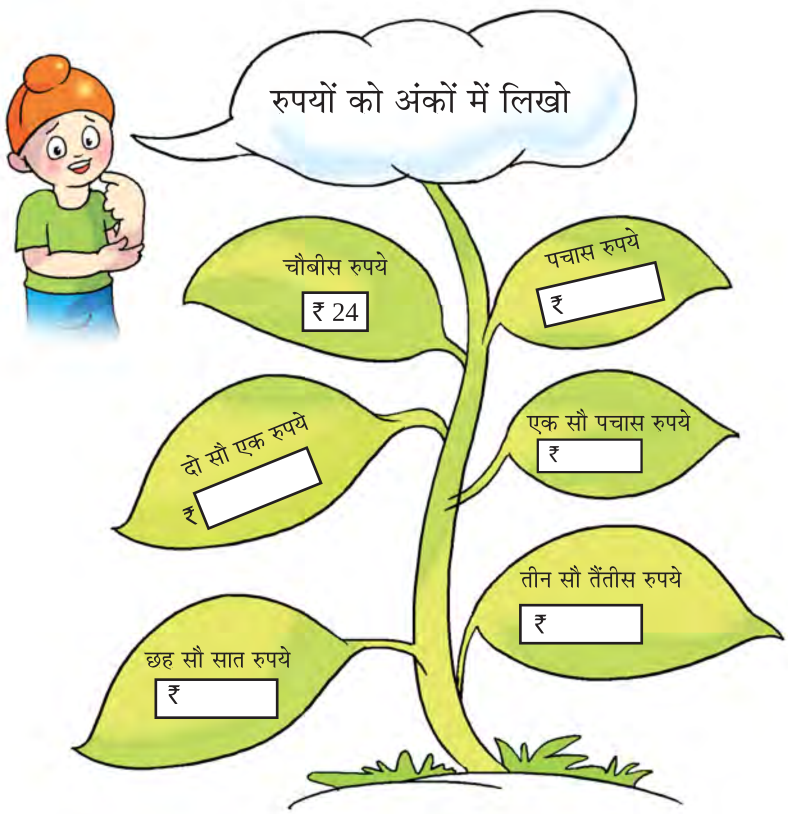
b. **मूल्य बताइए –**

₹ 15	₹ 25	₹ 75	₹ 125
+ ₹ 10	+ ₹ 50	+ ₹ 40	+ ₹ 315
______	______	______	______

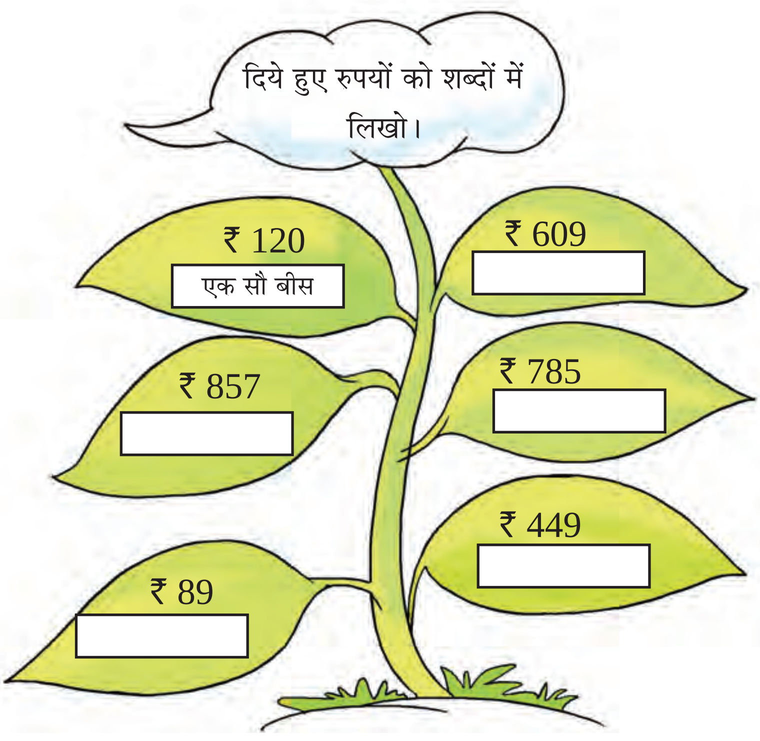
c. **अन्तर बताइए –**

₹ 255	₹ 428	₹ 504	₹ 482
– ₹ 105	– ₹ 203	– ₹ 157	– ₹ 301
______	______	______	______

2. निम्नलिखित राशि को अंकों में लिखो :



3. निम्नलिखित राशि को शब्दों में लिखो।



गतिविधि

5 .1 दैनिक जीवन से सम्बन्धित गतिविधि

हरलीन तथा उसकी बहन सुप्रीत स्टेशनरी की दुकान पर गए।

हरलीन ने दुकान से 1 चार्ट तथा 1 रंगों की डिबिया खरीदी। उसने कितने रुपये दुकानदार को दिये ?

₹ 10	+	₹ 35	=	₹ 45
चार्ट का मूल्य		रगों की डिबिया का मूल्य		

सुप्रीत ने दुकान से एक बस्ता तथा एक ज्यामैट्री बॉक्स खरीदा। उसने दुकानदार को कितने रुपए दिए ?

₹ 200	+	₹ 70	=	₹ 270
बस्ता का मूल्य		ज्यामैट्री का मूल्य		

दैनिक जीवन में धन का बहुत महत्व है। धन (करंसी) द्वारा ही हम क्रय-विक्रय तथा बचत कर सकते हैं।

हमें अपने देश की मुद्रा (धन) का सम्मान करना चाहिए तथा नोटों पर कुछ लिखकर उन्हें ख़राब नहीं करना चाहिए।

मुद्रा (धन) को रुपये तथा पैसों के नाम से जाना जाता है।

= ₹ 15

= ₹ 110.50

रुपए और पैसों को इकट्ठा लिखने की विधि :

एक बिन्दु (दश्मलव) का प्रयोग रुपये तथा पैसे को अलग करने के लिए किया जाता है। रूपये बिन्दु (दश्मलव) के बाईं ओर तथा पैसे बिन्दु (दश्मलव) को दाईं ओर लिखे जाते है।

उदाहरण के लिए – 220 रुपये 50 पैसे = ₹ 220.50

दर्शाए गए अनुसार मुद्रा को 'रुपये' तथा 'पैसे' में लिखो।

	₹ 117.50	एक सौ सत्रह रुपये पचास पैसे

5.2 रुपयों को पैसे में बदलना

1 रुपया (₹ 1) = 100 पैसे

रुपयों को पैसों में बदलने के लिए रुपयों को 100 से गुणा कीजिए।

उदाहरण 1 : निम्नलिखित रुपयों (₹) को पैसो में बदलिए :

(*a*) ₹ 11 (*b*) ₹ 6.25 (*c*) ₹ 32.64

हल : (*a*) ₹ 11 = 11 × 100 = 1100 पैसे

(*b*) ₹ 6.25 = (6 × 100 + 25) पैसे

(600 + 25) पैसे = 625 पैसे

(*c*) ₹ 32.64 = (32 × 100 + 64) पैसे

= (3200 + 64) पैसे = 3264 पैसे

5.3 पैसों को रुपयों में बदलना

हम जानते हैं कि 100 पैसा = 1 रुपया

तथा 1 पैसा = $\frac{1}{100}$ रुपये

भाव यह है कि पैसों को रुपये में बदलने हेतु :

- पैसों को 100 से भाग कीजिए।
- अंक को दाईं तरफ से बाईं तरफ की ओर 2 अंक छोड़कर दशमलव लगाइए।
- अब दशमलव के बाईं ओर रुपए तथा दाईं ओर पैसे प्राप्त होंगे।

उदाहरण 2 : निम्नलिखित पैसों को रुपयों में बदलिए।

(*a*) 400 पैसे (*b*) 875 पैसे (*c*) 1232 पैसे

हल : (*a*) 400 पैसे = ₹ $\frac{400}{100}$ $\left[\text{क्योंकि 1 पैसा} = ₹\frac{1}{100}\right]$

= ₹ 4

(*b*) 875 पैसे = ₹ $\frac{875}{100}$

= ₹ 8.75

(*c*) 1232 पैसे = $\frac{1232}{100}$

= ₹ 12.32

अभ्यास-5.1

1. निम्नलिखित रुपयों को पैसों में बदलिए।

(*a*) ₹ 15 (*b*) ₹ 8.13 (*c*) ₹ 12.63 (*d*) ₹ 13.50

(*e*) ₹ 98.75

2. निम्नलिखित पैसों को रुपयों में बदलिए।

(*a*) 700 पैसे (*b*) 925 पैसे (*c*) 1972 पैसे (*d*) 2816 पैसे

(*e*) 3650 पैसे

3. निम्नलिखित रिक्त स्थान भरिए :

(*a*) 1 रुपये में 50 पैसे के .... सिक्के होते हैं।

(*b*) 10 रुपये में 2 रूपये के .... सिक्के होते हैं।

(*c*) ₹ 1.50 में 50 पैसे के .... सिक्के होते हैं।

(*d*) ₹ 100 बनाने हेतु ₹ 10 के .... नोट प्रयोग होंगे।

(*e*) ₹ 20 बनाने हेतु 25 पैसे के .... सिक्के प्रयोग होगें।

5.4 धन (करंसी) का जोड़/घटाओ

चौथी कक्षा में हमने रुपयों को रुपयों में तथा पैसों को पैसों में जोड़ना तथा घटाना सीखा है। यहाँ हम रुपयों/पैसों का इकट्ठा जोड़/घटाव सीखेंगे। आओ, कुछ उदाहरणों द्वारा इस पर चर्चा करें।

उदाहरण 1 : 1735 रूपये 60 पैसे तथा 1624 रुपये 30 पैसे का जोड़ कीजिए।

हल :

  1735 रुपये 60 पैसे
+ 1624 रुपये 30 पैसे
―――――――――――
  3359 रुपये 90 पैसे

उदाहरण 2 : ₹ 9108.70 में से 575.50 घटाओ।

हल :

  ₹ 9108.70
– ₹ 575.50
――――――――
  ₹ 8533.20

उदाहरण 3 : ₹ 7185.35 तथा 375.75 का अंतर पता करो।

हल :

$$\begin{array}{r} ₹\ 7185.35 \\ -\ ₹\ 375.75 \\ \hline ₹\ 6809.60 \\ \hline \end{array}$$

अभ्यास-5.2

1. निम्नलिखित को हल कीजिए।

(*a*) $\begin{array}{r} ₹\ 1123.50 \\ +\ ₹\ 1242.40 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*b*) $\begin{array}{r} ₹\ 2412.58 \\ +\ ₹\ 3279.60 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*c*) $\begin{array}{r} ₹\ 5278.72 \\ +\ ₹\ 4132.24 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(*d*) $\begin{array}{r} ₹\ 3424.56 \\ +\ ₹\ 2316.74 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*e*) $\begin{array}{r} ₹\ 4428 \\ +\ ₹\ 3240 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*f*) $\begin{array}{r} ₹\ 5489.40 \\ -\ ₹\ 2242.18 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(*g*) $\begin{array}{r} ₹\ 2624.58 \\ -\ ₹\ 2216.26 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*h*) $\begin{array}{r} ₹\ 5146.82 \\ -\ ₹\ 3118.28 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*i*) $\begin{array}{r} ₹\ 3245.89 \\ -\ ₹\ 3123.64 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(*j*) $\begin{array}{r} ₹\ 124.48 \\ ₹\ 313.23 \\ +\ ₹\ 418.12 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (*k*) $\begin{array}{r} ₹\ 217.29 \\ ₹\ 424.18 \\ +\ ₹\ 326.64 \\ \hline \\ \hline \end{array}$

2. निम्नलिखित को हल कीजिए।

(*a*) ₹ 3138.65 + ₹ 2124.15 (*b*) ₹ 4472.85 + ₹ 5200.32

(*c*) ₹ 5245.18 + ₹ 4216.27 (*d*) ₹ 4580.42 – ₹ 2292.18

(*e*) ₹ 8314.24 – ₹ 5218.16

5.5 दैनिक जीवन में धन सम्बन्धी समस्याएँ

पिछले भाग में हमने साधारण धन अथवा राशियों का जोड़-घटाव सीखा है। अब धन (मुद्रा) द्वारा दैनिक जीवन की समस्याओं के बारे में चर्चा करेंगे।

उदाहरण 1 : शैली ने दुकान से ₹ 200 की चॉकलेट और ₹ 30 का एक चिप्स का पैकट खरीदा। उसने कुल कितने रुपये खर्च किए ?

हल : चॉकलेट का मूल्य = ₹ 200

चिप्स का मूल्य = ₹ 30

खर्च किये रुपये = ₹ 200

+ ₹ 30

₹ 230

शैली ने 230 रुपये खर्च किये।

उदाहरण 2 : चरण ने बाज़ार से ₹ 1230 की एक कमीज़ खरीदी तथा ₹ 1746 की एक पैंट तथा ₹ 1172 की एक बैल्ट खरीदी। उसने कुल कितने रुपये खर्च किए ?

हल : कमीज़ का मूल्य = ₹ 1230

पैंट का मूल्य = ₹ 1746

बैल्ट का मूल्य = ₹ 1172

खर्च किये रुपये = ₹ 1230

₹ 1746

+ ₹ 1172

₹ 4148

चरण ने ₹ 4148 खर्च किये।

उदाहरण 3 : अरुण ने एक अटैची ₹ 3499 का खरीदा तथा दुकानदार को ₹ 4000 दिये। दुकानदार ने उसको कितने रुपये वापिस किए ?

हल : अटैची का मूल्य = ₹ 3499

दुकानदार को दिये = ₹ 4000

वापिस किये रुपये = ₹ 4000

– ₹ 3499

₹ 501

अरुण को 501 रुपये वापस मिले।

उदाहरण 4 : अकाशवीर ने दुकानदार से ₹ 350 की चीनी, ₹ 500 के चावल तथा ₹ 150 की दाल खरीदी। उसने कुल कितने रुपए खर्च किए ?

हल :

चीनी का मूल्य = ₹ 350

चावल का मूल्य = ₹ 500

दाल का मूल्य = ₹ 150

कुल खर्च किया = ₹ 350
₹ 500
₹ 150
―――――
₹ 1000
―――――

अकाशवीर ने ₹ 1000 खर्च किये।

अभ्यास-5.3

1. रवि ने ₹ 50 की एक कॉपी, ₹ 125 की एक किताब तथा एक पेन ₹ 150 का खरीदा।। उसने कितने रुपये खर्च किये ?
2. मनवीत कौर के पास ₹ 148.50 हैं। उसने पिता जी को ₹ 116.50 और दे दिये। अब मनवीत कौर के पास कुल कितने रुपये है ?
3. पारस ने ₹ 250 का एक बस्ता खरीदा तथा उसने ₹ 500 दुकानदार को दिए। दुकानदार उसको कितने रुपये वापिस करेगा ?
4. गुरदीप के पास ₹ 1000 हैं। उसने ₹ 742 के बूट खरीदे। उसके पास कितना धन बचेगा ?
5. प्रभजोत के पास ₹ 2168.50 हैं तथा उसके भाई सिमरजीत के पास ₹ 1248.50 हैं। उन दोनों के पास कुल कितने रुपये हैं ।
6. एक दुकानदार के पास ₹ 1000 हैं। उसने एक रेडियो 650 का खरीदा। उसके पास अब शेष कितने रुपये होंगे।
7. हरजोत अपनी सहेली के साथ बाज़ार गई। वहाँ उसने ₹ 3467.50 का समान खरीदा जबकि उसकी सहेली ने ₹ 3350.25 का सामान खरीदा। हरजोत ने अपनी सहेली से कितने रुपये अधिक खर्च किए।
8. अवनीत ने एक दुकान से ₹ 1865.90 की एक कमीज़, ₹ 1060.30 की एक पैंट तथा ₹ 990.10 का एक जोड़ा बूट खरीदा। उसने कुल कितने रुपये खर्च किए।

5.6 धन से ऊपर गुणा/विभाजन (भाग) की क्रियाएँ :

पिछले भाग में धन से योग/घटाव सम्बन्धी प्रश्नों तथा दैनिक समस्याओं में धन के लेन-देन की शिक्षा ग्रहण की थी। इस भाग में हम मुद्रा से सम्बन्धित आम जीवन के बहुत ही महत्वपूर्ण हिस्से गुणा तथा भाग की चर्चा करेंगे। आओ, कुछ उदाहरण लेकर इन समस्याओं को हल करें।

उदाहरण 1 : निम्नलिखित धन राशियों को गुणा कीजिए।

(a) ₹ 118 × 6 (b) ₹ 335 × 12 (c) ₹ 450 × 7

हल :

(*a*)
```
  ₹ 118
  ×   6
 ------
  ₹ 708
 ------
```

(*b*)
```
  ₹ 335
  ×  12
 ------
    670
   3350
 ------
 ₹ 4020
 ------
```

(*c*)
```
  ₹ 450
  ×   7
 ------
 ₹ 3150
 ------
```

उदाहरण 2 : निम्नलिखित धन राशियों को भाग कीजिए।

(a) ₹ 2115 ÷ 5 (b) ₹ 4992 ÷ 16 (c) ₹ 5785 ÷ 13

हल :

(a)
```
5)2 1 1 5(423
  2 0
  -----
    1 1
    1 0
  -----
      1 5
      1 5
  -----
       ×
  -----
```

(b)
```
16)4 9 9 2(312
   4 8
   -----
     1 9
     1 6
   -----
       3 2
       3 2
   -----
        ×
   -----
```

(c)
```
13)5 7 8 5(445
   5 2
   -----
     5 8
     5 2
   -----
       6 5
       6 5
   -----
        ×
   -----
```

₹ 2115 ÷ 5 = ₹ 423 ₹ 4992 ÷ 16 = ₹ 312 ₹ 5785 ÷ 13 = ₹ 445

उदाहरण 3 : एक पेन का मूल्य ₹ 415 है। ऐसे 18 पेनों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल :

एक पेन का मूल्य = ₹ 415

18 पेनों का मूल्य = ₹ 415 × 18

= ₹ 7470 उत्तर

उदाहरण 4 : एक कमीज़ का मूल्य ₹ 1135 है तो ऐसी 6 कमीज़ों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : एक कमीज़ का मूल्य = ₹ 1135

6 कमीज़ों का मूल्य = ₹ 1135 × 6

= ₹ 6810 उत्तर

उदाहरण 5 : अवनीत अपने जन्मदिन के लिए चॉकलेट खरीदने गया। एक चॉकलेट के पैकेट का मूल्य ₹ 430 है तो ऐसे 12 पैकेटों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : एक चॉकलेट के पैकट का मूल्य = ₹ 430

12 चॉकलेटों के पैकेटों का मूल्य = ₹ 430 × 12

= ₹ 5160 उत्तर

उदाहरण 6 : 15 दर्जन केलों का मूल्य ₹ 1440 है तो 1 दर्जन केलों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : 15 दर्जन केलों का मूल्य = ₹ 1440

1 दर्जन का मूल्य = ₹ 1440 ÷ 15

= ₹ 96 उत्तर

उदाहरण 7 : 1 चीनी की बोरी का मूल्य ₹ 2100 है। बोरी में 50 कि.ग्रा. चीनी है। एक कि.ग्रा. चीनी का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : 50 कि.ग्रा. चीनी का मूल्य = ₹ 2100

1 कि.ग्रा. चीनी का मूल्य = ₹ 2100 ÷ 50 = ₹ 42

अभ्यास-5.4

1. निम्नलिखित का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(*a*) ₹ 258 × 17 (*b*) ₹ 410 × 20 (*c*) ₹ 518 × 18

(*d*) ₹ 220 × 14 (*e*) ₹ 206 × 25

2. निम्नलिखित का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(*a*) ₹ 3120 ÷ 10 (*b*) ₹ 1590 ÷ 15 (*c*) ₹ 4272 ÷ 16

(*d*) ₹ 4200 ÷ 20 (*e*) ₹ 6500 ÷ 25

3. एक कैल्कुलेटर का मूल्य ₹ 415 है। ऐसे 17 कैल्कुलेटरों का मूल्य बताइए।

4. एक किलोग्राम घी का मूल्य ₹ 435 है। 18 किलोग्राम घी का मूल्य बताइए।

5. 24 काँच के गिलासों की कीमत ₹ 2880 है। एक गिलास की कीमत पता कीजिए।

6. 9 ज्यामैट्री बॉक्सों की कीमत ₹ 2850 है। एक ज्यामैट्री बॉक्स की कीमत ज्ञात कीजिए।

7. पैट्रोल के एक लीटर की कीमत ₹ 73 है। 12 लीटर पैट्रोल की कीमत बताइए।

8. 25 किलोग्राम धान की कीमत ₹ 2000 है। एक किलोग्राम धान की कीमत ज्ञात कीजिए।

9. 1 मीटर कपड़े का मूल्य ₹ 1500 है। 18 मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात कीजिए।

10. **रिक्त स्थान भरिए :-**

(a) ₹ 13 × 8 = ☐ (b) ₹ 24 × 5 = ☐

(c) ₹ 24 ÷ 3 = ☐ (d) ₹ 72 ÷ 8 = ☐

(e) ₹ 25 × 6 = ☐ (f) ₹ 100 ÷ 10 = ☐

(g) ₹ 1000 में एक सौ रुपए के ☐ नोट हैं।

(h) ₹ 300 में पचास रुपए के ☐ नोट हैं।

(i) ₹ 500 में बीस रुपए के ☐ नोट हैं।

(j) ₹ 2000 में पाँच सौ रुपए के ☐ नोट हैं।

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. 13 रुपए 50 पैसे को लिखने का मानक ढंग क्या है ?

(a) ₹ 1350 (b) ₹ 13.50 (c) ₹ 1350 पैसे (d) कोई

2. 26 रुपए में 2–2 रूपए के कितने सिक्के होंगे।

(a) 52 (b) 26 (c) 13 (d) 20

3. भारत की करंसी का मानक चिह्न कौन सा है ?

(a) ₹ (b) $ (c) £ (d) £

4. एक पेन की कीमत यदि ₹ 12 हो तो 11 पेनों की कीमत कितनी होगी ?

(a) ₹ 120 (b) ₹ 23 (c) ₹ 1 (d) ₹ 132

5. एक किलोग्राम सेबों की कीमत ₹ 80 है। आधा किलोग्राम सेबों की कीमत ज्ञात कीजिए।

(*a*) ₹ 20 (*b*) ₹ 160 (*c*) ₹ 40 (*d*) ₹ 80

6. एक दर्जन पेंसिलों की कीमत ₹ 60 है। एक पेंसिल की कीमत बताइए।

(*a*) ₹ 12 (*b*) ₹ 5 (*c*) ₹ 60 (*d*) ₹ 30

7. ₹ 20 के 7 नोटों की कीमत कितनी होगी ?

(*a*) ₹ 27 (*b*) ₹ 14 (*c*) ₹ 140 (*d*) ₹ 13

8. 480 पैसों को रुपए में दर्शाओ।

(*a*) ₹ 4.80 (*b*) ₹ 48.00 (*c*) ₹ 480 (*d*) ₹ 8.40

9. सुखदेव ने बाज़ार में ₹ 25 खर्च कर दिए तथा उसके पास ₹ 25 शेष रह गए । उसके पास कुल कितने रुपए थे।

(*a*) ₹ 25 (*b*) ₹ 5.00 (*c*) ₹ 50 (*d*) ₹ 40

10. ₹ 10.40 + ₹ 15.30 + ₹ 8.20 का मूल्य बताइए।

(*a*) ₹ 33.90 (*b*) ₹ 34.00 (*c*) ₹ 30.90 (*d*) ₹ 339

11. एक कमीज़ की कीमत ₹ 999.90 है। दुकानदार इसकी अनुमानित कीमत कितनी प्राप्त करेगा ?

(*a*) ₹ 990 (*b*) ₹ 999 (*c*) ₹ 1000 (*d*) ₹999.95

12. एक अखबार की प्रतिदिन की कीमत ₹ 4 है। जनवरी महीने में अखबार की कुल कीमत कितनी होगी ?

(*a*) ₹ 124 (*b*) ₹ 12 (*c*) ₹ 35 (*d*) ₹ 25

13. अनमोल अपने जेब खर्च में से हर रोज़ ₹ 5 बचत करता है। मार्च महीने में उसने कुल कितने रुपए की बचत की।

(*a*) ₹ 36 (*b*) ₹ 31 (*c*) ₹ 155 (*d*) ₹ 150

14. 8 मीटर कपड़े का मूल्य ₹ 680 है। एक मीटर कपड़े का मूल्य बताइए।

(*a*) ₹ 80 (*b*) ₹ 85 (*c*) ₹ 70 (*d*) ₹ 90

15. ₹ 5 में 50 पैसे के कितने सिक्के होंगे।

(*a*) 250 (*b*) 55 (*c*) 20 (*d*) 10

हमने जो सीखा (Learning Outcomes)

- रोज़ाना जीवन में रुपयों, पैसों का प्रयोग करना सीखना।
- रुपयों को पैसों में बदलना सीखना।
- धन को जोड़ना, घटाना, गुणा करना तथा भाग करना सीखना।
- क्रियाओं का प्रयोग करके कुल मूल्य, एक मूल, अदला-बदली तथा बहुपक्षीय मूल्य सीखना।

उत्तर-माला

अध्यापक 5.1

1. (*a*) 1500 पैसे (*b*) 813 पैसे (*c*) 1263 पैसे
(*d*) 1350 पैसे (*e*) 9875 पैसे

2. (*a*) ₹ 7 (*b*) ₹ 9.25 (*c*) ₹ 19.72
(*d*) ₹ 28.16 (*e*) ₹ 36.50

3. (*a*) 2 (*b*) 5 (*c*) ₹ 3
(*d*) 10 (*e*) 4

अभ्यास 5.2

1. (*a*) ₹ 2365.90 (*b*) ₹ 5692.18 (*c*) ₹ 9410.96
(*d*) ₹ 5741.3 (*e*) ₹ 7668 (*f*) ₹ 3247.22
(*g*) ₹ 408.32 (*h*) ₹ 2028.54 (*i*) ₹ 122.25
(*j*) ₹ 855.83 (*k*) ₹ 968.17

2. (*a*) ₹ 5262.80 (*b*) ₹ 9673.17 (*c*) ₹ 9461.45
(*d*) ₹ 2288.24 (*e*) ₹ 3096.08

अभ्यास 5.3

1. ₹ 325 **2.** ₹ 265
3. ₹ 50 **4.** ₹ 258
5. ₹ 3417 **6.** ₹ 350
7. ₹ 117.25 **8.** ₹ 3916.3

अभ्यास 5.4

1. (*a*) ₹ 4386 (*b*) ₹ 8200 (*c*) ₹ 9324 (*d*) ₹ 3080
(*e*) ₹ 5150

2. (*a*) ₹ 312 (*b*) ₹ 106 (*c*) ₹ 267 (*d*) ₹ 210
(*e*) ₹ 260

3. ₹ 7055 **4.** ₹ 7830 **5.** ₹ 120 **6.** ₹ 150

7. ₹ 876 **8.** ₹ 80 **9.** ₹ 9000

10. (*a*) ₹ 104 (*b*) ₹ 120 (*c*) ₹ 8 (*d*) ₹ 9
(*e*) ₹ 150 (*f*) ₹ 10 (*g*) 10 (*h*) 6
(*i*) 25 (*j*) 4

बहुवैकल्पिक प्रश्नों के उत्तर

1. *b* **2.** *c* **3.** *a* **4.** *d* **5.** *c* **6.** *b*

7. *c* **8.** *a* **9.** *c* **10.** *a* **11.** *c* **12.** *a*

13. *c* **14.** *b* **15.** *d*

अध्याय - 6

माप

उद्देश्य : 1. लंबाई, भार और क्षमता तथा मूल इकाई के बारे में जानकारी देना।

2. दैनिक जीवन की गतिविधियों में लंबाई, भार और क्षमता का उपयोग करने के योग्य बनाना।
3. छात्रों का बौद्धिक विकास करना।
4. लंबाई, भार और क्षमता पर मूल चार क्रियाएँ करने के योग्य बनाना।
5. आम हालातों में समय (अवधि) पता करना।
6. प्रतियोगी परीक्षाओं के लिए तैयारी करना।

दोहराई

1. 30 मीटर लम्बी रस्सी से 2 मीटर के कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं ? आप रस्सी को कितनी बार काटोगे ?

2. निम्नलिखित सारणी को ध्यान से देखो और रिक्त स्थान भरें :

सेंटीमीटर	200		400	500	300	600		800	
मीटर	2	6			3		4		9

किलोग्राम	3		5		2	7	8	4
ग्राम	6000	4000		8000				

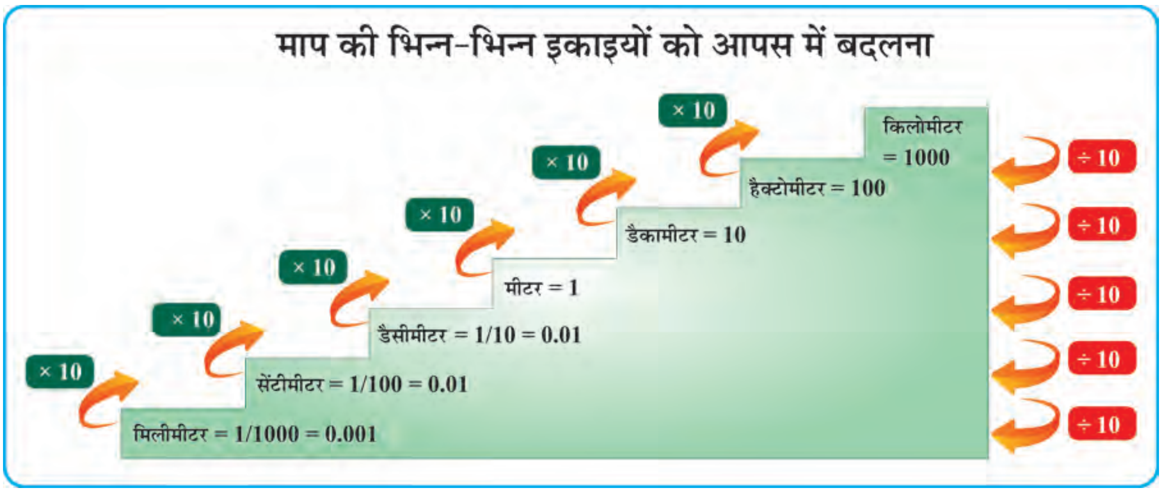
मिली लीटर	4000			7000			2000		5000
लीटर	4	3	14		8	23		9	

6.1 लंबाई (Length)

अब तक हमने माप की मानक इकाई (Standard Units) लम्बाई के बारे में पढ़ चुके हैं। आओ, हम अब लम्बाई की मानक इकाइयों को विस्तार से करें तथा उनके आपसी सम्बन्ध के बारे में जानें।

किलोमीटर	हैक्टोमीटर	डैकामीटर	मीटर	डैसीमीटर	सेंटीमीटर	मिलीमीटर
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

- निम्नलिखित सारणी को ध्यानपूर्वक देखे कि किस तरह बड़ी इकाइयों को छोटी इकाइयों और छोटी इकाइयों को बड़ी इकाइयों में बदला जा सकता है।



इसको निम्नलिखित तुकबंदी से याद किया जा सकता है।

कल हैपी डाकिये को महंगी

कल → किलोमीटर, हैपी → हैक्टोमीटर, डाकिये → डैकामीटर, महंगी → मीटर

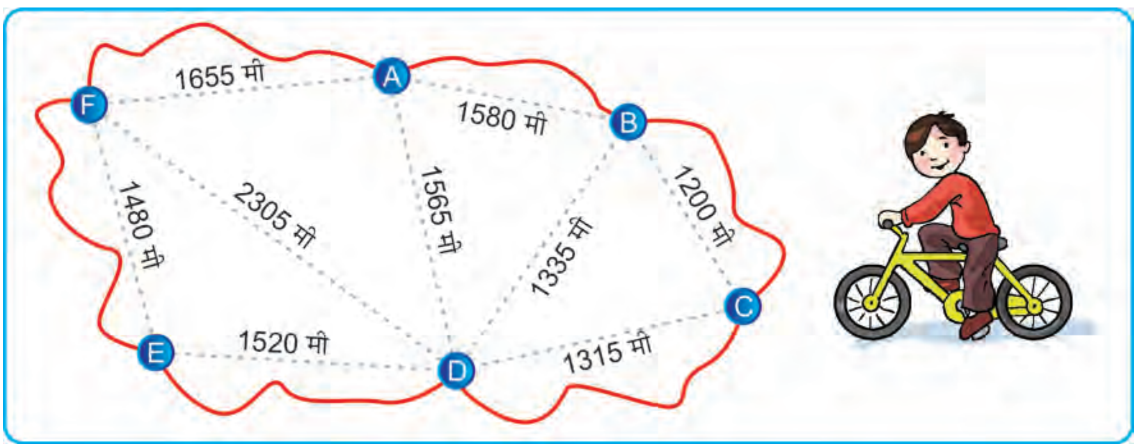
ड्रैस सस्ती मिली

ड्रैस → डैसीमीटर, सस्ती → सेंटीमीटर, मिली → मिलीमीटर

दैनिक जीवन में गणित (Math with daily life)

गतिविधि

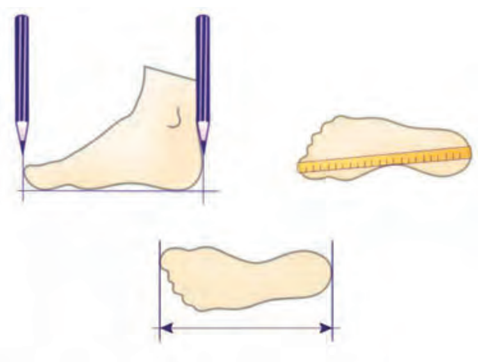
शहर से कुछ दूर एक गाँव बसा हुआ है। जिसका नक्शा निम्न अंकित है :- राजू साइकिल पर गाँव में घूम रहा है।



राजू द्वारा तय की गई अलग-अलग दूरी पता करो :-

1. D से A (B की तरफ से) ....
2. B से E (C और B में से निकलते हुए) ....
3. A से D (B और C में से निकलते हुए) ....
4. A से D (F और E में से निकलते हुए) ....
5. B से F (D और E में से निकलते हुए) ....
6. C से A (D और F में से निकलते हुए) ....

प्रायोगिक क्रियाएँ



अपने पैर को साफ़ कागज़ पर रखकर पेंसिल से outline करें। फिर स्केल से छपे हुए पैर की लम्बाई माप कर नोट करो। अब खेल के मैदान में जाओ। पैरों को एक के साथ दूसरा रखते हुए गिनती करो कि आप कितने पैर चले। फिर पैरों से मापी हुई लंबाई की मदद से आपके द्वारा तय की गई दूरी पता करें। दूसरे छात्रों से भी इसकी तुलना करो।

मनजोत के पैर की लम्बाई = 22 सें.मी.

वह खेल के मैदान तक जितने पैर चला = 348

मनजोत द्वारा तय की गई दूरी = 348 × 22 = ... सें. मी.

= .... मी. .... सैं. मी.

उदाहरण 1 : निम्नलिखित को दिये हुए माप में बदलो।

(a) 6.15 मी = ... सै. मी.

(b) 4.823 कि. मी. = ... मी.

(c) 0.58 डैका. मी. = ... सै. मी.

(d) 47 मि.मी. = ... मी.

(e) 257 सैं. मी. = ... हैक्टोमीटर

हल : (a) 6.15 मी. = $\frac{615}{100}$ मी.

$= \frac{615}{100} \times 100$ सैं. मी. [क्योंकि 1 मी. = 100 सैं.मी.]

उत्तर = 6.15 सैं. मी.

(b) 4.823 कि.मी. = $\frac{4283}{1000}$ कि.मी.

$= \frac{4283}{1000} \times 1000$ मी.

[क्योंकि 1 कि. मी. = 1000 मी]

उत्तर = 4283 मी

(c) 0.58 डैका मी $= \frac{58}{100}$ डैका. मी.

$= \frac{58}{100} \times 1000$ से. मी.

[क्योंकि 1 डैकामीटर = 1000 सें. मी.]

उत्तर = 580 सै. मी.

(d) 47 मि मी $= \frac{47}{1000}$ मी. [1 मि.मी. $= \frac{1}{10000}$ मी.]

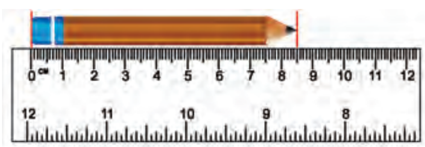
उत्तर = 0.047 मी.

(e) 257 सें. मी. $= \frac{257}{10000}$ है. मी.

उत्तर = 0.0257 है. मी. [1 सें. मी. $= \frac{1}{10000}$ है. मी.]

अभ्यास-6.1

1. लम्बाई पता करें :

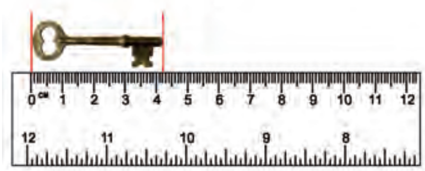


8 सें.मी. 5 मि.मी. = 8.5 सें.मी.

(a)

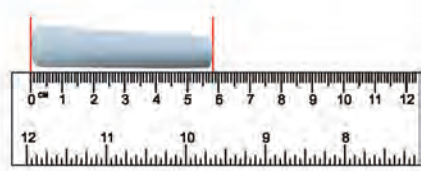
__ सें.मी. __ मि.मी. = __.__ सें.मी.

(b)



__ सें.मी. __ मि.मी. = __.__ सें.मी.

(c)



__ सें.मी. __ मि.मी. = __.__ सें.मी.

(d)

2. रेखाखंड की लंबाई सेंटीमीटर में मापो और अपनी कॉपी पर बनाओ।

(a) ________________ (b) ________________

(c) ________________ (d) ________________

(e) ________________ (f) ________________

3. रिक्त स्थान भरें :

(a) 3.45 मी. = ... मी. .... सै. मी.

(b) 5.75 मी. = ... मी. .... सै. मी.

(c) 10.850 कि. मी. = ... कि. मी. .... मी.

(d) .... मी. = 4 मी. 25 सें. मी.

(e) .... कि. मी. = 7 कि. मी. 375 मी.

4. बदलो :

(a) 4.5 सें. मी. को मि. मी. में

(b) 270 मी. को कि. मी. में

(c) 5.82 कि. मी. को मी. में

(d) 0.65 मी. को सै. मी. में

(e) 18 मि. मी. को मी. में.

6.2 भार (weight)

दैनिक जीवन के उदाहरण - यह शब्द मनुष्य के जन्म से शुरू हो कर सारी उम्र उसके साथ ही चलता है। जन्म के समय बच्चे का भार, बैग का भार, बोरी का भार इत्यादि।

उदाहरण 1 : गेंहू की कटाई चल रही थी। ज्योति प्रतिदिन सुबह स्कूल जाने से पहले एक घंटा, अपने माता जी के साथ खेतो में बालियाँ (गेहूँ) थी। स्कूल से जाकर शाम को फिर वह एक घंटा बालियाँ (गेहूँ की) चुनती है। इस तरह वह हर रोज 5 कि. ग्रा. दाने (प्रतिदिन) इकट्ठे कर लेती है और उसके माता जी 25 कि. ग्रा. दाने (प्रतिदिन)इकट्ठे कर लेती हैं। बताओ ज्योति और उसके माता जी एक सप्ताह में कितने दाने इकट्ठे कर लेती हैं ?

हल :

1 दिन में ज्योति दाने इकट्ठे करती है = 5 कि. ग्रा.

1 दिन में माता जी दाने इकट्ठे करती है = 25 कि. ग्रा.

1 दिन में दोनों दाने इकट्ठे करती है = 30 कि. ग्रा.

1 हफ्ता (7 दिन) में दोनों दाने इकट्ठे करती है = 30×7

= 210 कि. ग्रा.

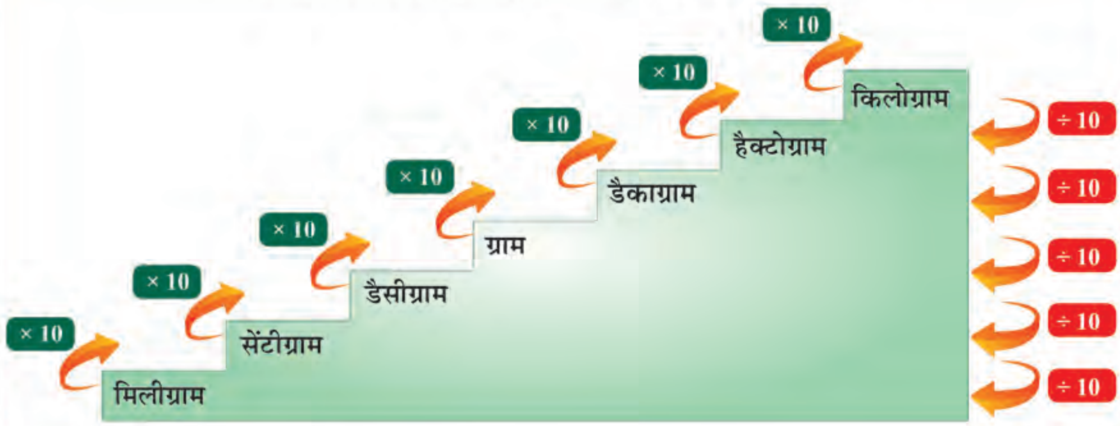
उत्तर = ज्योति और उसके माता जी ने 1 सप्ताह में दाने इकट्ठे किये = 210 कि. ग्रा.

अब हम भार की इकाइयों के संबंध की चर्चा करेंगे।

किलोग्राम	हैक्टोग्राम	डैकाग्राम	ग्राम	डैसीग्राम	सेंटीग्राम	मिलीग्राम
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

- उपरोक्त सारणी में भार की इकाइयों का आपसी संबंध दिखलाया गया है।
- निम्नलिखित सारणी में बड़ी इकाइयों को छोटी इकाइयों में, फिर छोटी इकाइयों को बड़ी इकाइयों में बदलने का सूत्र (फार्मूला) दिया गया है।

भार की भिन्न इकाइयों का आपस में बदलना।



इसको निम्नलिखित तुकबंदी से भी याद किया जा सकता है :

कल हैपी डाकिये को ग्रीन

कल → किलोग्राम, हैपी → हैक्टोग्राम, डाकिये → डैकाग्राम, ग्रीन → ग्राम

ड्रैस सस्ती मिली

ड्रैस → डैसीग्राम, सस्ती → सेंटीग्राम, मिली → मिलीग्राम

आओ सीखे

उदाहरण 1 : रिक्त स्थान भरें :-

(a) 2500 ग्राम = ... कि.ग्रा.

(b) 4 ग्राम = ... मि. ग्र

(c) 4 कि. ग्राम = ... ग्राम

(d) 3 कि. ग्राम 250 ग्राम = ... ग्राम

(e) 8590 ग्राम = ... कि. ग्राम

हल : (a) 2500 ग्राम $= \frac{2500}{1000}$ ग्राम [1 ग्राम $= \frac{1}{1000}$ कि. ग्राम]

उत्तर = 2.500 कि. ग्राम

(b) 4 ग्राम = 4 × 1000 मि. ग्राम [1 ग्राम = 1000 मि. ग्राम]

उत्तर = 4000 मि. ग्राम

(c) 4 कि. ग्राम = 4 × 1000 ग्राम [1 कि. ग्राम = 1000 ग्राम]

उत्तर = 4000 ग्राम

(d) 3 कि. ग्राम 250 ग्राम = (3 × 1000 + 250) ग्राम

= (3000 + 250) ग्राम

उत्तर = 3250 ग्राम

(e) 8590 ग्राम $= \frac{8590}{1000}$ कि. ग्राम

उत्तर = 8.590 कि. ग्राम

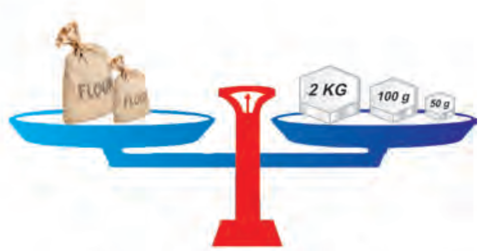
अभ्यास-6.2

1. भार पता करें :

1 कि. ग्राम 500 ग्राम = 1.500 कि. ग्राम

__ कि. ग्राम ____ ग्राम = __.___ कि. ग्राम

__ कि. ग्राम ____ ग्राम = __.___ कि. ग्राम



__ कि. ग्राम ____ ग्राम = __.___ कि. ग्राम

2. निम्नलिखित भार के लिए जिन बाँटों की ज़रूरत पड़ेगी, उन के नीचे (✓) का निशान लगाओ।

भार	1 कि. ग्राम	500 ग्राम	200 ग्राम	100 ग्राम	50 ग्राम
(*a*) 1.600 कि. ग्राम					
(*b*) 0.850 कि. ग्राम					
(*c*) 1.050 कि. ग्राम					
(*d*) 1.700 कि. ग्राम					
(*e*) 1.250 कि. ग्राम					

3. रिक्त स्थान भरें :-

(a) 2.850 कि. ग्राम = ... कि. ग्राम .... ग्राम

(b) 15.790 ग्राम = ... ग्राम .... मि. ग्रा.

(c) .... कि. ग्रा. = 12 कि. ग्राम 625 ग्राम

(d) .... कि. ग्रा. = 7 कि. ग्रा. 75 ग्राम

(e) .... ग्राम = 10 ग्राम 800 मि. ग्राम.

4. बदले :

(a) 3.275 ग्राम को मिलीग्राम में

(b) 8050 ग्राम को किलोग्राम में

(c) 4.2 किलोग्राम को ग्राम में

(d) 865 मिलीग्राम को ग्राम में

(e) 520 ग्राम को किलोग्राम में

6.3 क्षमता (Capacity) :

प्यारे बच्चो, एक गिलास में जितना पानी आता है, वह गिलास की धारण क्षमता कहलाती है।

बच्चो! इस प्रकार किसी बर्तन में जितनी चीज़ समा सकती है, वह उस बर्तन धारण क्षमता है।

जैसे कि इस बाल्टी में 20 लीटर पानी समा सकता है इस लिए इस बाल्टी की धारणा क्षमता 20 लीटर है।

पिछली कक्षा में हम क्षमता (सामर्थ्य) की मानक इकाइयों (Standard units) के बारे में पढ़ चुके हैं।

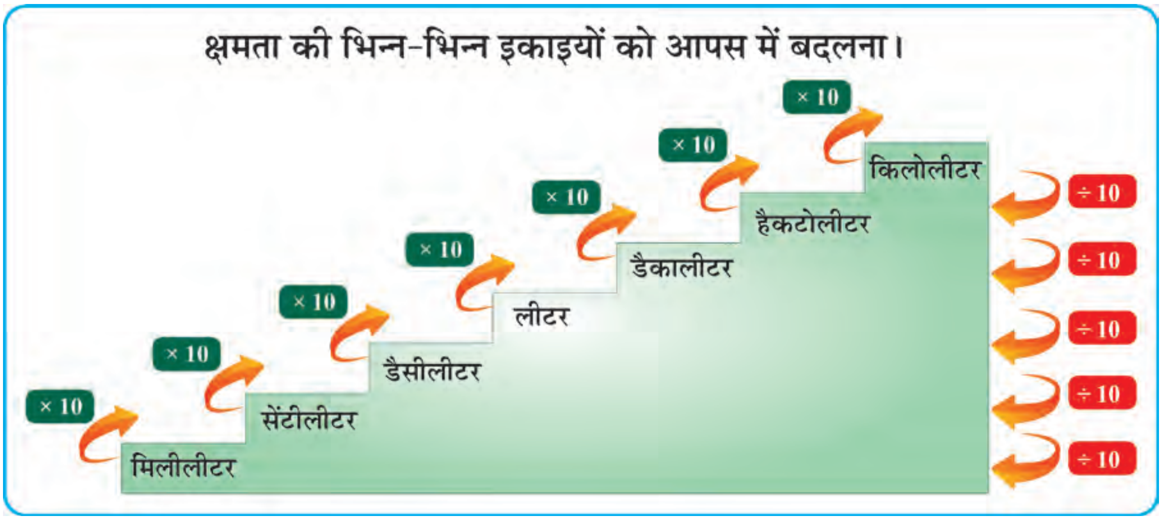
आओ, हम अब क्षमता की मानक इकाइयों को विस्तारपूर्वक करें व इनके आपसी संबंध के बारे में जानें।

किलोलीटर	हैक्टोलीटर	डैकालीटर	लीटर	डैसीलीटर	सेंटीलीटर	मिली लीटर
1000 ली	100 ली	10 ली	1 ली	$\frac{1}{10}$ ली	$\frac{1}{100}$ ली	$1\frac{1}{1000}$ ली

क्षमता की मूल इकाई लीटर है।

बड़ी और छोटी इकाई की आपस में बदलने के लिए निम्नलिखित संकेतों को ध्यानपूर्वक देखो :

क्षमता की भिन्न – 2 इकाइयों को आपस में बदलना।



इसको निम्नलिखित तुकबंदी से याद किया जा सकता है।

आओ सीखें

उदाहरण 1 : निम्नलिखित रिक्त स्थान भरें :

(a) 10 मि. ली. = ... ली।

(b) 12 कि. लि. = ... ली।

(c) 5 ली 465 मि. ली. = ... मि. ली.

(d) 8356 डै. ली. = ... है. ली.

(e) 5627 ली. = ... है. ली.

हल : (a) 10 मि. ली. $= \frac{10}{1000}$ ली. [1 मि. ली. $= \frac{1}{1000}$ ली.]

उत्तर $= \frac{1}{100}$ ली.

(b) 12 कि. ली. = 12 × 1000 ली. [1कि. ली. = 1000 ली]

उत्तर = 12000 ली.

(c) 5 ली 465 मि. ली. = [5 × 1000 + 465] मि. ली.

[1 ली = 1000 मि. ली.]

= [5000 + 465] मि. ली.

उत्तर = 5465 मि. ली.

(d) 8356 डै. ली. = $\frac{8356}{1000}$ है. ली.

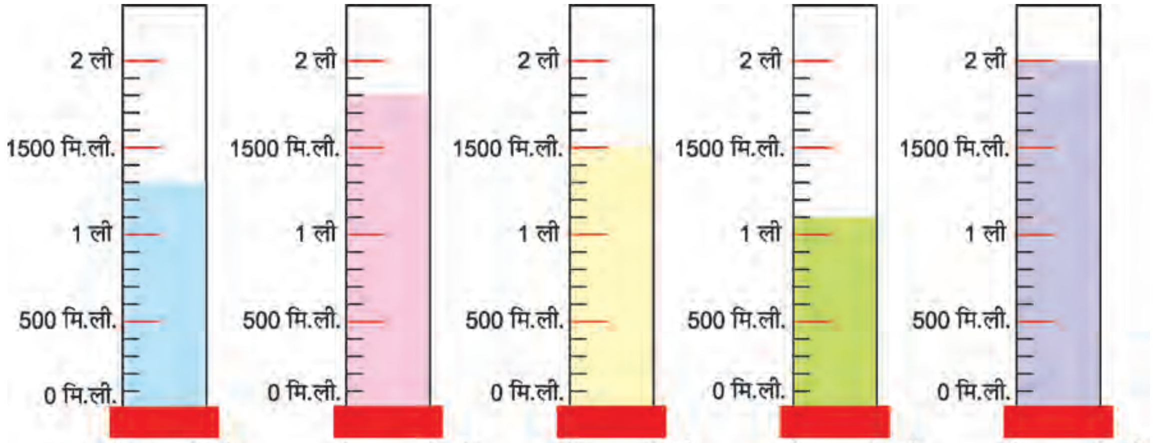
उत्तर = 8.356 है. ली.

(e) 5267 ली. = $\frac{5267}{100}$ है. ली.

उत्तर = 52.67 है. ली.

अभ्यास-6.3

1. मापको में दिये गये घोल की मात्रा लीटरों में पता करें।



1 ली. 300 मि.ली. = 1.300 ली. (a)

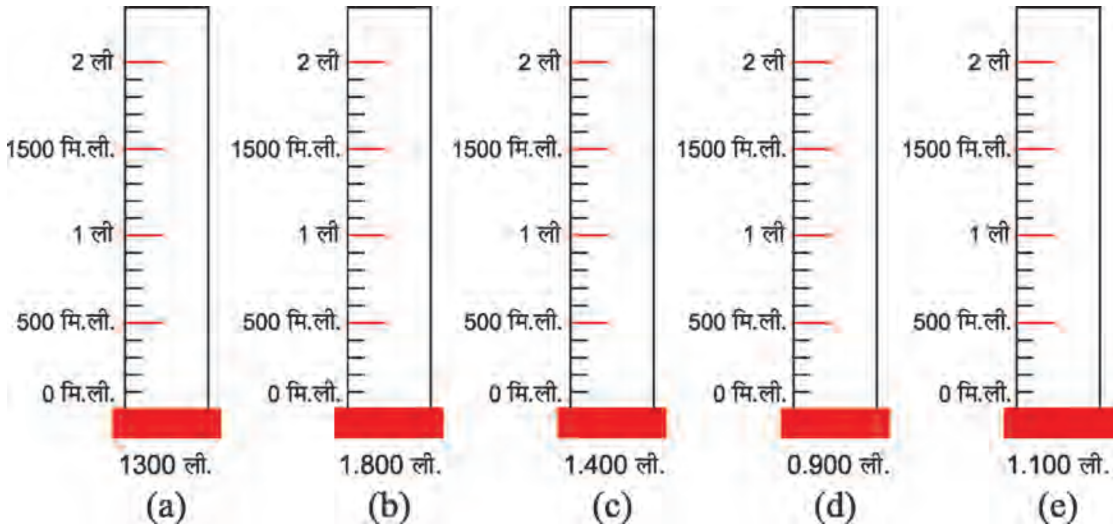
__ ली. ____ मि.ली. = __.____ ली. (b)

__ ली. ____ मि.ली. = __.____ ली. (c)

__ ली. ____ मि.ली. = __.____ ली. (d)

__ ली. ____ मि.ली. = __.____ ली. (e)

2. निम्न दिये मापको में दी गई मात्रा के अनुसार रंग भरो।



3. रिक्त स्थान भरें :

(a) 3.125 लीटर = ... ली. .... मि.ली.

(b) 8.720 कि. ली. = ... कि. ली. .... ली.

(c) .... ली. = 4 ली. 948 मि. ली.

(d) .... कि. ली. = 15 कि. ली. 650 ली.

(e) 18.045 ली. = ... ली. .... मि. ली.

4. बदलें :

(a) 7.6 ली. को मि. ली. में

(b) 250 मि. ली. में ली. को

(c) 4.25 कि. ली. को ली. में

(d) 0.845 ली. को मि. ली. में

(e) 92 लीटर को किलोमीटर में

6.4 माप की इकाइयों का जोड़ और घटाव :

अब तक हमने भिन्न-भिन्न माप की इकाइयों (लंबाई, भार, क्षमता) को एक इकाई से दूसरी इकाई में बदलना सीखा है। अब हम इन माप की इकाइयों को आपस में जोड़ / घटाव के बारे में चर्चा करेंगे।

यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि जोड़ और घटाव के समय माप की एक जैसी इकाई हो। जैसे कि मीटर के साथ मीटर, कि. ग्राम के साथ कि. ग्राम, लीटर के साथ लीटर इत्यादि।

उदाहरण 1 : जोड़ो

(a) 3 कि. ग्राम 800 ग्राम और 7 कि. ग्राम170 ग्राम

(b) 5 कि. मी. 560 मी और 3 कि. मी. 850 मी.

(c) 4 कि. ली. 225 ली. और 5 कि. ली 980 ली.

हल : (a)

	3 कि. ग्रा.	800 ग्रा.
+	7 कि. ग्रा.	170 ग्रा.
	10 कि. ग्रा.	970 ग्राम

(b)

	5 कि. मी.	560 मी.
+	3 कि. मी.	850 मी.
	8 कि. मी.	1410 मी.

क्योंकि 1410 मी. = 1 कि. मी. 410 मी.

इसलिए 8 कि. मी. 1410 मी. = 9 कि. मी. 410 मी.

(c)

	4 कि. ली.	225 ली.
+	5 कि. ली.	980 ली.
	9 कि. ली.	1205 ली.

क्योंकि 1205 ली. = 1 कि. ली. 205 मि. ली.

इसलिए , 9 कि. ली. 1205 ली. = 10 कि. ली. 205 ली.

उदाहरण 2 : घटाओ :

(a) 7 कि. ग्राम. 200 ग्राम में से 3 कि. ग्रा. 50 ग्राम

(b) 13 मी 400 मि. मी. को 17 मी. 300 मि. मी. में से

(c) 4 ली. में से 3 ली. 650 मि. ली.

हल : (a)

	7 कि. ग्रा.	200 ग्राम
–	3 कि. ग्रा.	150 ग्राम
	4 कि. ग्राम	050 ग्राम

(b) इस प्रश्न में हम 17 मी. 300 मि. मी. को 16 मी. 1300 मिमी लिख सकते हैं [क्योंकि 300 मि. मी. < 400 मि. मी.]

16 मी.	1300 मि. मी.
– 13 मी.	400 मि. मी.
3 मी.	900 मि. मी.

(c) अब 4 लीटर की 3 ली 1000 मि.ली लिख सकते हैं।

3 ली.	1000 मि. ली.
– 3 ली.	650 मि ली.
0 ली	350 मि ली.

उदाहरण 3 : राजू ने 3 कि. ग्राम 250 ग्राम आम 5 कि. ग्राम 480 ग्राम सेब खरीदे। उसने कुल कितने फल खरीदे ?

हल :

आम खरीदे = 3 कि. ग्रा. 250 ग्रा.

सेब खरीदे = 5 कि. ग्रा. 480 ग्रा.

कुल फल खरीदे = 3 कि. ग्रा. 250 ग्रा.

+ 5 कि. ग्रा. 480 ग्रा.

8 कि. ग्रा. 730 ग्रा.

इसलिए, राजू ने 8 कि. ग्रा. 730 ग्रा. फल खरीदे।

उदाहरण 4 : एक समारोह के लिए 45 लीटर दूध खरीदा गया। समारोह दौरान 33 ली. 500 मि. ली. दूध उपयोग हुआ। कुल कितने लीटर दूध शेष बचा ?

हल : समारोह के लिए खरीदा गया दूध = 44 ली. 1000 मि. ली.

(क्योंकि 45 ली. = 44 ली. 1000 मि. ली.)

समारोह के दौरान उपयोग हुआ दूध = 33 ली. 500 मि. ली.

शेष बचा दूध = 44 लि. 1000 मि.ली.

– 33 लि. 500 मि. ली.

11 लि. 500 मि. ली.

इसलिए , 11 ली. 500 मि. ली. दूध शेष बचा।

उदाहरण 5 : मोहन ने पैंट के लिए 1 मी. 05 सें. मी., कमीज के लिए 1 मी. 50 सें. मी. और पाजामे के लिए 2 मी. 40 सें. मी. कपड़ा खरीदा। मोहन द्वारा खरीदे गये कुल कपड़े की लंबाई पता करें।

हल :

पैंट के लिए कपड़ा खरीदा =	1 मी. 05 सें. मी.
कमीज के लिए कपड़ा खरीदा =	1 मी. 50 सें. मी.
पाजामे के लिए कपड़ा खरीदा =	2 मी. 40 सें. मी.
मोहन द्वारा खरीदे गये कपड़े की लंबाई =	1 मी. 05 सें. मी.
	+ 1 मी. 50 सें. मी.
	+ 2 मी. 40 सें. मी.
	4 मी. 95 सें. मी.

इसलिए , मोहन द्वारा 4 मी. 95 सें. मी. कपड़ा खरीदा गया।

अभ्यास-6.4

1. जोड़ करें :

(a) 7 कि. मी. 750 मी. और 2 कि. मी. 575 मी.

(b) 4 कि. ग्रा. 500 ग्रा. और 9 कि. ग्रा. 825 ग्रा.

(c) 5 ली. 925 मि. ली. और 7 ली. 650 मि. ली.

(d) 10 मी., 3 मी. 85 सें. मी. और 6 मी. 25 सें. मी.

(e) 8 कि. ग्रा. 700 ग्रा., 975 ग्रा. और 2 कि. ग्रा. 350 ग्राम

2. घटाव करें :

(a) 12 कि. मी. 300 मी. में से 7 कि. मी. 625 मी.

(b) 8 कि. ग्रा. में से 3 कि. ग्रा. 650 ग्राम

(c) 10 ली 350 मि. ली. में से 5 ली. 850 मिली.

(d) 15 मीटर में से 9 मी. 60 सें. मी.

(e) 25 लीटर 765 मि. ली. में से 13 ली.

3. आनंद ने 2 कि. ग्राम. 350 ग्राम प्याज़ ; 1 कि. ग्राम 750 ग्राम आलू खरीदे। उसने कुल कितनी सब्ज़ी खरीदी ?

4. अजय ने 150 कि. मी. 400 मी का सफर बस द्वारा, 120 कि. मी. 650 मीटर का सफर टैक्सी द्वारा तय किया। उसने कुल कितनी दूरी तय की ?

5. तीन बर्तनों में तेल की मात्रा क्रमशः 10 ली. 350 मि. ली., 9 ली 850 मि. ली. और 11 ली है। तीनों बर्तनों में कुल तेल की मात्रा पता करें।

6. अनीता ने 7 मी. 30 सें. मी. कपड़ा खरीदा। उसने अपने सूट के लिए 2 मी. 50 सें. मी. कपड़ा उपयोग किया। अनीता के पास बचे कपड़े की लंबाई पता करें।

7. एक परिवार में एक महीने में 10 कि. ग्राम 750 ग्राम गेहूं और 4 कि. ग्राम 500 ग्राम चावल की खपत होती है। गेहूं और चावल की खपत में अंतर पता करो।

नैतिक मूल्य पर आधारित प्रश्न (Value Based Question) :- जसमीन अपने माता-पिता जी के साथ नाना-नानी जी को मिलने जा रही है, जो कि दूर रहते है। उन्होंने पहले बस में 18 कि.मी. 425 मी. तथा फिर अटो में 4 कि.मी. 215 मी. सफ़र किया। बताओ, जसमीन के घर से उसके नाना-नानी का घर कितनी दूर है ?

माप की इकाइयों (units) की गुणा/भाग

बच्चो! आप माप की इकाइयों (units)का जोड़, घटाव सीख चुके हो। अब हम माप की इकाइयों की गुणा और भाग करना सींखेंगे।

उदाहरण 1 : राम बाज़ार में से कमीज़ के लिए 3 मीटर कपड़ा खरीदने गया। दुकानदार ने उसे ₹ 152.50 प्रति मीटर के हिसाब से कपड़ा दिया। बताओ, उसको कितने रुपये देने पड़े ?

हल :

1 मीटर कपड़े का मूल्य = ₹ 152.5

3 मीटर कपड़े का मूल्य = ₹ 152.5 × 3

उत्तर = ₹ 457.50

```
 152.5
   × 3
 -----
 457.5
 -----
```

उदाहरण 2 : 1 सेब की पेटी का भार 16.80 कि. ग्राम है। ऐसी 12 पेटियों का भार कितना होगा ?

हल :

1 सेब की पेटी का भार = 16.80 कि. ग्राम

12 सेब की पेटियों का भार = 16.80 × 12

= 20160 कि. ग्राम

उत्तर = 12 सेब की पेटियों का भार = 20160 कि. ग्राम

```
  1680
  × 12
 -----
  3360
 1680×
 -----
 20160
 -----
```

उदाहरण 3 : एक बर्तन में 22.75 ली. दूध आता है। ऐसे 8 बर्तनों में कितने लीटर दूध आयेगा ?

हल :

1 बर्तन में दूध की मात्रा = 22.75 ली.

8 बर्तनों में दूध की मात्रा = 22.75 ली. × 8

उत्तर = 200.00 ली.

```
  2275
   × 8
 -----
 20000
 -----
```

उदाहरण 4 : एक 18.3 मीटर लंबी रस्सी को तीन बराबर भागों में बाँटा गया है। प्रत्येक हिस्से की लंबाई पता करें।

हल :

रस्सी की कुल लंबाई = 18.3 मीटर

प्रत्येक हिस्से की लंबाई = 18.3 ÷ 3

उत्तर = 6.1 मीटर

```
      6.1
3) 18.3 (
 – 18
   × 3
   – 3
     ×
```

उदाहरण 5 : एक बोरी में 46.5 कि. ग्राम चावल हैं। दुकानदार उन चावलों के 5 पैकेट बनाना चाहता है। प्रत्येक पैकेट में कितने चावल आयेंगे ?

हल :

बोरी में कुल चावल = 46.5 कि. ग्राम

कुल पैकेटों की संख्या = 5

1 पैकेट में चावल की मात्रा = 46.5 ÷ 5

उत्तर = 9.3 कि. ग्राम

```
      9.3
5) 46.5 (
 – 45
   × 1.5
   – 1.5
     ×
```

अभ्यास-6.5

1. एक मीटर पैंट के कपड़े का मूल्य ₹ 265.50 है और पूरे कपड़े के थान में 24 मीटर कपड़ा है तो पूरे कपड़े के थान का मूल्य पता करो।
2. एक आम की पेटी का भार 32.4 कि. ग्राम है। दुकानदार उनको 6 लिफ़ाफ़ों में बराबर डालना चाहता है। प्रत्येक लिफ़ाफ़े में कितने किलोग्राम आम आयेंगे ?
3. एक बर्तन में 28.5 लीटर दूध आता है। इसको 5 बराबर हिस्सो में बाँटकर छोटे बर्तनों में डाला गया है। एक छोटे बर्तन में कितना दूध आयेगा ?
4. एक कॉपियों के बंडल का भार 9.8 किलोग्राम है। ऐसी 14 कॉपियों के बंडल का भार ज्ञात करें ?
5. एक छड़ी की लम्बाई 12.7 सेंटीमीटर है। ऐसी 7 छड़ियों की लम्बाई कितनी होगी ?

6.6 समय (Time)

गतिविधि

हम अपने दैनिक जीवन में समय शब्द का उपयोग अक्सर करते हैं। हम समय की भिन्न-2 इकाइयों जैसे वर्ष, महीना, सप्ताह, दिन, घंटा, मिनट इत्यादि से पहले ही परिचित है। चौथी कक्षा में हमने मिनट को ही समय की छोटी से छोटी इकाई के रूप में उपयोग किया था। समय को मापने के लिए इससे भी छोटी इकाई होती है। इस कक्षा में हम इसके बारे में चर्चा करेंगे।

अगर एक मिनट के अन्तराल को 60 समान भागों में बाँटा जाये तो इसके प्रत्येक भाग को सैकंड कहा जाता है। इसलिए , समय की भिन्न-भिन्न इकाइयों के बीच में संबंध निम्नलिखित अनुसार है।

1 साल	=	12 महीने = 365 या 366 दिन (लीप का साल)
1 महीना	=	28 या 29 या 30 या 31 दिन
1 सप्ताह	=	7 दिन
1 दिन	=	24 घंटे
1 घंटा	=	60 मिनट
1 मिनट	=	60 सेकंड

6.6. 1 24 घंटों वाली समय घड़ी : (24 hours clock time)

अपने दैनिक जीवन में हम 12 घंटो वाली समय घड़ी का प्रयोग करते हैं और समय संबंधी कोई शंका न रहे इसलिए , हम सुबह A.M. या शाम P.M., दोपहर या आधी रात इत्यादि शब्दों का उपयोग करते हैं।

पर कई विभाग जैसे, रेलवे, हवाई सेवा इत्यादि इस तरह के हैं जिसमें 24 घंटों वाली समय घड़ी का उपयोग किया जाता है। 12 घंटों और 24 घंटों वाली समय घड़ी में संबंध निम्नलिखित अनुसार है :-

12 घंटों वाली समय घड़ी	**24 घंटों वाली समय घड़ी**
12 बजे आधी रात 00 बजे	00.00 बजे 24 बजे
1 बजे सुबह	01 : 00 बजे
2 बजे सुबह	02 : 00 बजे
3 बजे सुबह	03 : 00 बजे
....	....
....	....
10 बजे सुबह	10 : 00 बजे
11 बजे सुबह	11 : 00 बजे
12 बजे दोपहर	12 : 00 बजे
1 बजे दोपहर	13 : 00 बजे
2 बजे दोपहर	14 : 00 बजे
....	....
....	....
10 बजे रात	22 : 00 बजे
11 बजे रात	23 : 00 बजे
12 बजे आधी रात या 00 बजे	00 : 00 बजे 24 बजे

उदाहरण 1 : 24 घंटों वाली समय घड़ी में बदलो :

(a) 3 : 30 बजे सुबह (b) 6 : 30 बजे शाम

(c) 11 : 20 बजे रात (d) 10 : 10 बजे सुबह

हल : (a) 3 : 30 बजे सुबह = 03 : 30 बजे

(b) 6 : 30 बजे शाम = 18 : 30 बजे

(c) 11 : 20 बजे रात = 23 : 20 बजे

(d) 10 : 10 बजे सुबह = 10 : 10 बजे।

उदाहरण 2 : 12 घंटों वाली समय घड़ी में बदलें।

(a) 24 बजे (b) 13 : 50 बजे

(c) 20 : 00 बजे (d) 08 : 40 बजे

हल : (a) 24 बजे = 12 आधी रात

(b) 13 : 50 बजे = 1 : 50 बाद दोपहर

(c) 20 : 00 बजे = 8.00 बजे रात

(d) 08 : 40 बजे = 8 : 40 सुबह

6.6.2. समय की इकाइयों (Units) का जोड़

समय के माप को जोड़ना काफ़ी आसान है। हम सेकंडों को सेकंडों में, मिनटों को मिनटों में और घंटों को घंटों में जोड़ते हैं। अगर सेकंडों और मिनटों की संख्या 60 से अधिक हो तो हम उन की क्रमशः मिनटों और घंटों में बदल देते है।

उदाहरण 3 : जोड़ करें :

(a) 2 घंटे 30 मिनट 15 सेकंड और 4 घंटे10 मिनट 30 सेकंड

(b) 3 घंटे 40 मिनट 30 सेकंड और 4 घंटे 30 मिनट 40 सेकंड

हल : (a)

	घंटे	मिनट	सेकंड
	2 घंटे	30 मिनट	15 सेकंड
+	4 घंटे	10 मिनट	30 सेकंड
	6 घंटे	40 मिनट	45 सेकंड

(b)

	घंटे	मिनट	सेकंड
	3 घंटे	40 मिनट	30 सेकंड
+	4 घंटे	30 मिनट	40 सेकंड
	7 घंटे	70 मिनट	70 सेकंड

अब 70 सेकंड = 1 मिनट 10 सेकंड और 71 मिनट = 1 घंटा 11 मिनट

इसलिए , 7 घंटे 70 मिनट 70 सेकंड = 8 घंटे 11 मिनट 10 सेकंड

उदाहरण 4 : जोड़ करें :

(a) 6 साल 5 महीने और 3 साल 2 महीने

(b) 5 साल 8 महीने और 6 साल 5 महीने

हल : (a)

	6 साल 5 महीने
+	3 साल 2 महीने
	9 साल 7 महीने

(b)

	5 साल 8 महीने
+	6 साल 5 महीने
	11 साल 13 महीने = 12 साल 1 महीना

(क्योंकि 13 महीने = 1 साल 1 महीना)

अभ्यास-6.6

1. जोड़ करें :

(a) 2 घंटे 10 मिनट और 1 घंटा 20 मिनट

(b) 4 घंटे 35 मिनट और 3 घंटे 40 मिनट

2. जोड़ करें :

(a) 1 घंटा 10 मिनट 20 सेकंड और 3 घंटे 20 मिनट

(b) 2 घंटा 50 मिनट 30 सेकंड और 1 घंटा 10 मिनट 30 सेकंड

3. जोड़ :

(a) 7 महीने और 2 साल 3 महीने

(b) 4 साल 5 महीने और 1 साल 8 महीने

6.6. 3 समय की घटाव :

हम सेकंड में से सेकंड को मिनटों में से मिनटों को और घंटों में से घंटों को घटाते हैं। अगर घटाव करने मिनटों या सेकंडों की संख्या अधिक हो तो हम 1 घंटा = 60 मिनट अथवा 1 मिनट = 60 सेकंड का संबंध लेकर हम घटाव करेंगे।

उदाहरण 5 : अंतर पता करें।

(a) 4 घंटे 28 मिनटों 30 सेकंड और 2 घंटे 12 मिनट 10 सेकंड

(b) 5 घंटे 30 मिनटों 10 सेकंड और 1 घंटा 40 मिनट 30 सेकंड

हल : (a)

4 घंटे 28 मिनट 30 सेकंड
– 2 घंटे 12 मिनट 10 सेकंड
―――――――――――――
2 घंटे 16 मिनट 20 सेकंड
―――――――――――――

(b) हम जानते है 1 घंटा = 60 मिनट और 1 मिनट 60 सेकंड

इस लिए

5 घंटे 30 मिनट 10 सेकंड = 4 घंटे 89 मिन्ट 70 सेकंड
–1 घंटा 40 मिनट 30 सेकंड = – 1 घंटा 40 मिन्ट 30 सेकंड
―――――――――――――
3 घंटे 49 मिनट 40 सेकंड
―――――――――――――

[यहाँ 30 मिनट = 29 मिनट 60 सेकंड और 5 घंटे = 4 मिनट 60 सेकंड]

उदाहरण 6 : घटाओ :

(a) 2 साल 5 महीने को 7 साल 9 महीनों में से

(b) 3 साल 8 महीने को 6 साल 3 महीनों में से

हल : (a)

7 साल 9 महीने
– 2 साल 5 महीने
―――――――――――――
5 साल 4 महीने
―――――――――――――

(b) क्योंकि 1 साल = 12 महीने

इसलिए , 6 साल 3 महीने = 5 साल 15 महीने

5 साल 15 महीने
– 3 साल 8 महीने
―――――――――――――
2 साल 7 महीने
―――――――――――――

उदाहरण 7 : रमेश अपने घर से ऑफिस जाने के लिए सुबह 8 : 20 बजे अपने घर से चलता है और ऑफिस सुबह 9 : 00 बजे पहुँचता है। उसे ऑफिस जाने के लिए कितना समय लगेगा ?

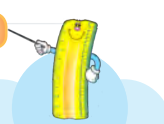
हल : हम यह समय घटा कर पता कर सकते हैं।

यहाँ 9 : 00 बजे = 8 घंटे 60 मिनट

इसलिए , रमेश को ऑफिस पहुँचने में समय लगा

8 घंटे 60 मिनट
– 8 घंटे 20 मिनट
―――――――――――――
40 मिनट
―――――――――――――

रमेश को ऑफिस जाने के लिए 40 मिनट का समय लगता है।



उदाहरण 8 : 10 : 30 बजे रात और अगले दिन सुबह 1 : 30 बजे के बीच में कितना समय अंतराल है।

हल : हम जानते है कि 24 घंटों वाली समय घड़ी में 10 : 30 बजे रात = 22 : 30 और 12 बजे आधी रात = 24 बजे

इसलिए आधी रात और 10 : 30 बजे रात का समय अंतराल

23 घंटे	60 मिनट	क्योंकि 24 घंटे = 23 घंटे 60 मिनट
– 22 घंटे	30 मिनट	
1 घंटा	30 मिनट	

अब आधी रात को सुबह 1 : 30 बजे तक का समय अंतराल 1 घंटा 30 मिनट।

इसलिए , कुल समय अंतराल

1 घंटा	30 मिनट
+ 1 घंटा	30 मिनट
2 घंटा	60 मिनट

इसलिए , आपेक्षित समय अंतराल = 2 घंटे 60 मिनट = 3 घंटे

उदाहरण 9 : चंडीगढ़ से एक बस सुबह 8 : 30 बजे चलती है और दोपहर 1 : 30 बजे दिल्ली पहुँच जाती है। चंडीगढ़ से दिल्ली पहुँचने के लिए बस में कितना समय लगेगा।

हल : बस द्वारा समय लगाया गया समय पता करने के लिए 12 घंटे समय को 24 घंटो वाली समय घड़ी में बदलें।

	8 : 30 सुबह	=	08 : 30 बजे
और	1 : 30 बजे सुबह	=	13 : 30 बजे
	दिल्ली पहुँचने का समय	=	13 : 30
	चंडीगढ़ से चलने का समय	=	08 : 30
	लगा समय	=	13 : 30
		=	– 8 : 30
			5 : 00

इस प्रकार , बस चंडीगढ़ से दिल्ली पहुँचने के लिए 5 घंटे लगाती है।

उदाहरण 10 : एक स्कूल गर्मी की छुट्टियों के लिए 21 मई को बंद हुआ और 5 जुलाई को फिर से खोला गया। स्कूल कितने दिनों के लिए बंद रहा ?

हल : 21 मई से 31 मई तक दिनों की संख्या = 11 दिन (31 – 20 = 11)

जून के महीने में दिनों की संख्या = 30 दिन

जुलाई के महीने में दिनों की संख्या = 04 दिन

कुल दिन = 11 + 30 + 4 = 45 दिन

इसलिए , स्कूल कुल 45 दिन बंद रहा।

उदाहरण 11 : एक रेलगाड़ी 'कर्नाटक एक्सप्रेस' मंगलवार को सुबह 6 बजे दिल्ली से चलकर बुधवार रात को बैंगलूरू 9 : 00 बजे बैंगलूरू पहुँचती है। बताओ, रेलगाड़ी ने दिल्ली से बैंगलूरू पहुँचने के लिए कितना समय लिया ?

हल : दिल्ली से चलने का समय मंगलवार सुबह 6 बजे का और बैंगलूरू पहुँचने का समय बुधवार रात 9 बजे है।

इसलिए समय = मंगलवार सुबह 6 बजे से बुधवार सुबह 6 बजे तक

= 24 घंटे

बुधवार सुबह 6 बजे से रात 9 बजे तक = 15 घंटे

इसलिए , कुल समय लगा = 24 + 15 = 39 घंटे अर्थात 1 दिन 15 घंटे

अभ्यास-6.7

1. अंतर बताओ :

(a) 8 घंटे 30 मिनट और 2 घंटे 10 मिनट

(b) 10 घंटे 30 मिनट 20 सेकंड और 8 घंटे 20 मिनट 15 सेकंड

(c) 11 साल 5 महीने और 6 साल 2 महीने

(d) 7 साल 2 महीने और 3 साल 6 महीने

2. समय पता करें :

(a) 5 : 30 बजे शाम से 4 घंटे पहले

(b) 11 : 00 बजे सुबह के दो घंटे बाद

(c) 4 : 30 बजे सुबह से 6 घंटे पहले।

(d) 8 : 30 बजे सुबह से 1 घंटा 45 मिनट बाद

3. बीच वाला समय बताओ :

(a) 3 : 00 बजे सुबह से 10 : 00 बजे सुबह तक

(b) 6 : 00 बजे सुबह से 1 : 30 बजे दोपहर तक

(c) 5 : 00 बजे शाम से 10 : 45 रात तक

(d) 9 : 00 बजे सुबह से अगले दिन सुबह 2 : 30 बजे तक।

4. एक बैंक सुबह 9 : 30 बजे खुला और शाम को 5 : 00 बजे बंद हुआ। बताओ, बैंक कितने घंटे खुला ?

5. एक बस चंडीगढ़ से सुबह 7 : 30 बजे चलकर 10 : 50 बजे शिमला पहुँचती है। बस शिमला पहुँचने के लिए कितना समय लेगी ?

6. एक लड़का सुबह 7 : 30 बजे सुबह स्कूल जाता है और वापिस 2 : 45 पर घर पहुँचता है। लड़का कुल कितना समय घर से बाहर रहता है ?

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तरों में से सही उत्तर पर निशान लगाएं :

1. 8 मी. को सेंटीमीटर में बदलने पर क्या उत्तर प्राप्त होगा ?

(a) 80 सेंमी (b) 800 सेंमी (c) 8000 सेंमी (d) 80 सेंमी

2. 16 किलोलीटर को लीटरों में बदलने पर क्या उत्तर आयेगा ?

(a) 160 लीटर (b) 1600 लीटर

(c) 16000 लीटर (d) 160000 लीटर

3. 10 डैकाग्राम को ग्रामों में बदलने पर क्या उत्तर प्राप्त होगा ?

(a) 100 ग्राम (b) 1000 ग्राम

(c) 10 ग्राम (d) 10000 ग्राम

4. 1000 ग्राम में कितने किलोग्राम होंगे ?

(a) 100 ग्राम (b) 10 कि. ग्राम (c) 20 कि. ग्राम (d) 1 कि. ग्राम

5. 3 लीटर 175 मि. ली. को दशमलव रूप में किस तरह लिखेंगे ?

(a) 31.75 ली. (b) 317.5 ली. (c) 3.175 ली. (d) 0.3175 ली.

6. 3.5 किलोमीटर = ... मीटर

(a) 350 मी. (b) 3500 मी. (c) 35 मी. (d) 0.350 मी.

7. दुकानदार सब्ज़ी बेचने के लिए किस तरह के माप-तोल की इकाई का उपयोग करते हैं ?

(a) लीटर और किलोलीटर (b) मीटर और किलोमीटर

(c) ग्राम और किलोग्राम (d) इसमें से कोई भी नहीं

8. द्रव्य पदार्थों को मापने के लिए किस तरह के माप-तोल की इकाई का उपयोग करते है ?

(a) लीटर (b) किलोग्राम

(c) मीटर (d) इसमे से कोई भी नहीं

9. कंवल ने सब्ज़ी मंडी में से 6 कि. ग्राम आलू, 3 कि. ग्राम 500 ग्राम प्याज़ और 500 ग्राम टमाटर खरीदे। बताओ उसने कितने किलोग्राम सब्ज़ी खरीदी ?

(a) 10 कि. ग्राम (b) 6 कि. ग्राम (c) 3 कि. ग्राम (d) 11 कि. ग्राम

10. हरप्रीत ने 10 मीटर कपड़ा खरीदा। उसने उसमें से 6 मीटर 50 सेंटीमीटर कपड़ा सूट बनवाने के लिए उपयोग किया। अब उसके पास कितना कपड़ा बचा ?

(a) 2 मीटर 50 सेंटीमीटर (b) 4 मी.

(c) 4 मी. 50 सेंटीमीटर (d) 3 मी. 50 सेंटीमीटर

11. 1 मिलीमीटर में कितने मीटर होते हैं ?

(a) $\frac{1}{100}$ (b) $\frac{1}{1000}$ (c) $\frac{1}{10}$ (d) 100

12. 1 हैक्टोमीटर में कितने सेंटीमीटर होते हैं।

(a) 1000 (b) 10,000 (c) 100 (d) $\frac{1}{1000}$

13. 1 किलोग्राम में कितने हैक्टोग्राम होते है।

(a) 100 (b) $\frac{1}{100}$ (c) 10 (d) $\frac{1}{10}$

14. एक किलोलीटर में कितने डैकामीटर होते है।

(a) 1000 (b) 500 (c) 200 (d) 100

15. एक डैसीमीटर में कितने मिलीमीटर होते है।

(a) 10 (b) 10000 (c) 100 (d) 1000

16. लीप वर्ष में कितने दिन होते हैं।

(a) 364 (b) 366 (c) 365 (d) 363

17. लीप वर्ष में फरवरी में कितने दिन होते हैं ?

(a) 28 (b) 30 (c) 29 (d) 31

18. 3 : 10 बाद दोपहर को 24 घंटे वाली घड़ी के समय के अनुसार बताओ।

(a) 23 : 10 (b) 25 : 10 (c) 15 : 10 (d) 13 : 10

19. 22 : 25 को 12 घंटों वाली घड़ी के समय के अनुसार बताओ।

(a) 10 : 25 pm (b) 12 : 25 am (c) 12 : 25 pm (d) 9 : 25 pm

20. 1 घंटे में कितने सेकंड होते हैं।

(a) 60 (b) 3600 (c) 360 (d) 300

हमने जो सीखा (Learning Outcomes)

- लंबाई, भार तथा क्षमता की मानक इकाइयों (standard units) के आपसी संबंध के बारे में जानने व दैनिक जीवन में प्रयोग करने के योग्य होना।
- लंबाई, भार तथा क्षमता पर मूल क्रियाएँ करने के योग्य होना।
- समयावधी पता करने के योग्य होना।
- प्रतियोगी परीक्षाओं के तैयारी योग्य बनना।

उत्तर-माला

अभ्यास 6.1

3. (a) 3 मी. 45 सें.मी (b) 5 मी. 75 सें.मी.

(c) 10 कि. मी. 850 सें.मी. (d) 4.25 मी.

(e) 7.375 कि. मी.

4. (a) 45 मि.मी. (b) .270 कि.मी.

(c) 5820 मी. (d) 65 सें.मी.

(e) .018 मी.

अभ्यास 6.2

3. (a) 2 कि. ग्राम 850 ग्राम (b) 15 ग्राम 790 मि. ग्राम

(c) 12.625 कि. ग्राम (d) 7.075 कि. ग्राम

(e) 10.800 ग्राम

4. (a) 3275 मिलीग्राम (b) 8.050 कि. ग्राम
(c) 4200 ग्राम (d) .865 ग्राम
(e) .520 कि. ग्राम

अभ्यास 6.3

3. (a) 3 ली. 125 मि.ली. (b) 8 कि. ली. 720 ली.
(c) 4.948 ली. (d) 15.650 कि. ली.
(e) 18 ली. 045 मि. ली.

4. (a) 7600 ली. (b) .250 मि. ली.
(c) 4250 ली. (d) 845 मि. ली.
(e) .092 कि. ली.

अभ्यास 6.4

1. (a) 10 कि. मी. 325 मी. (b) 14 कि. ग्रा. 325 ग्रा.
(c) 13 ली. 575 मिली (d) 20 मी. 1 सें.मी.
(e) 12 कि.ग्रा 025 ग्रा

2. (a) 4 कि.मी. 675 मी. (b) 4 कि. ग्राम 350 ग्राम
(c) 4 ली. 500 मि.ली. (d) 5 मी. 40 सें.मी.
(e) 12 ली. 765 मि.ली.

3. 4 कि.ग्रा. 100 ग्राम
4. 271 कि.मी. 50 मी.
5. 31 लीटर 200 मि.ली.
6. 4 मी. 80 सें.मी.
7. 6 कि.ग्रा. 250 ग्राम

अभ्यास 6.5

1. 6372 मी.
2. 5.4 कि. ग्राम
3. 5.7 लीटर
4. 137.2 कि. ग्राम
5. 88.9 सें.मी.

अभ्यास 6.6

1. (a) 3 घंटे 30 मिनट (b) 8 घंटे 15 मिनट

2. (a) 4 घंटे 30 मिनट 20 सेकंड (b) 4 घंटे 1 मिनट

3. (a) 2 साल 10 महीने (b) 6 साल 1 महीना

अभ्यास 6.7

1. (a) 6 घंटे 20 मिनट (b) 2 घंटे 10 मिनट 5 सेकंड

(c) 5 साल 3 महीने (d) 3 साल 8 महीने

2. (a) 1 : 30 बाद दोपहर (b) 1 : 00 दोपहर

(c) 10 : 30 रात (d) 10 : 15 सुबह

3. (a) 7 घंटे (b) 7 घंटे 30 मिनट

(c) 5 घंटे 45 मिनट (d) 5 घंटे 30 मिनट

4. (a) 7 घंटे 30 मिनट

5. 3 घंटे 20 मिनट **6.** 7 घंटे 15 मिनट

बहुवैकल्पिक प्रश्नों के उत्तर

1.	b	**2.**	c	**3.**	a	**4.**	d
5.	c	**6.**	b	**7.**	c	**8.**	a
9.	a	**10.**	d	**11.**	b	**12.**	b
13.	c	**14.**	d	**15.**	c	**16.**	b
17.	c	**18.**	c	**19.**	a	**20.**	b

अध्याय-7

रेखा गणित

उद्देश्य : 1. विद्यार्थी 2D तथा 3D आकृतियों में अन्तर समझने योग्य हो सकें।
2. दैनिक जीवन में कोण के संकल्प को समझने योग्य हो सकें।
3. समकोण, न्यून कोण तथा अधिक कोण के बारे में समझने योग्य होंगे।
4. विद्यार्थी 2D तथा 3D आकृतियों के सममिती समझने योग्य हो सकेंगे।

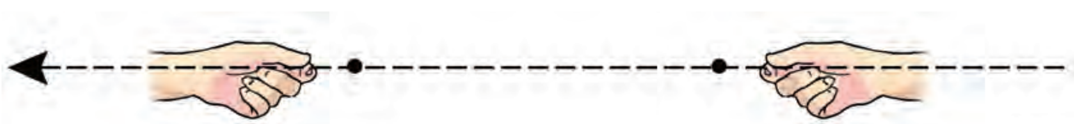
पिछली कक्षा में हम सरल तथा वक्र रेखाओं, भुजाओं तथा किनारों के बारे में पढ़ चुके हैं। इस अध्याय में हम बिन्दु, रेखाखण्ड, किरण, कोण, लम्ब कोण, 2D तथा 3D आकृतियों के बारे में पढ़ेंगे।

7.1 बिन्दु, रेखा, रेखाखण्ड तथा किरण

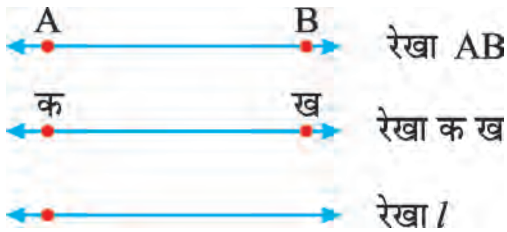
बिन्दु (Poin) — बिन्दु को (.) से अंकित किया जाता है। बिन्दु को हम पेंसिल या पेन की नोक से कॉपी के पन्ने पर दर्शा सकते हैं। बिन्दु को अंग्रेज़ी वर्णमाला के बड़े अक्षरों A, B, C आदि अथवा देवनागरी के वर्णों क, ख, ग आदि से दर्शाया जाता है।

जैसे कि A• B• C• या क• ख• ग•

रेखा (Line) — एक धागा (या रस्सी) जिसको बीच में किसी भी दो बिन्दुओं A तथा B (चित्र में दर्शाए अनुसार) को कस के पकड़ा गया है, यदि इन के किनारों (सिरों) को अनन्त तक बढ़ा दें तो ये रेखा बन जाएगी।



एक सीधी (सरल) रेखा की न तो कोई चौड़ाई होती है न ही मोटाई। यह दो उलटी दिशाओं में अनन्त दूरी तक चलती है। हम किसी भी रेखा को पूर्ण रूप में नहीं दर्शा सकते परन्तु एक चित्र के रूप में प्रदर्शित कर सकते हैं।



तीर के निशान दर्शा रहे हैं कि हम रेखा को दोनों ओर अनन्त दूरी तक बढ़ा सकते हैं। रेखा का कोई अन्त बिन्दु नहीं होता।

रेखा खण्ड (Line Segment) — यदि हम रेखा का कुछ (हिस्सा) लें तो उसके सिरों पर तीर के निशान नहीं लगाए जाते। रेखा के इस सीमित भाग को रेखाखण्ड कहा जाता है। रेखाखण्ड के दो अंत बिन्दु होते हैं। अर्थात् इसकी लम्बाई निश्चित होती है।

किरण (Ray) — हम अपने दैनिक जीवन में 'सूर्य की किरणों' शब्द का प्रयोग करते हैं। ये किरणें सूर्य से सीधी धरती की ओर आती हैं। एक किरण एक सीधा रास्ता है जिसका एक सिरा एक निश्चित बिन्दु होता है, जबकि दूसरा सिरा अनन्त दूरी तक चलता रहता है जैसे कि चित्र में दिखाया गया है।

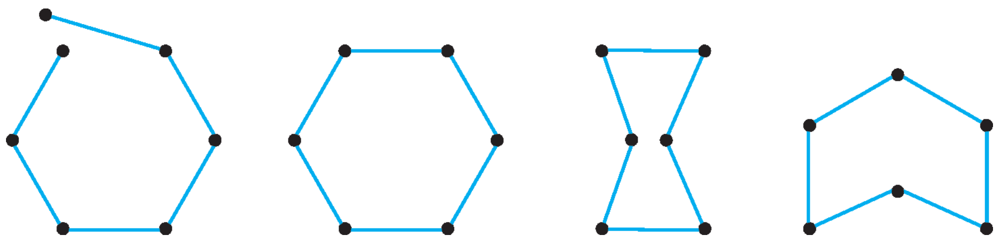
एक किरण की कोई निश्चित लम्बाई नहीं होती। एक किरण का नाम दो अक्षरों से लिखा जा सकता है। पहला अक्षर किरण का अन्तिम बिन्दु होता है तथा दूसरा किरण पर लिए गए किसी भी दूसरे बिन्दु को दर्शाता है।

याद रखें

- किरण AB, किरण BA से भिन्न होती है।
- किरण का एक ही अन्त बिन्दु होता है।

गतिविधि

मनजीत तथा रणजीत दोनों सखियाँ (सहेलियाँ) हैं। उन्हें एक दूसरे के साथ खेलना अच्छा लगता है। एक दिन वे माचिस की तीलियों से आकृतियाँ बना रही थीं। वे एक दूसरे को देखे बिना छह तीलियों से भिन्न-भिन्न आकृतियाँ बनाती हैं।

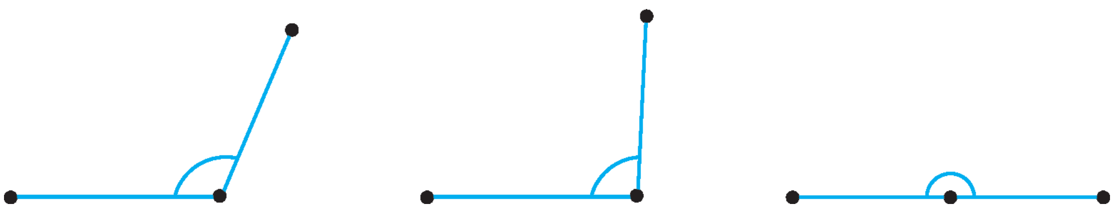


उनके द्वारा बनाई गई आकृतियों को देखकर मनजीत की बड़ी बहन दलजीत उनसे पूछती है कि इनमें से कौन सी आकृतियाँ बंद है तथा कौन सी खुली हैं।

देखो, पहली आकृति के अतिरिक्त सभी आकृतियां बंद है।

क्या आप बता सकते हो कि ये बंद आकृतियां एक दूसरे से कैसे भिन्न हैं।

उत्तर न मिलने पर दलजीत उनको दो तीलियों से कोई आकृति बनाने के लिए कहती है। वे दोनों निम्न अंकित कुछ आकृतियाँ बनाती हैं।



अब दलजीत बताती है कि आपने जो आकृतियाँ बनाई हैं, उनमें कोणों में अन्तर है।

मनजीत तथा रणजीत पूछती है : दीदी 'कोण' क्या होता है ?

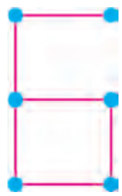
दलजीत बताती है कि जब दो तीलियाँ आपस में मिलती हैं तो उनके बीच कोण बनता है।

मनजीत : ''अच्छा दीदी ! इसलिए हमारे द्वारा बनाई बंद आकृतियां भिन्न-भिन्न थीं क्योंकि उन में कोणों का अन्तर था।

जब दो किरणें या रेखाखण्ड एक सांझे अन्तिम बिन्दु पर मिलें तो कोण बनता है। सार्व अन्तिम बिन्दु कोण का शीर्ष होता है। दोनों किरणें या रेखाखण्ड कोण की भुजाएं होती हैं।

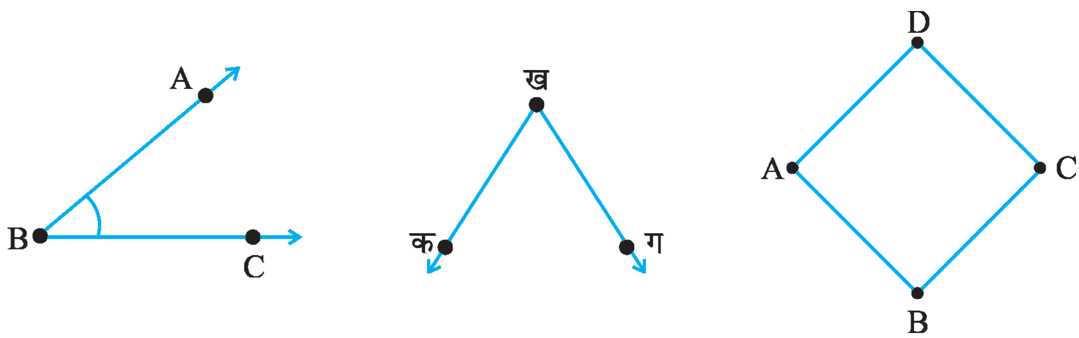
1. चित्र में कौन से रंग का कोण सबसे छोटा है ?
2. कौन से रंगों के कोण बराबर हैं?
3. चार तीलियों द्वारा कोण बदल-बदल कर भिन्न-भिन्न तरह की बंद आकृतियां बनाओ।

4. माचिस की 6 तीलियों से एक संख्या 6 बनाइए। अब एक तीली हटाकर इस तरह रखो की संख्या 9 बन जाए। कोशिश करो।



7.2 कोणों का नामकरण

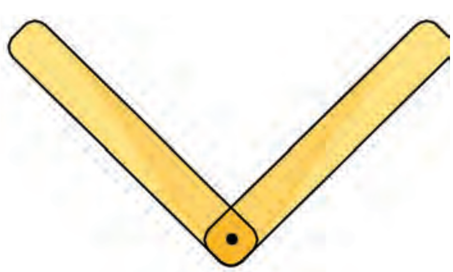
दूसरी आकृतियों की तरह कोणों का नामकरण भी अंग्रेज़ी तथा पंजाबी के अक्षरों से किया जाता है। जैसे, इसके कोण ABC पढ़ा जाता है तथा लिखते समय इसको $\angle ABC$ अथवा $\angle CBA$ लिखा जाता है। सांझा शीर्ष B बीच में लिखा जाता है। इसको $\angle B$ भी लिखा जाता है। अब दो तीलियाँ ले लो तथा उनको ऐसे रखो कि उनके सिरे एक अन्त पर मिलें। अब तीलियों का एक और जोड़ा इस प्रकार लीजिए कि पहले जोड़े के खुले सिरों पर मिले। इस प्रकार यह बन्द चित्र बन जाएगा। क्या आप इस चित्र के भिन्न-भिन्न कोणों के नाम लिख / बता सकते हो।



7.3 विभाजक (Divider)

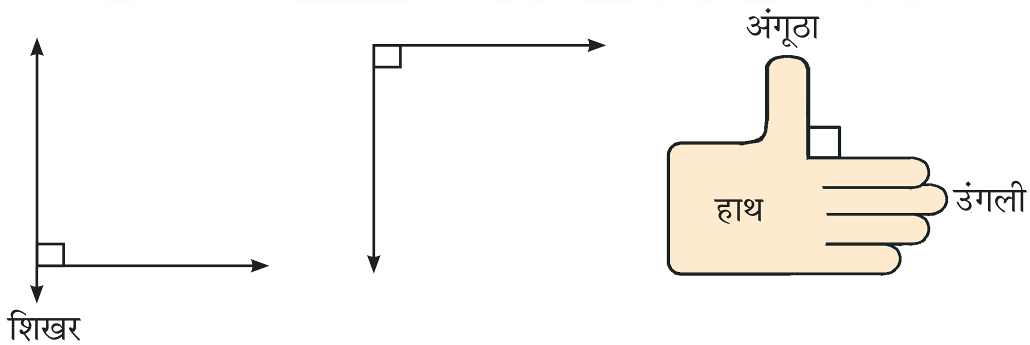
गतिविधि

अध्यापक विद्यार्थियों को कुल्फी की दो तीलें लाने के लिए कहेगा। उन्हें ड्राइंग पिन की सहायता सी इस प्रकार जोडिए कि दोनों किनारे आसानी से घुमाये जा सकें। अब विद्यार्थी अपने आस-पास बने भिन्न-भिन्न कोणों को इस द्वारा मापें। अब अध्यापक, विद्युार्थियों से पूछेगा, "क्या आपके ज्यामेट्री बॉक्स (डिब्बे) में ऐसा कोई यन्त्र है ?"



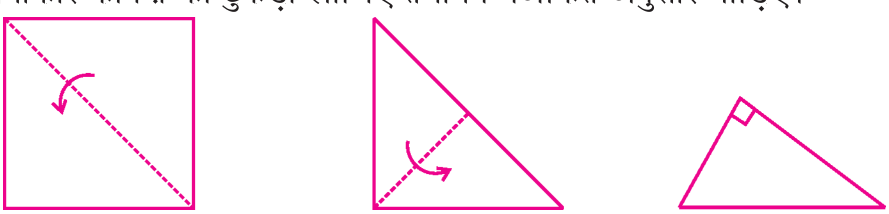
अपनी गणित की पुस्तक तथा मेज़ के किनारे के कोण मापो तथा विभाजक को देखो। यह अंग्रेज़ी के अक्षर Lकी तरह खुल गया है।

वह कोण जो आयताकार दरवाज़े के कोने जैसे या किताब के कोने जैसे प्रतीत होता है, लम्ब कोण कहलाता है। इस कोण का माप हमेशा 90° का होता है। यह अंग्रेज़ी के अक्षर 'L' की तरह दिखाई देता है।



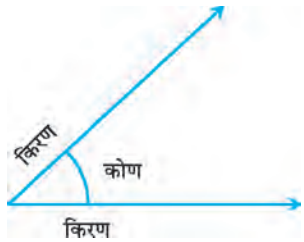
गतिविधि

एक वर्गाकार कागज़ का टुकड़ा लीजिए तथा निम्नअंकित अनुसार मोड़िए।



ज्यामेट्री बॉक्स में प्राप्त कोण मापक को किसी भी आकृति/कोण पर लगाकर देखने से उस आकृति में लम्ब कोण की पहचान की जा सकती है।

7.4 कोण तथा इसकी किस्में —



एक बिंदु के इर्द–गिर्द किसी किरण के घुमाव को कोण कहा जाता है। आसान शब्दों में समझने के लिए सांझे शीर्ष वाली दो किरणों के बीच कोण बनता है। कोण मापने के लिए मानक इकाई डिग्री (°) है।

कोण 7 तरह के होते हैं : शून्य कोण, न्यून कोण, समकोण, अधिक कोण, सरल कोण, प्रतिवर्ती कोण और पूर्ण कोण। इस अध्याय में हमारा विषय न्यून कोण, समकोण तथा अधिक कोण तक सीमित है। इसलिए, हम सिर्फ इनकी ही चर्चा करेंगे अध्यापक बोर्ड पर अंग्रेज़ी के कुछ अक्षरों को दिखाकर इनके बारे में पूछेगा।

इनमें से कौन सा कोण 90° का है ? कौन सा 90° से छोटा है तथा कौन सा 90° से बड़ा है ?

समकोण (Right Angle)— एक कोण जिसका माप 90° है, समकोण कहलाता है इसका चिह्न ∟ है जैसे चित्र (a) में अंग्रेज़ी का अक्षर 'एल' है।

न्यून कोण (Acute Angles) — आकृति (b) वाला कोण जो 0° से अधिक है तथा 90° से कम है न्यून कोण कहलाता है।

अधिक कोण (Abtuse Angle) — आकृति (c) वाला कोण जो 90° से अधिक है, पर 180° से कम है, अधिक कोण कहलाता है।

गतिविधि

(क) 10 गणित की पुस्तकों को एक दूसरे के ऊपर रखिए तथा एक पुस्तक को ढलान (तिरछी) में इस तरह रखो कि स्लाइड (ढाल) बन जाए।

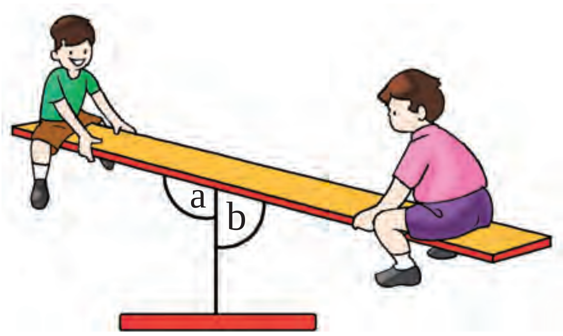
(ख) अब यही प्रक्रिया छह पुस्तकों से करो। एक गेंद को ऊपर से नीचे की तरफ लुढ़काओ :

- कौन सी स्लाइड से गेंद अधिक तेज़ी से फिसलेगी ?
- कौन सी स्लाइड का कोण छोटा है ?

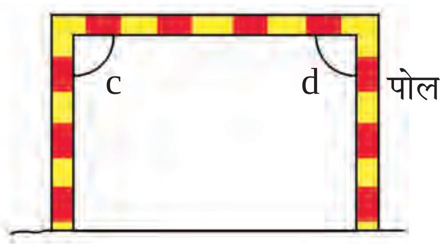
गतिविधि

खेल के मैदान में कोण

बच्चो खेल के मैदान में भिन्न-भिन्न कोण पहचानो।



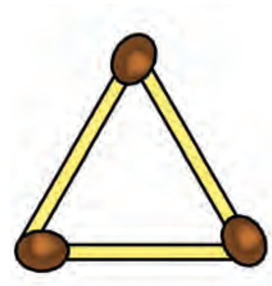
a और b कोण पहचानो



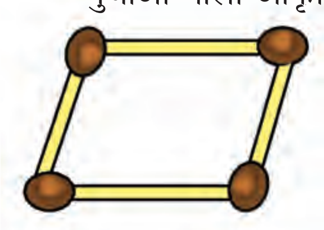
c और d कोण पहचानो

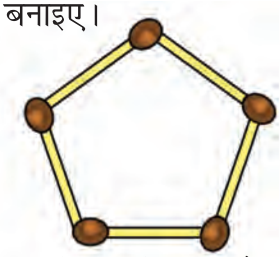
गतिविधि

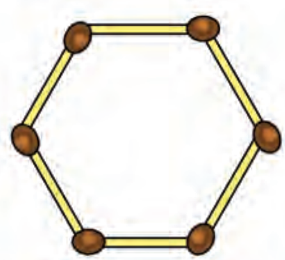
बदलती आकृतियाँ



- बच्चो, कुछ माचिस की तीलियाँ, साइकल की ट्यूब के वॉल्व के टुकड़े लीजिए।
- माचिस की तीली का मसाले वाला काला हिस्सा साफ कीजिए।
- तीन तीलियों और साइकिल की ट्यूब के वाल्ब की रबड़ों की सहायता से एक त्रिभुज बनाइए।
- इसी तरह वॉल्व की रबड़ों के टुकड़े तथा माचिस की तीलियों की सहायता से 4, 5, 6 भुजाओं वाली आकृतियां बनाइए।

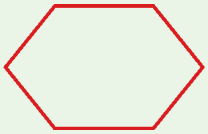
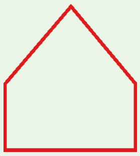
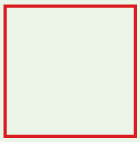
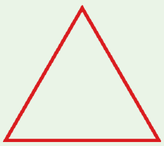






ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक आकृति में कितने कोण है तथा उन पर चिह्न लगाइए।

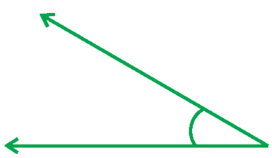
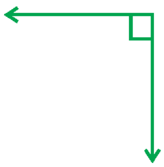
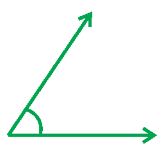
अब प्रत्येक आकृति को अपनी उंगली से नीचे की तरफ दबाओ। उंगली से दबाने पर आकृति के कोण में क्या कुछ बदलाव आता है ? पता लगाइए तथा अपना उत्तर निम्नलिखित सारणी में लिखिए :

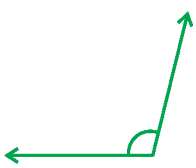
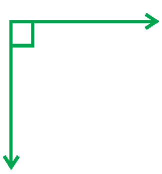
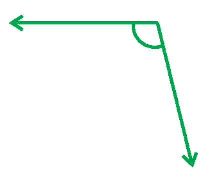
आकृति	कोण में बदलाव (हां/नही)
	
	
	
	

* बदलती आकृतियाँ गतिविधि से क्या आप अनुमान लगा सकते हो कि मीनारों/पुलों आदि में त्रिभुजों का प्रयोग क्यों किया जाता है ?

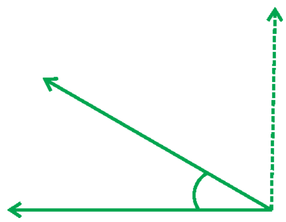
* अपने इर्द-गिर्द कुछ ऐसे स्थानों का पता लगाइए जिनमें त्रिभुज का प्रयोग होता है।

उदाहरण 1 : निम्नअंकित आकृतियों में से कौन से कोण न्यून कोण, अधिक कोण तथा समकोण हैं ?

(a) 
(b) 
(c) 

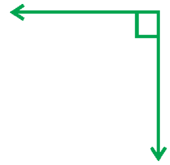
(d) 
(e) 
(f) 

हल : (a)



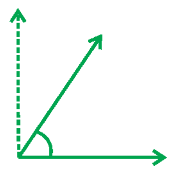
सबसे पहले समकोण के लिए अनुमान से एक सीधा दानेदार (बिन्दुओं से अंकित किया हुआ) रेखा बनाओ। यह कोण समकोण के भीतर की ओर है। इसलिए यह न्यून कोण है।

(b)



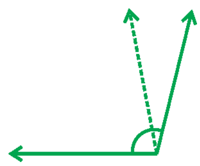
यह समकोण है।

(c)



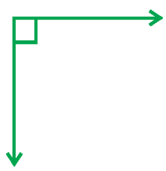
यह कोण समकोण के भीतर की ओर है। इसलिए यह न्यून कोण है।

(d)



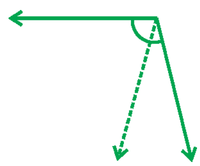
यह कोण समकोण के बाहर की ओर है। इसलिए यह अधिक कोण है।

(e)



यह समकोण है।

(f)

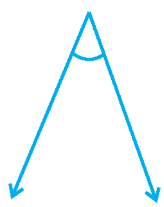


यह समकोण के बाहर की ओर है। इसलिए यह अधिक है

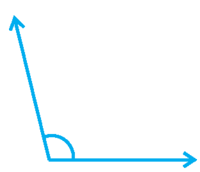
अभ्यास-7.1

1. निम्नअंकित में से न्यून कोण, अधिक कोण तथा समकोण पहचानो।

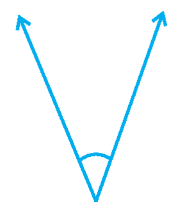
(a)



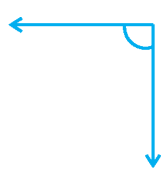
(b)



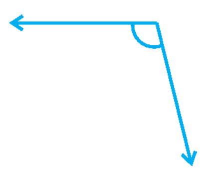
(c)



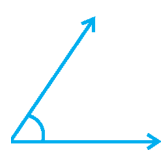
(d)



(e)



(f)

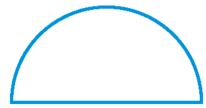


गतिविधि

आइए डिग्री घड़ी बनाइए –

1. कागज़ में से एक गोला काटिए।

2. उसको आधा मोड़ दीजिए।



3. उसको फिर एक चौथाई मोड़ दीजिए।

4. उसको फिर एक बार मोड़ दीजिए।

5. कागज़ को खोलिए। आपको सामने बने चित्र तरह की रेखाएं दिखाई देंगी।

6. जिस तरह चित्र में दिखाया गया है, उस पर 0°, 45°, 90° तथा 180° बनाइए।

7. उसको एक पुराने गत्ते पर चिपका दीजिए।

8. केन्द्र से, उस पर एक सूई बनाइए।

9. मोटे कागज़ से एक लाल सूई बनाइए तथा पिन्न की मदद से बीच में इस तरह लगाइय कि यह घूम सके।

आपकी डिग्री घड़ी तैयार है।

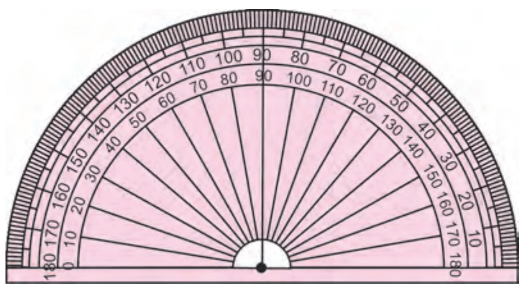
- डिग्री घड़ी की सहायता से अपने पेंसिल बॉक्स का समकोण मापो। समकोण .... है।
- क्या आप बता सकते हैं कि निम्नअंकित कोण की डिगरी क्या होगी :-
  - समकोण का आधा ....
  - समकोण का एक-तिहाई ....
  - समकोण का दुगुना ....

90° के कोण को समकोण कहते हैं।

गतिविधि

कोणों का माप (Protractor)

अध्यापक विद्यार्थियों को कक्षा में कोण मापक या प्रोटैक्टर (डी) दिखाएगा तथा प्रश्न करेगा कि यह क्या है ? कुछ विद्यार्थी बताएंगे कि इसको 'डी' कहते हैं। हो सकता है कि किसी विद्यार्थी को इसका नाम कोण मापक पता है। अब अध्यापक अपनी बात शुरू करेगा।



बच्चो यह गणित में प्रयोग किए जाने वाला यन्त्र है, जिसको हम कोण मापक कहते हैं।

अब तक हमने अनुमान से न्यून कोण तथा अधिक कोण की बात की थी। पर कोण मापक की मदद से हम कोण को डिग्रियों में माप कर कोण के बारे में, उसकी किस्म के बारे में यकीन से कह सकते हैं।

कोण मापक (डी) की विशेषता -

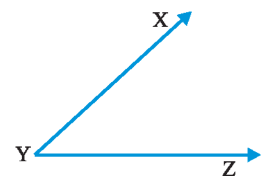
- कोण मापक अंग्रेज़ी अक्षर D जैसा है। इसलिए, इसको डी भी कहा जाता है।
- कोण मापक में दो माप-क्रम (Scale) होते है- 1. आंतरिक माप-क्रम 2. बाहरीय माप क्रम

- आंतरिक माप-क्रम ऊपर 0, 10, 20 .... 180 दाईं से बाईं ओर लिखा जाता है। (घड़ी की उलट दिशा की ओर)
- बाहरीय माप-क्रम ऊपर 180, 170, ... 0 दाईं से बाईं ओर लिखा जाता है। (घड़ी की दिशा में)
- 0° से 180° तक मिलाने वाली रेखा को आधार रेखा कहा जाता है।
- बिन्दु को कोण मापक का केंद्र कहा जाता है।

कोण का मापना

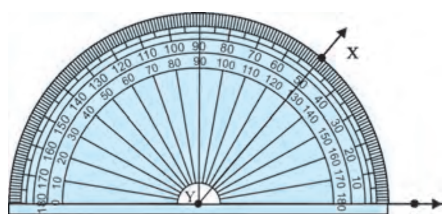
आओ बच्चो ! अब हम कोण मापना सीखते हैं। हम ∠XYZ को मापेंगे।

1. सबसे पहले कोण मापक को इस प्रकार रखेंगे कि मापक का केन्द्र कोण के शीर्ष Y पर हो तथा आधार रेखा YZ रेखा खण्ड को पूरी तरह ढक ले।
2. कोण मापक का वह माप-क्रम देखिए जिसकी भुजा YZ भुजा, 0° से मिलती है। यहाँ O° बाहरीय माप-क्रम YZ भुजा से मिलता है।



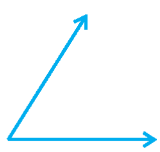
3. कोण मापक के बाहरीय माप-क्रम पर वो चिह्न देखिए यहां कोण की भुजा YX गुजरती है।

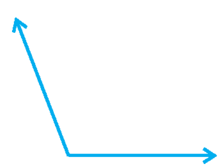
भुजा YX भुजा 50° चिन्ह से गुजरती है इसलिए, ∠XYZ का माप 50° है। इसलिए हम लिख सकते हैं ∠XYZ = 50°



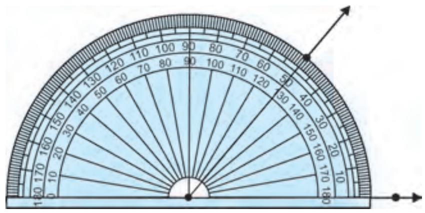
नोट : सदा वही माप क्रम देखिए जिसकी भुजा आधार रेखा को 0° के चिह्न से मिलाती है।

उदाहरण 1 : निम्नअंकित कोणों को कोण मापक की मदद से मापिए।

(a) 

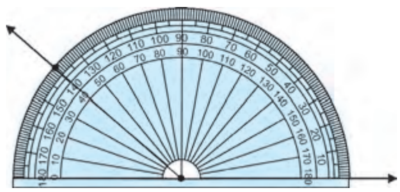
(b) 

हल : (a)



यह 50° है। ध्यान देने योग्य बात है कि यह 130° नहीं है। ध्यान कीजिए कि यह कोण समकोण के अंदर की ओर है।

(b)



यह 140° का कोण है। ध्यान देने योग्य बात है कि यह 40° नहीं है। ध्यान कीजिए कि यह कोण समकोण के बाहर की ओर हैं।

उदाहरण 2 : निम्नलिखित कोणों में न्यून कोण तथा अधिक कोण ज्ञात कीजिए।

(a) 48° (b) 118° (c) 125° (d) 65°

(e) 79°

हल : (a) 48° यह कोण 0° तथा 90° के बीच है। इसलिए यह न्यून कोण है।

(b) 118° यह कोण 90° तथा 180° के बीच है। इसलिए यह अधिक कोण है।

(c) 125° यह कोण 90° तथा 180° के बीच है। इसलिए, यह अधिक कोण है।

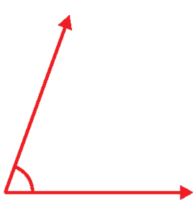
(d) 65° यह कोण 0° तथा 90° के बीच है। इसलिए, यह न्यून कोण है।

(e) 79° यह कोण 0° तथा 90° के बीच है। इसलिए, यह न्यून कोण है।

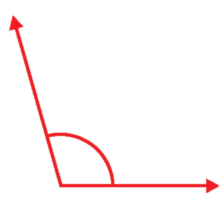
अभ्यास-7.2

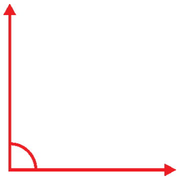
1. कोण मापक की सहायता (मदद) से निम्नअंकित कोण मापिए।

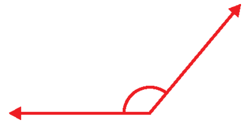
(i)

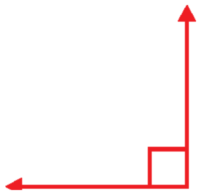


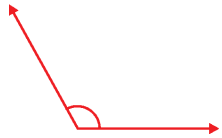
(ii)

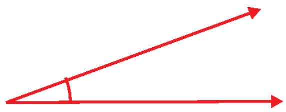


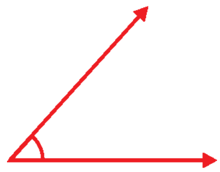
(iii) 

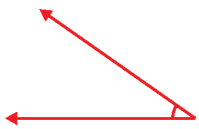
(iv) 

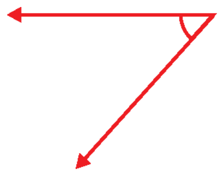
(v) 

(vi) 

(vii) 

(viii) 

(ix) 

(x) 

2. निम्नलिखित माप के कोण, कोण मापक की सहायता से बनाइए।

(i) 15°	(ii) 40°	(iii) 42°	(iv) 53°
(v) 65°	(vi) 75°	(vii) 90°	(viii) 110°
(ix) 117°	(x) 135°	(xi) 157°	(xii) 180°

3. निम्नलिखित में से न्यून कोण, अधिक कोण तथा समकोण बताइए।

(i) 35°	(ii) 89°	(iii) 120°	(iv) 100°
(v) 96°	(vi) 74°	(vii) 62°	(viii) 166°

4. रिक्त स्थान भरिए :

(i) 0° से 90° के बीच बने कोण को .... कहा जाता है।

(ii) 175° का कोण .... कोण होगा।

(iii) घड़ी की सूइयाँ 3 बजे .... डिग्री का कोण बनाएगी।

(iv) उत्तर तथा दक्षिण के बीच .... डिग्री का कोण बनेगा।

(v) न्यून कोण, समकोण से .... होता है।

5. सही अथवा गलत निशान लगाओ।

(i) समकोण का माप 90° होता है।

(ii) समकोण न्यून कोण से बड़ा (अधिक) होता है, पर अधिक कोण से छोटा होता है।

(iii) कोण मापक के अंदर तथा बाहरीय माप-क्रम में 90° तक माप लिखा जाता है।

(iv) 85° का कोण समकोण है।

(v) 115° का कोण अधिक कोण है।

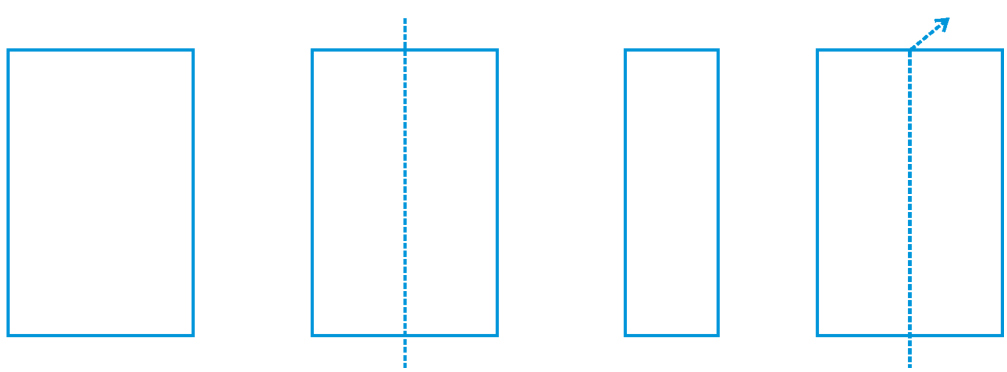
(vi) 90° का कोण न्यून कोण है।

7.5 सममित (Symmetry)

सममिती शब्द दो शब्दों के योग से बना है। सम + मिती। जिसका अर्थ है - बराबर माप। अर्थात वह रेखा जो एक चित्र को दो बराबर एक जैसे भागों में बाँटती है, उसे सममिती रेखा कहते हैं।

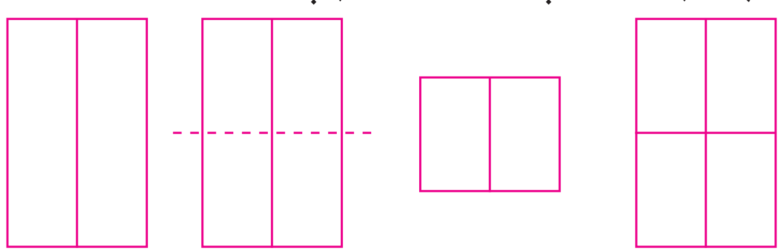
गतिविधि

अध्यापक एक कागज़ लेगा। इसको लम्बाई की तरफ से मोड़ेगा। इस तरह खुलने (open) पर हम देखेंगे कि कागज़ दो बराबर (एक जैसे) भागों में बंट जाएगा। इसको सममिती आकृति कहा जाता है।



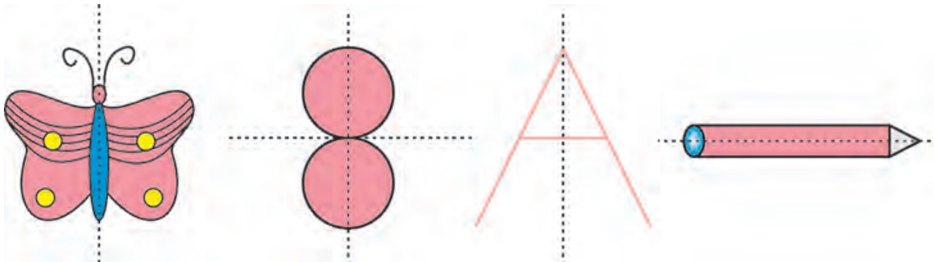
कागज़ के जिस स्थान पर सिलवट (निशान) पड़ जाएगी, वह सममिती रेखा होती है।

इसी तरह यह गतिविधि कागज़ को चौड़ाई की तरफ से मोड़कर दोहराई जाएगी।



बच्चो ! इस तरह किसी आकृति के एक से अधिक सममिती रेखाएं हो सकती हैं।

निम्न कुछ सममित वस्तुओं की तस्वीरें दी गई हैं।

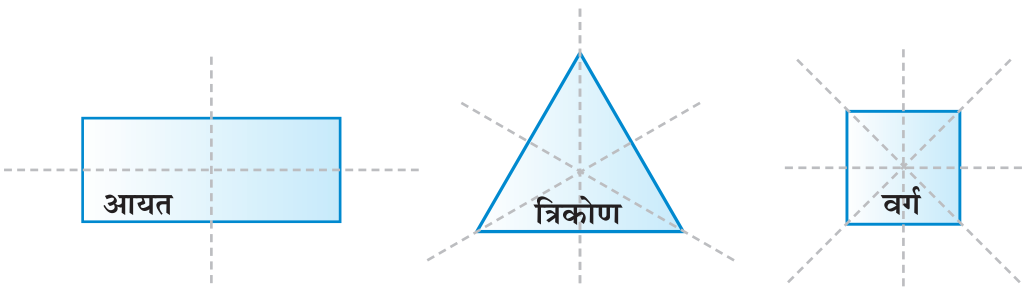


7.5.1 सममिती आकृतियां :-

जब किसी आकृति को आकार से दो बराबर भागों में बाँटा जा सकता हो तो ऐसी आकृति को सममिती आकृति कहा जाता है। दोनो बराबर हिस्से एक दूसरे की दर्पण शक्ल होते हैं।

7.5.2 एक से अधिक सममिती रेखाएं

कुछ आकृतियों में एक से अधिक सममिती रेखाएं होती हैं।

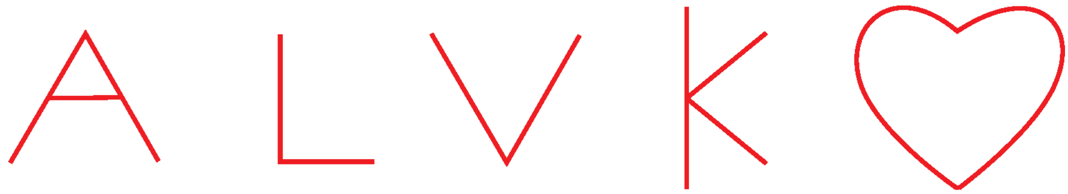


- आयत की 2 सममिती रेखाएं हैं।
- बराबर भुजाओं वाली त्रिभुज की 3 सममिती रेखाए हैं।
- वर्ग की 4 सममिती रेखाएं हैं।

अभ्यास-7.3

1. निम्नअंकित आकृतियों में सममिती आकृतियों पर गोला लगाओ।

2. निम्नअंकित आकृतियों में सममिती रेखा बनाओ।



3. निम्नअंकित आकृतियों की सममिती रेखा खींचो।

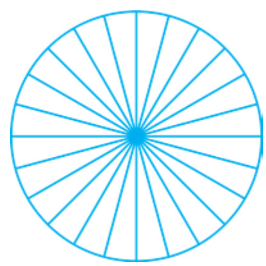
1.

2.

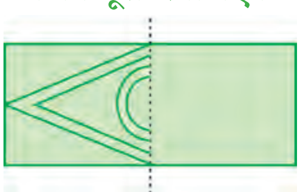
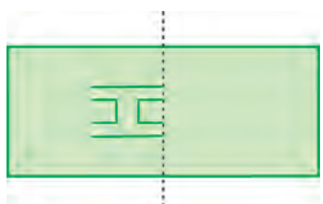
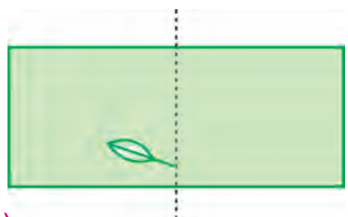
3.

4.

5.

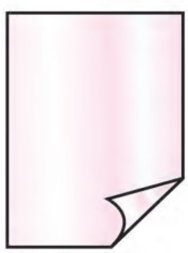

6.

4. बिन्दुओं से अंकित की हुई (बिन्दु-दार या दानेदार) रेखा को सममिती रेखा मानते हुए चित्र पूरा कीजिए।

7.6. द्विआयामी और त्रिआयामी आकृतियाँ (2D and 3D)

अध्यापक विद्यार्थियों को कुछ वस्तुएं दिखाएगा जैसे



अध्यापक बताएगा कि पासा अथवा आइसक्रीम कोन त्रिआयामी (3D) ठोस है तथा ब्लैक बोर्ड 2D है। इसलिए पासा अथवा आइसक्रीम कोन त्रिआयामी ब्लैक बोर्ड पर नहीं बना सकते। सिर्फ उनका अन्दाजा ही लगाया जा सकता है।

- त्रिआयामी वस्तुओं को ब्लैक बोर्ड पर बनाया नहीं जा सकता सिर्फ उनको कागज़ या ब्लैक बोर्ड पर दर्शाया जा सकता है।
- द्विआयामी वस्तुओं के सिर्फ दो पासे (लम्बाई तथा चौड़ाई) होते हैं जबकि त्रिआयामी वस्तुओं के तीन फलक (लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई) होते हैं।

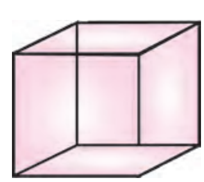
अभ्यास-7.4

1. निम्न दी गई तस्वीरों में से 2-D तथा 3-D वस्तुएं पहचानो। 2-D वस्तुओं पर ○ तथा 3-D वस्तुओं पर △ बनाइए ह्ल

7.6.1 2D आकृतियों से 3D आकृतियां बनाना

जैसे कि हम इस अध्याय में पढ़ चुके हैं कि ठोस आकृतियाँ या 3-D त्रिआयामी वस्तुएं 2-D द्विआयामी वस्तुओं से भिन्न होती हैं।

हम 2-D आकृतियों से जाल बनाकर 3-D आकृतियां बना सकते हैं।

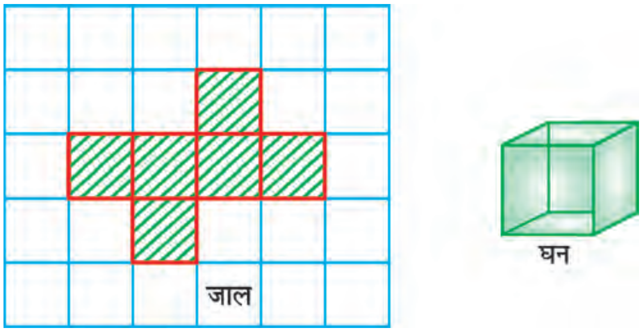


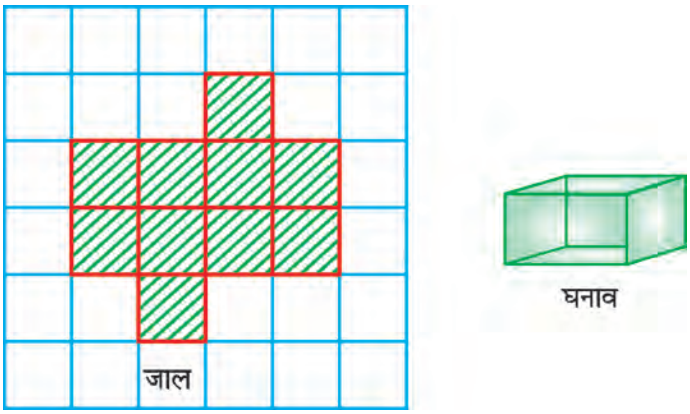
घन एक सबसे आसान आकृति है, उसके सभी फलक पक्ष वर्ग हैं।

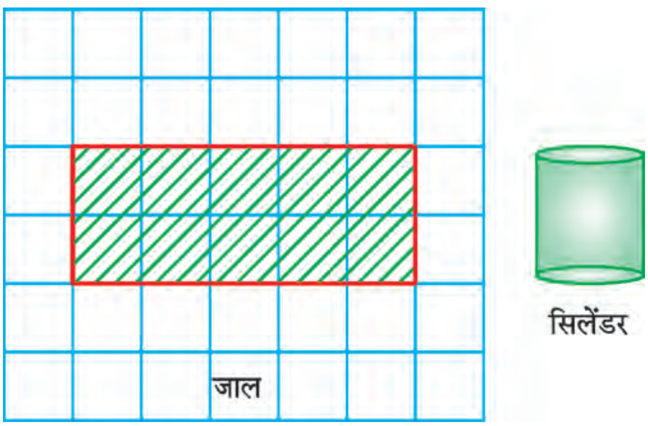
घन के कितने फलक हैं : छह

ये सभी फलक किस आकृति के हैं – वर्ग

नीचे कुछ जालों की उदाहरण दिए गए हैं। जिससे हम 3-D आकृतियां बना सकते हैं।





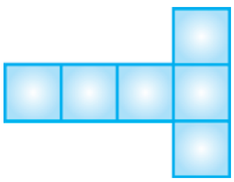


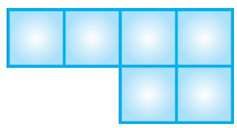
अभ्यास-7.5

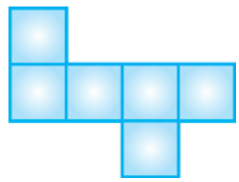
1. अपने पर्यावरण (इर्द-गिर्द) में से निम्न अंकित आकृतियों का एक उदाहरण दीजिए।

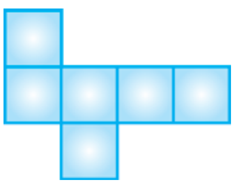
आकृति	उदाहरण
घनाव	
घन	
शंकु	
सिलेंडर	

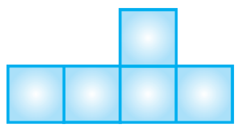
2. निम्न अंकित आकृतियों में से किसे घन बना सकते हैं ? कागज़ के एक टुकड़े पर इनको बनाओ तथा उत्तर ढूँढ़ो।

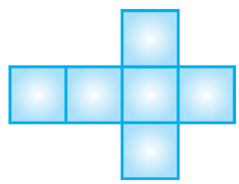
(i) 

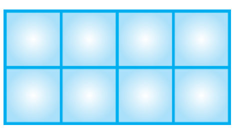
(ii) 

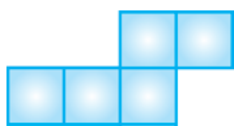
(iii) 

(iv) 

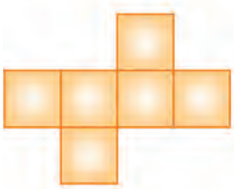
(v) 

(vi) 

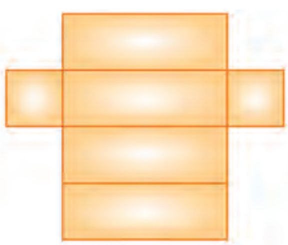
(vii) 

(viii) 

3. निम्न अंकित कौन सी आकृतियाँ बनती है ?



(a)



(b)

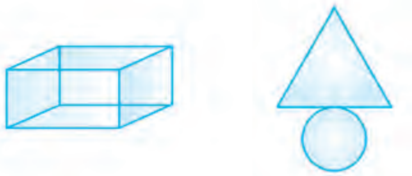
(c)

(d)

4. नीचे दी आकृतियों को जाल से मिलाइए।

(a)

(b)

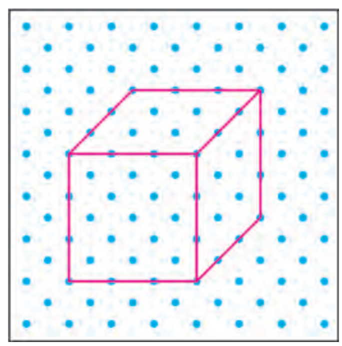
(c) 

(d)

अपने आप कीजिए

हम बिन्दुओं वाली शीट पर घन तथा घनाव बना सकते हैं।

उदाहरण के लिए हम घन बना सकते हैं।



अध्यापक इस गतिविधि को विद्यार्थियों को कागज़ देकर घनाव बनाने के लिए प्रेरित करेगा।

महत्त्वपूर्ण शब्द

2-D आकृतियां – जिन आकृतियों के दो फलक (पक्ष लम्बाई तथा चौड़ाई) होते हैं।

3-D आकृतियां – जिन आकृतियों के तीन पासे (पक्ष लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई) होते हैं।

लम्ब रेखाएं – जो रेखाएं एक दूसरे से 90° का कोण बनाती हैं।

कोण मापक – एक यन्त्र, जिस द्वारा कोण मापे जापे हैं।

डिग्री – कोण मापने की इकाई।

याद रखने योग्य बातें

- काटवीं रेखाओं के काट बिन्दु पर कोण बनते हैं।
- कोण का नामकरण करते हुए सांझे शीर्ष को बीच लिखा जाता है।
- कोण मापने का मानक (मूल)इकाई डिग्री हैं।
- 0° से 90° के बीच माप वाले कोण न्यून कोण, 90° के बीच माप वाले कोण समकोण कहलाते हैं।
- कोण को कोण मापक से मापा जाता है।
- यदि किसी आकृति को आकार के पक्ष से बराबर हिस्सों में बाँटा जा सकता हो तो उस आकृति को सममित आकृति कहा जाता है।

हमने जो सीखा Learning outcomes

- 2-D तथा 3-D आकृतियों में अन्तर समझना।
- कोण के मुख्य संकल्प के बार में।
- कोण की किस्में के बार में।
- सममित आकृतियां।

उत्तर-माला

अभ्यास 7.1

1. (a) न्यून कोण (b) अधिक कोण (c) न्यून कोण (d) समकोण
(e) अधिक कोण (f) न्यून कोण

अभ्यास 7.2

3. (i) न्यून कोण (ii) न्यून कोण (iii) अधिक कोण (iv) अधिक कोण
(v) अधिक कोण (vi) न्यून कोण (vii) न्यून कोण (viii) अधिक कोण

4. (i) न्यून कोण (ii) अधिक (iii) समकोण (iv) 180°
(v) छोटा

5. (i) सही (ii) सही (iii) गलत (iv) गलत
(v) सही (vi) गलत

अध्याय-8

परिमाप और क्षेत्रफल

उद्देश्य :
1. छात्रों को अपनी गणितीय तार्किक शक्ति का उपयोग करना सिखाना।
2. छात्रों को अपने आस-पास के क्षेत्र का सही परिमाप और क्षेत्रफल का माप पता करने योग्य बनाना।
3. छात्रों को दैनिक जीवन में परिमाप, क्षेत्रफल, और घनफल संबंधी समस्याएँ सुलझाने योग्य बनाना।
4. गणित विषय संबंधी छात्रों के मन से डर को दूर करना और रोचकता पैदा करना।
5. गणित विषय की महत्ता समझाना।

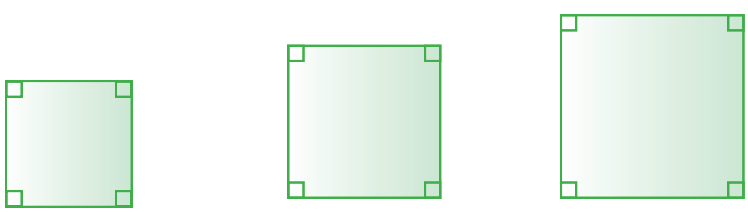
जान पहचान

8.1 परिमाप (Perimeter)

बच्चो ! हमने पिछली कक्षा में परिमाप के बारे में विस्तावपूर्वक पढ़ा। किसी बंद आकृति जो समतल पर हो उसकी बाहरी लम्बाइयों का योग, उस आकृति का परिमाप होता है। साधारण शब्दों में, किसी समतल आकार की आकृति की सारी भुजाओं की लंबाइयों के जोड़ को उसका परिमाप कहा जाता है। अब इस भाग में हम वर्ग और आयत के परिमाप के बारे में चर्चा करेंगे।

8.1.1 वर्ग (Square)

वर्ग चार भुजाओं वाली वह बंद आकृति है, जिसकी चारों भुजाएं समान होती है। प्रत्येक कोण 90° होता है। आइये ! निम्नलिखित वर्गों पर विचार करें :



3 सें.मी.   5 सें.मी.   7 सें.मी.

क्योंकि वर्ग की सारी भुजाएं रेखाखंडों से बनी होती हैं। इसलिए वर्ग का परिमाप उन सभी भुजाओं के योग के बराबर होगा। इसलिए सारे वर्गों के परिमाप निम्नलिखित अनुसार होंगे।

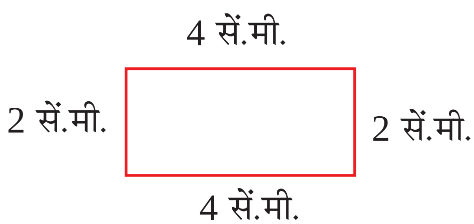
वर्ग	वर्ग की भुजा	वर्ग का परिमाप = सभी भुजाओं का योग
(क)	3 सें.मी.	(3 + 3 + 3 + 3) सें.मी. = (4 × 3) से.मी. = 12 सें.मी.
(ख)	5 सें.मी.	(5+ 5 + 5 + 5) सें.मी. = (4 × 5) से.मी. = 20 सें.मी.
(ग)	7 सें.मी.	(7 + 7 + 7 + 7) सें.मी. = (4 × 7) से.मी. = 28 सें.मी.

हम देखते हैं कि वर्ग का परिमाप = भुजा + भुजा + भुजा + भुजा = 4 × भुजा

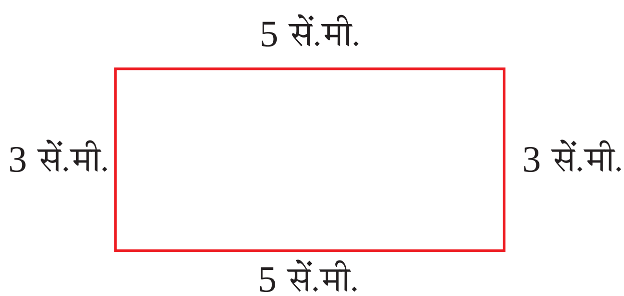
$$\text{और भुजा} = \frac{\text{वर्ग का परिमाप}}{4}$$

8.1.2 आयत (Rectangle)

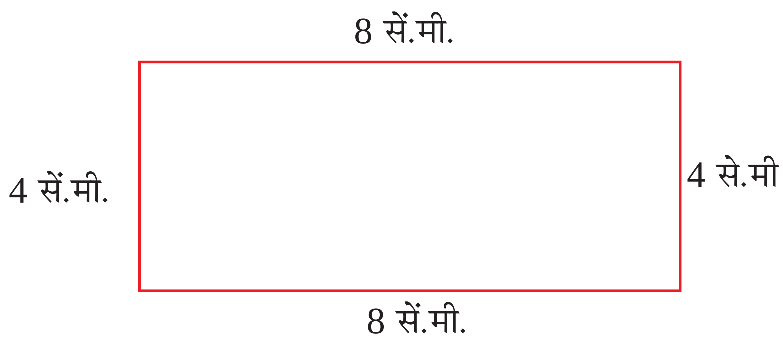
आयत चार भुजाओं वाली बंद आकृति होती है और इसकी आमने सामने की भुजाएं समान होती हैं। प्रत्येक कोण 90° का होता है। आयात की सभी भुजाएं रेखा खण्ड हैं। इसलिए इसका परिमाप इन सभी भुजाओं के योगफल के बराबर होगा।



(क)



(ख)



(ग)

इसलिए सारे आयत के परिमाप निम्नलिखित अनुसार होंगे :

आयात	लंबाई	चौड़ाई	परिमाप = भुजाओं का जोड़
(क)	4 सें.मी.	2 सें.मी.	(4 + 2 + 4 + 2) सें.मी. = (4 + 4 + 2 + 2) सें.मी.=12 सें.मी.
(ख)	5 सें.मी.	3 सें.मी.	(5+ 3 + 5 + 3) सें.मी. = (5 + 5 + 3 + 3) सें.मी. =16 सें.मी.
(ग)	8 सें.मी.	4 सें.मी.	(8 + 4 + 8 + 4) सें.मी. = (8 + 8 + 4 + 4) सें.मी.=24 सें.मी.

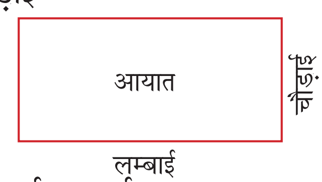
क्या देखते हैं ?

आयात का परिमाप = लम्बाई + चौड़ाई + लम्बाई + चौड़ाई

= लम्बाई + लम्बाई + चौड़ाई + चौड़ाई

= 2 × लम्बाई + 2 × चौड़ाई

= 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)



$$\text{आयात की लम्बाई/चौड़ाई} = \left(\frac{\text{आयात का परिमाप}}{2}\right) - \text{चौड़ाई/लम्बाई}$$

गतिविधि

अध्यापक छात्रों को गत्ते के भिन्न-भिन्न माप के वर्ग और आयत काटकर लाने के लिए कहेगा। फिर उनकी चारों भुजाओं को नापने के लिए कहेगा और उनका जोड़ करके परिमाप निकालने के लिए कहेगा।

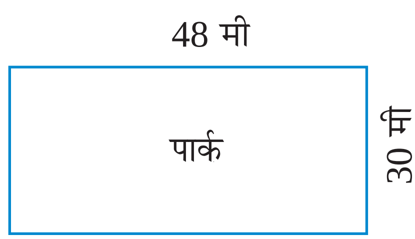
आओ ! अब इससे संबंधिक कुछ उदाहरण करे :

उदाहरण 1 : एक आयताकार पार्क की लम्बाई 48 मीटर और चौड़ाई 30 मीटर है। पार्क के चारों और तार लगानी है तार की लम्बाई ज्ञात करें ?

हल : पार्क की लम्बाई = 48 मीटर

पार्क की चौड़ाई = 30 मीटर

यह पार्क आयताकार है।



इसलिए आयताकार पार्क का परिमाप

= 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)

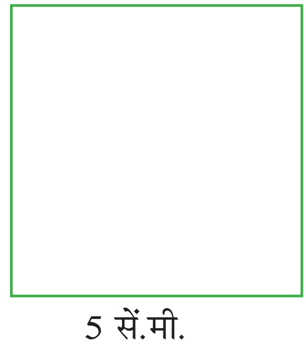
= 2 × (48 मीटर + 30 मीटर)

= 2 × 78 मीटर

= 156 मीटर

इसलिए, पार्क के चारों ओर 156 मीटर तार लगेगी।

उदाहरण 2 : वर्ग का परिमाप ज्ञात करें, जिसकी भुजा 5 सेंटीमीटर है।



हल : वर्ग की भुजा = 5 सें.मी.

वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा

= 4 × 5

= 20 सैं.मी.

उदाहरण 3 : एक वर्ग का परिमाप 32 सें.मी. है। इसकी भुजा ज्ञात करें।

हल : वर्ग का परिमाप = 32 सें.मी.

वर्ग की भुजा $= \frac{\text{वर्ग का परिमाप}}{4} = \frac{32}{4}$ सें.मी.

= 8 सें.मी.

उदाहरण 4 : एक आयत का परिमाप 120 सें.मी. है। यदि इसकी लम्बाई 40 सें.मी. हो तो चौड़ाई ज्ञात करें।

हल : आयात का परिमाप = 120 सें.मी.

आयत की चौड़ाई $= \left(\frac{\text{परिमाप}}{2}\right) -$ लम्बाई

$= \left(\frac{120}{2}\right) - 40$ सें.मी.

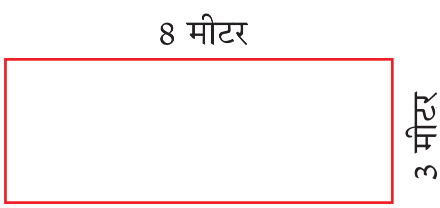
= 60 – 40

= 20 सें.मी.

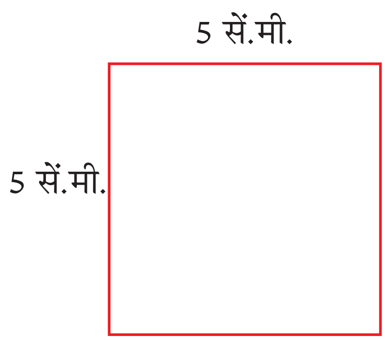
अभ्यास-8.1

1. परिमाप ज्ञात करें।

(क)



(ख)



2. **आयात का परिमाप ज्ञात करें जिसकी लम्बाई और चौड़ाई निम्नलिखित अनुसार है -**

(क) 3 सें.मी. 2 सें.मी. (ख) 12 मीटर, 10 मीटर (ग) 15 सें.मी. 8 सें.मी.

3. **वर्ग का परिमाप ज्ञात करें जिसकी भुजा निम्नलिखित अनुसार है।**

(क) 4 सें.मी. (ख) 8 सें.मी.

(ग) 10 सें.मी. (घ) 72 मिलीमीटर

4. **वर्ग की भुजा ज्ञात करें जिसका परिमाप निम्नलिखित अनुसार है।**

(क) 48 सें.मी. (ख) 80 मीटर (ग) 24 मीटर

5. एक आयताकार खेत की लम्बाई 96 मीटर और चौड़ाई 64 मीटर है। तार की लम्बाई ज्ञात करें जिससे आयताकार खेत के चारों ओर बाड़ लगाई जा सकें।

6. एक आयताकार पार्क का घेरा 84 मीटर है। चौड़ाई ज्ञात करें यदि उसकी लम्बाई 24 मीटर हो।

7. एक खिलाड़ी 50 मीटर भुजा वाले वर्गाकार ट्रैक के चारों तरफ दौड़ता है। 2000 मीटर दौड़ पूरी करने के लिए उसे ट्रैक के आस-पास कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे।

8. **रिक्त स्थान भरें —**

(क) आयत का परिमाप = 2 × (लम्बाई + ...)

(ख) वर्ग का परिमाप = ... × भुजा

(ग) रेखाखंडों द्वारा बनी बंद आकृति का परिमाप उसकी चारों भुजाओं के .... के समान होता है।

8.2 क्षेत्रफल (Area)

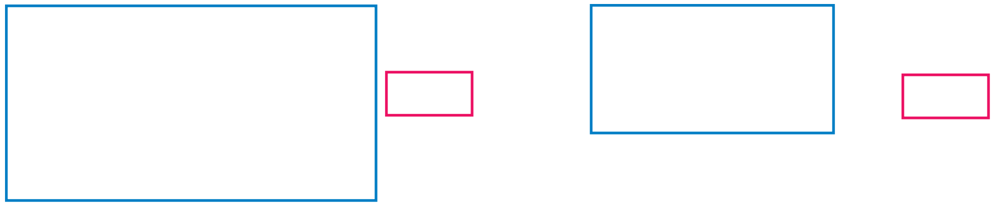
पिछले भाग में हमने वर्ग और आयत के परिमाप के बारे में चर्चा की थी। अब हम उनके क्षेत्रफल के बारे में चर्चा करेंगे।

हम जानते हैं कि क्षेत्रफल बंद आकृति द्वारा घेरा हुआ क्षेत्र है।

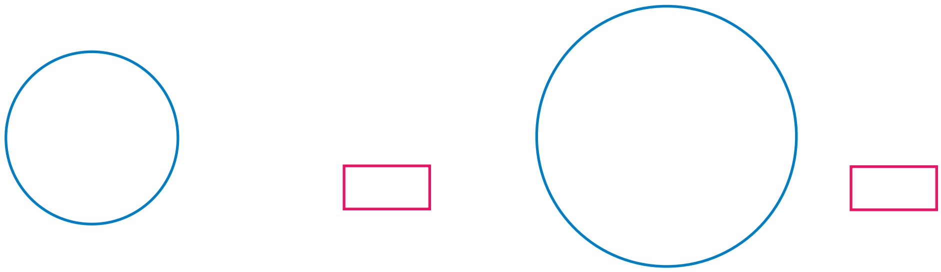
गतिविधि

निम्नअंकित चित्रों/आकृतियों में जिसने अधिक स्थान घेरा है, उस पर ठीक (✓) का निशान लगाए।

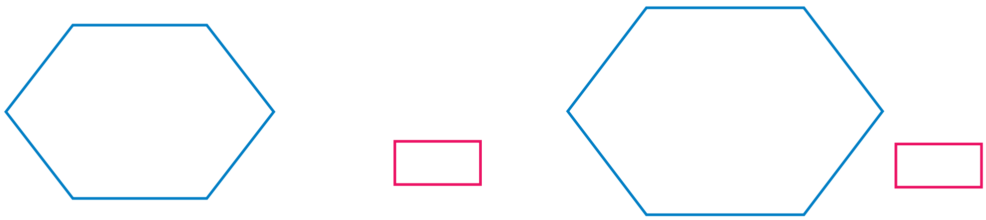
1.



2.

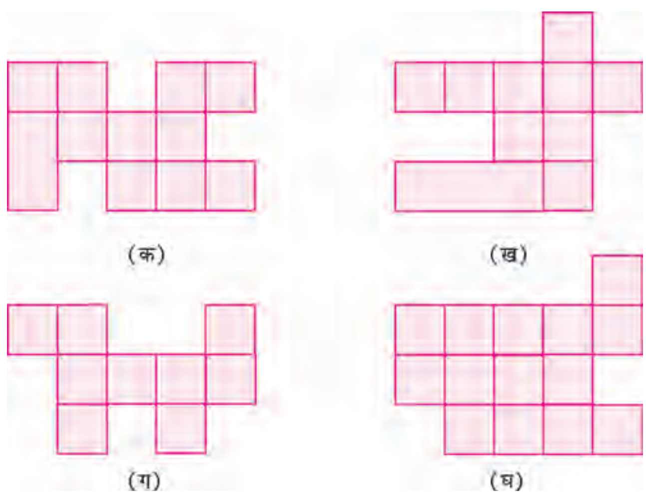


3.



गतिविधि

निम्नअंकित कुछ अनियमित आकृतियों में सबसे बड़ी और सबसे छोटी आकृति पता करने के लिए इनके द्वारा घेरे हुए वर्गों की संख्या ज्ञात करें।



इसलिए,

सबसे बड़ी आकृति = ...

सबसे छोटी आकृति = ...

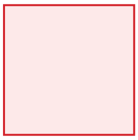
यहाँ स्पष्ट है कि आकृति (घ) सबसे बड़ी और आकृति (ग) सबसे छोटी हैं क्योंकि चित्र/आकृति (घ) द्वारा घेरा गया क्षेत्र बाकी सबसे अधिक (14 वर्ग) है और चित्र (ग) द्वारा घेरा गया क्षेत्र सबसे कम (9 वर्ग) है। किसी समतल आकृति द्वारा घेरा गया क्षेत्र उस आकृति/चित्र का क्षेत्रफल कहलाता है।

किसी बंद आकृति द्वारा घेरे गये आन्तरिक क्षेत्र को उसका क्षेत्रफल कहा जाता है।

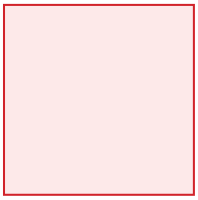
8.2.1 क्षेत्रफल की इकाई

हम जानते है कि लम्बाई के लिए अधिकतर उपयोग की जाने वाली इकाई मीटर, सेंटीमीटर और मिलीमीटर हैं। इसलिए किसी क्षेत्र के क्षेत्रफल को जानने के लिए हम 1 मि.मी., 1 सें.मी. और 1 मी, भुजा वाले वर्ग को इकाई के रूप में लेंगे।

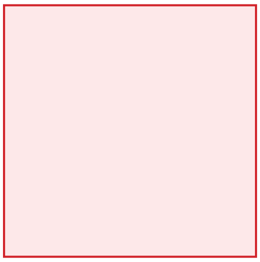
भुजा की इकाई	क्षेत्रफल की इकाई
मिलीमीटर (मि.मी.)	वर्ग मिली मीटर (वर्ग मि.मी.)
सेंटीमीटर (सें.मी.)	वर्ग सेंटीमीटर (वर्ग सें. मी.)
मीटर (मी.)	वर्ग मीटर (वर्ग मी.)



वर्ग की भुजा = 1 मिलीमीटर
वर्ग का क्षेत्रफल = 1 वर्ग मिलीमीटर



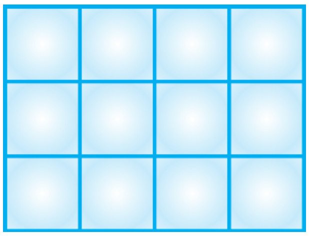
वर्ग की भुजा = 1 सें. मी.
वर्ग का क्षेत्रफल = 1 वर्ग सें. मी.



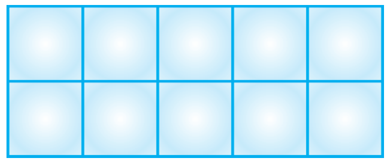
वर्ग की भुजा = 1 मीटर
वर्ग का क्षेत्रफल = 1 वर्ग मीटर

गतिविधि

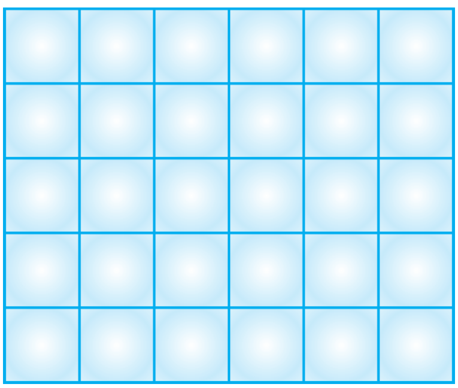
(*a*) **नीचे दिये हुए आयतों द्वारा घेरे गये वर्गों की संख्या ज्ञात करके आयत का क्षेत्रफल पता करें, यदि प्रत्येक वर्ग की भुजा 1 सें.मी. और उसका क्षेत्रफल 1 वर्ग सें.मी. है।**



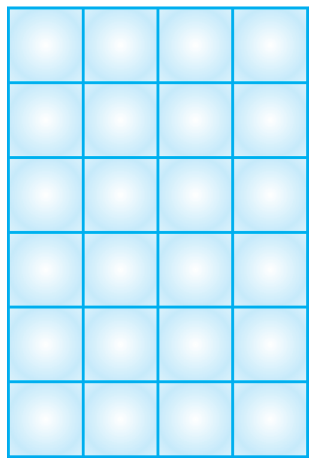
(क)



(ख)



(ग)



(घ)

आयत (क) का क्षेत्रफल = 12 वर्ग सें.मी.

आयत (ख) का क्षेत्रफल = ...

आयत (ग) का क्षेत्रफल = ...

आयत (घ) का क्षेत्रफल = ...

(*b*) **ऊपर दिये आयतों की लम्बाई और चौड़ाई के तरफ वर्गों की संख्या लिखो और उनका गुणनफल ज्ञात करें।**

आयत (क) : लम्बाई = 4 सें.मी. और चौड़ाई = 3 सें.मी.

इनका गुणनफल = लम्बाई × चौड़ाई = 4 सें.मी. × 3 सें.मी. = 12 वर्ग सें.मी.

आयत (ख) : लम्बाई : .... और चौड़ाई ....

इनका गुणनफल = ... × .... = ...

आयात (ग) : लम्बाई : .... और चौड़ाई ....

इनका गुणनफल = ... × .... = ...

आयात (घ) : लम्बाई : .... और चौड़ाई ....

इनका गुणनफल = ... × .... = ...

ध्यानपूर्वक देखे आयत क, ख, ग और घ का क्षेत्रफल क्रमश इन आयतों की लम्बाई और चौड़ाई के गुणनफल के बराबर है।

इस प्रकार आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

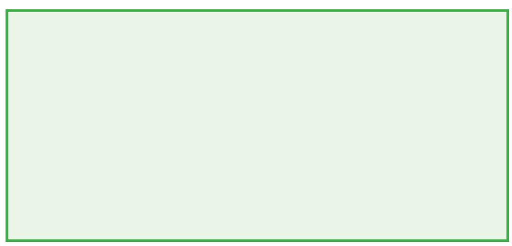
जिस आयत की लम्बाई और चौड़ाई बराबर हो, उसे वर्ग कहते हैं।

लम्बाई = चौड़ाई = वर्ग की भुजा

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

उदाहरण 1 : नीचे दिये चित्र में आयत की लम्बाई और चौड़ाई दी गई है, इसका क्षेत्रफल और परिमाप ज्ञात करें।

6 मी.



12 मी.

हल :

आयत की लम्बाई = 12 मी.

आयत की चौड़ाई = 6 मी.

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= 12 मी. × 6 मी. = 72 वर्ग मीटर

आयत का परिमाप = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)

= 2 (12 + 6)

= 2 × 18

= 36 मीटर

उदाहरण 2 : एक आयत की लम्बाई 16 सें.मी. और चौड़ाई 8 सें.मी. है, इसका क्षेत्रफल पता करें।

हल : आयत की लम्बाई = 16 सें.मी.

आयत की चौड़ाई = 8 सें.मी.

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई = 16 सें.मी. × 8 सें.मी.

= 128 वर्ग सेंटीमीटर

उदाहरण 3 : एक आयताकार चादर की लम्बाई 3 मीटर और चौड़ाई 90 सें.मी. है, इसका क्षेत्रफल ज्ञात करे।

हल : आयताकार चादर की लम्बाई = 3 मीटर = 3 × 100 सें.मी. = 300 सें.मी.

(क्योंकि 1 मीटर = 100 सें.मीटर)

आयतकार चादर की चौड़ाई = 90 सें.मी.

आयतकार चादर का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= 300 सें.मी. × 90 सें.मी.

27000 वर्ग सेंटी मीटर

उदाहरण 4 : एक किसान के पास 170 मीटर भुजा वाला एक वर्गाकार खेत है। इसका क्षेत्रफल कितना होगा ?

हल : वर्गाकार खेत की भुजा = 170 मीटर

वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

= 170 मी × 170 मी

= 28900 वर्ग मीटर

उदाहरण 5 : एक कमरे के फर्श की लंबाई 4 मीटर और चौड़ाई 3 मीटर है। इस फर्श को पूरा-पूरा ढकने के लिए 25 सें.मी. लंबी और 15 सें.मी. चौड़ी कितनी टाइलें लगेंगी ?

हल : फर्श की लम्बाई = 4 मीटर = 400 सेंटीमीटर

फर्श की चौड़ाई = 3 मी = 300 सेंटीमीटर

फर्श का क्षेत्रफल = 400 सें.मी. × 300 सें.मी.

= 120000 वर्ग सें.मी.

एक टाइल की लम्बाई = 25 सें.मी.

टाइल की चौड़ाई = 15 सें.मी.

टाइल का क्षेत्रफल = 25 सें.मी. × 15 सें.मी. = 375 वर्ग सें.मी.

$$\text{टाइलों की संख्या} = \frac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल क्षेत्रफल}} = \frac{32}{4}$$

$$= \frac{400 \times 300}{25 \times 15} = 320 \text{ टाइल}$$

या

$$\text{टाइलों की संख्या} = \frac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{120000}{375} = 320 \text{ टाइल}$$

अभ्यास-8.2

1. नीचे कुछ आयतों की लम्बाई और चौड़ाई दी हुई है, सूत्र की मदद से उनका क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(क) 9 मीटर और 7 मी.

(ख) 85 सेंटीमीटर और 76 सेंटीमीटर

(ग) 23 मि. मी. और 18 मि. मी.

(घ) 5 मी. और 85 सें.मी.

(ङ) 840 सें.मी. और 7 मी.

2. वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी भुजा नीचे दिए अनुसार हो :

(क) 25 सें.मी.

(ख) 48 सें.मी.

(ग) 27 मि.मी.

(म) 87 मीटर

अध्यापक के लिए

1 मी. = 100 सें.मी.

1 वर्ग मी. = 1 मी. × 1 मी. = 100 सें.मी. × 100 सें.मी. = 10000 वर्ग सें.मी.

अर्थात 1 वर्ग मी. = 10000 वर्ग सें.मी.

अन्य इकाइयों का संबंध भी इसी प्रकार समझाया जा सकता है।

3. एक आयताकार पार्क का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी लम्बाई 62 मीटर और चौड़ाई 38 मीटर है।

4. एक कैरम बोर्ड की भुजा 60 सें.मी. है, उसका क्षेत्रफल पता करें।

5. एक आयताकार मैदान की लम्बाई 100 मीटर और चौड़ाई 45 मीटर है, इस मैदान को समतल करने के लिए 8 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से कितना खर्चा आयेगा ?

6. एक चटाई की लम्बाई 8 मीटर और चौड़ाई 5 मीटर है, ऐसी 125 चटाइयाँ बिछाई गई है, जो कि पंडाल के तल को पूरी तरह ढक लेती है। पंडाल के तल का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

7. गुरप्रीत के घर का आंगन 52 मीटर लंबा और 32 मीटर चौड़ा है और पंकज के घर का आंगन वर्गाकार है, जिसकी भुजा 41 मीटर है। दोनों में से किसके घर का आंगन बड़ा है और दूसरे के आंगन से कितना बड़ा है ?

8. अमरजीत के घर की छत कच्ची है। जिसकी लम्बाई 9 मीटर और चौड़ाई 6 मीटर है। बारिश के दिनों में छत से पानी का रिसाव होता है। इसलिए वह बारिश से बचने के लिए छत के ऊपर 30 से.मी. लम्बी और 20 से.मी. चौड़ी टाइलें लगाना चाहता है। बताओ, उसको कितनी टाइलों की जरूरत पड़ेगी ?

9. **रिक्त स्थान भरें –**

(क) आयत का क्षेत्रफल = ... × ....

(ख) वर्ग का क्षेत्रफल = ... × ....

(ग) 1 वर्ग मीटर = ... वर्ग सैंटमीटर

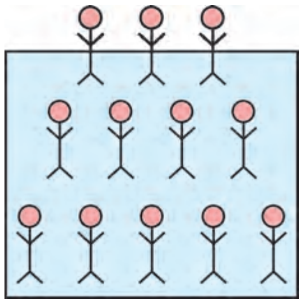
(घ) एक बंद आकृति द्वारा घेरे गये क्षेत्र के माप को उसका .... कहते हैं।

10. **सारणी को पूरा करें।**

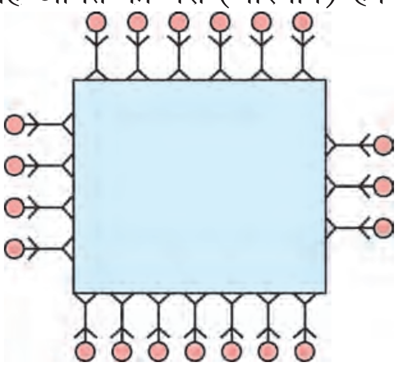
आयत	क	ख	ग	घ
लम्बाई	8 मीटर	5 से. मी.	....	35 से.मी.
चौड़ाई	7 मीटर	....	4 मि.मी.	20 से.मी.
क्षेत्रफल	....	10 वर्ग से.मी.	24 वर्ग मि.मी.	....

प्रायोगिक क्रियाएँ

1. अध्यापक फ़र्श पर एक आयत बनायेगा और छात्रों को इसके बीच में खड़ा होने के लिए कहेगा। बच्चों (छात्रों) को बताया जायेगा कि जिस स्थान पर आप (छात्र) खड़े है वह आयत का क्षेत्रफल है।



2. अध्यापक फ़र्श पर बनी आयत के बाहर भुजाओं के साथ छात्रों को खड़ा करेगा और छात्रों को बतायेगा कि यह आयत का घेरा (परिमाप) है।



इस तरह अध्यापक छात्रों को घेरे और क्षेत्रफल में अन्तर समझाने के लिए और भी गतिविधियां अपनी समझ के अनुसार करवा सकता है।

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. **कॉपी का पेज़ किस प्रकार की आकृति है ?**

(क) वर्गाकार (ख) आयताकार

(ग) त्रिकोणाकार (घ) पाँचभुज

2. **वर्ग का परिमाप कितना होगा अगर उसकी एक भुजा 6 संटीमीटर हो।**

(क) 36 सैं.मी. (ख) 18 सैं.मी.

(ग) 24 सैं.मी. (घ) 21 सैं.मी.

3. **वर्ग की चारों भुजाएँ .... होती हैं ?**

(क) असमान (ख) बराबर

(ग) 2-2 जोड़े बराबर (घ) इनमें से कोई भी नहीं

4. **एक आयत की लम्बाई 6 मीटर और चौड़ाई 4 मीटर है। तो आयत का परिमाप कितना होगा ?**

(क) 36 मीटर (ख) 16 मीटर

(ग) 20 मीटर (घ) 20 मीटर

5. **एक आयताकार पार्क की लम्बाई 65 मीटर है और चौड़ाई 35 मीटर है। मुकेश इस पार्क के चारो तरफ चार चक्र काटता है। बताओ, की उसने कितनी दूरी तय की ?**

(क) 100 मीटर (ख) 200 मीटर

(ग) 400 मीटर (घ) 800 मीटर

6. **13 सेंटीमीटर भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल होगा :**

(क) 169 सें.मी. (ख) 169 वर्ग सें.मी.

(ग) 52 वर्ग सें.मी. (घ) 26 वर्ग सें.मी.

7. **एक चॉर्ट की लम्बाई 125 सें.मी. और चौड़ाई 8 सें.मी. है। इसका क्षेत्रफल है।**

(क) 100 वर्ग सें.मी. (ख) 1000 वर्ग सें.मी.

(ग) 1250 वर्ग सें.मी. (घ) 1100 वर्ग सें.मी.

8. **एक आयत की लम्बाई और चौड़ाई बराबर हो तो उसे हम .... कहते हैं।**

(क) आयत (ख) लम्बाई

(ग) वर्ग (घ) घेरा

9. **भुजा × भुजा .... का क्षेत्रफल है।**

(क) वर्ग का (ख) आयत का

(ग) चौड़ाई का (घ) चक्र का

10. **एक आयत का क्षेत्रफल 96 वर्ग सें.मी. है, जिसकी लम्बाई 12 सें.मी. है तो उसकी चौड़ाई होगी।**

(क) 8 सें.मी. (ख) 9 सें.मी.

(ग) 10 सें.मी. (घ) 108 सें.मी.

अध्याय में सीखने योग्य परिणाम

- छात्र अपने आस-पास की वस्तुओं के तल का क्षेत्रफल का सही माप करने के योग्य बनेंगे।
- छात्र वर्गाकार और आयताकार क्षेत्रों की तुलना करने योग्य बनेंगे।
- छात्र बड़े क्षेत्रों को छोटे क्षेत्रों में बांटने के योग्य होंगे।
- क्षेत्रफल की दैनिक जीवन में उपयोग करने के योग्य होंगे।
- छोटे क्षेत्रों के क्षेत्रफल को मिलाकर बड़े क्षेत्रों का क्षेत्रफल ढूंढ़ने के योग्य हो जायेगे।

उत्तर-माला

अभ्यास 8.1

1. (क) 22 मीटर (ख) 20 सें.मी.

2. (क) 10 सें.मी. (ख) 44 मीटर (ग) 46 सें.मी.

3. (क) 16 सें.मी. (ख) 32 सें.मी. (ग) 40 मीटर (घ) 288 मि.मीटर

4. (क) 12 सें.मी. (ख) 20 मीटर (ग) 6 मीटर

5. 320 मीटर **6.** 18 मीटर **7.** 10 चक्र

8. (क) चौड़ाई (ख) 4 (ग) जोड़

अभ्यास 8.2

1. (क) 63 वर्ग. मी. (ख) 6460 वर्ग. सें.मी. (ग) 414 वर्ग. मि.मी.
(घ) 42500 वर्ग सें.मी. (ङ) 588000 वर्ग. सें.मी.

2. (क) 625 वर्ग. सें.मी. (ख) 2304 वर्ग सें.मी. (ग) 729 वर्ग. मि.मी.
(ङ) 7569 वर्ग. मी.

3. 2356 वर्ग. मी. **4.** 3600 वर्ग. से.मी. **5.** 36000 रुपये

6. 5000 वर्ग. मी. **7.** पंकज के घर का आंगन 17 वर्ग मीटर बड़ा है

8. 900 टाइलें

9. (क) लम्बाई × चौड़ाई (ख) भुजा × भुजा (ग) 10000 (घ) क्षेत्रफल

10. (क) 56 वर्ग. मीटर (ख) 2 सें.मी. (ग) 6 मि.मी. (घ) 700वर्ग. सें.मी.

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. (ख) **2.** (ग) **3.** (ख) **4.** (ग) **5.** (घ)

6. (क) **7.** (ख) **8.** (ग) **9.** (क) **10.** (क)

आयतन

उद्देश्य :
1. अपने आस-पास की ठोस वस्तुओं को गणितीय दृष्टिकोण से देखना, उनके बारे में सोचना, विचार करना, वास्तविक जीवन में आने वाली समस्याओं को हल ढुंढना।
2. अपने आस-पास मौजूद ठोसों के आकार (घिरे स्थान) का अनुमान लगाना।
3. दैनिक जीवन में घनाभ और घन आकार की वस्तुओं के आयतन का पता करके तुलना करना।
4. आयतन के अनुसार क्रम देना।
5. बच्चे अनुमान लगाने की जगह सही माप सीख सकें।

जान पहचान

अपने आस-पास नज़र दौड़ाए तो हम देखते हैं कि प्रत्येक वस्तु, व्यक्ति या जानवर कुछ न कुछ जगह घेरता है। इस तरह सारी ठोस वस्तुएं कुछ न कुछ स्थान घेरती है। सबसे पहले कुछ गतिविधियों से इसको समझते हैं।

दोहराई

(क) अधिक जगह घेरने वाली वस्तु के सामने सही (✓) का निशान लगाएँ।

1. ☐ ☐

अध्यापक के लिए – अध्यापक बच्चों को आस-पास की कोई पाँच ठोस वस्तुएं दिखाकर उनमें से अधिक से अधिक और कम से कम स्थान घेरने वाली वस्तुओं के नाम पूछे।

2. [ ] [ ]

3. [ ] [ ]

4. [ ] [ ]

5. [ ] [ ]

(ख) वस्तुओं को उनकी जगह घेरने के अनुसार बढ़ते क्रम में लिखें।

वस्तुएँ	**जगह घेरने के अनुसार बढ़ते क्रम**
रबड़, ईंट, ज्यामैट्री बॉक्स	
कटोरी, जग, गिलास	
लड्डू, तरबूज़, खरबूज़ा	
फ्रिज, कार, बस	
शार्पनर, बस्ता, गणित की पुस्तक	

गतिविधि

एक ठोस कितनी जगह घेरता है, आओ, गतिविधि करके देखें :

1. कप को खाली मग या थाली में रखो। अब कप को पूरा पानी से भर दो।
2. बड़े ही आराम से पत्थर अथवा आलू को पानी से भरे कप में डालें। ऐसा करने से ठोस पूरी तरह पानी में डूब जायेगा और कुछ पानी कप से बाहर थाली अथवा मग में गिर जायेगा।
3. उस ठोस द्वारा घेरी गई जगह के बराबर पानी कप से बाहर मग में निकलेगा।
4. अब कप को थाली अथवा मग से बाहर निकालो और मग के पानी को मापक की मदद से मापो।
5. ठोस के पानी में डूबने के कारण जो पानी बाहर निकला पानी = ठोस द्वारा घेरी गई जगह।
6. अब आप अलग-अलग आकार की वस्तुएं लेकर यह गतिविधि फिर से करो और अपने साथियों से इसकी चर्चा करें।

9.1 ठोस का आयतन

हम अपने दैनिक जीवन में कई तरह की ठोस चीज़ें जैसे कि बोतलें, गेंदें, ईंट, पत्थर, रबड़ इत्यादि देखते हैं। यह सारी वस्तुएं कुछ न कुछ जगह ज़रूर घेरती है। उपरोक्त गतिविधि में ठोस के पानी में डूबने पर उस द्वारा बाहर निकले पानी को उस ठोस वस्तु का आयतन या घनफल कहते हैं।

9.1.1 आयतन की इकाइयाँ

जैसे कि पिछले अध्याय में हम पढ़ चुके हैं कि क्षेत्रफल को मापने के लिए हम 1 मि.मी. 1 सें.मी. या एक मी. की भुजा वाले एक वर्ग को एक इकाई मानते हैं। इस प्रकार घनफल को मापने के लिए हम 1 मि.मी. या 1 सें.मी. भुजाओं वाले घन को आयतन की इकाई मानेगें।

ऊपर दी गई गतिविधि के अनुसार ठोस द्वारा बाहर निकाले गए पानी को एक रूप में ला कर उसको 1 मि.मी., या 1 सें.मी. भुजाओं वाले इकाई घनों में माप कर उसका आयतन पता कर सकते हैं।

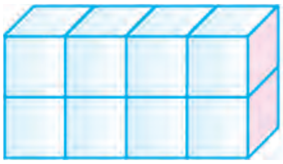
इस प्रकार आयतन को घन मि.मी., घन सें.मी. और घन मीटर में लिखा जाता है।

भुजा = 1 मि.मी.
आयतन = 1 घन मि.मी.

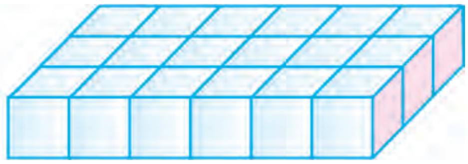
भुजा = 1 सें.मी.
आयतन = 1 घन सें.मी.

भुजा = 1 मीटर
आयतन = 1 घन मीटर

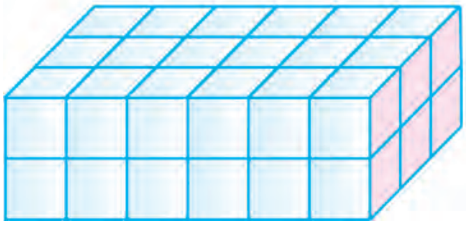
दी गई आकृतियों में छोटे इकाई घनों को ज़ोड़कर घनाभ का रूप दिया गया है। प्रत्येक घन की भुजा 1 सें.मी. है और प्रत्येक घन का आयतन 1 घन सें.मी. है, घनों की गिनती करके प्रत्येक घनाभ का आयतन पता करो।



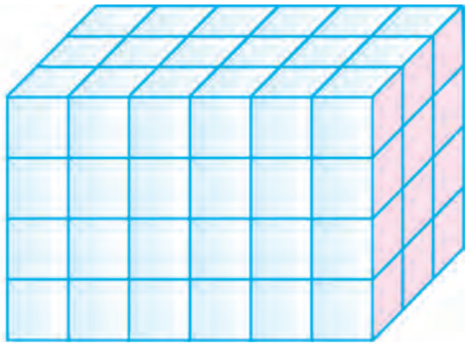
(*a*) घनाभ का आयतन = 8 घन सें.मी.



(*b*) घनाभ का आयतन = ...



(*c*) घनाभ का आयतन = ...



(*d*) घनाभ का आयतन = ...

अपने अध्यापक की मदद से ऊपर दिये गए प्रत्येक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई पता करो और उनका गुणनफल पता करके रिक्त स्थान भरें।

घनाभ (*a*) : लम्बाई = घनों की गिनती = 4 सें.मी.,

चौड़ाई = घनों की गिनती = 1 सें.मी.,

ऊंचाई = घनों की गिनती = 2 सें.मी.,

इनका गुणनफल : लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

= 4 सें.मी., × 1 सें.मी., × 2 सें.मी., = 8 घन सें.मी.

घनाभ (*b*) : लम्बाई = ..., चौड़ाई ...., ऊँचाई ....,

इनका गुणनफल = ... × .... × .... = ...,

घनाभ (*c*) : लम्बाई = ..., चौड़ाई ...., ऊँचाई ....,

इनका गुणनफल = ... × .... × .... = ...

घनाभ (*d*) : लम्बाई = ..., चौड़ाई ...., ऊँचाई ....,

इनका गुणनफल = ... × .... × .... = ...

ध्यानपूर्वक देखे कि आपके द्वारा घनाभ के बीच के घनों को गिनने के बाद जो संख्या आई है, वही आयतन है अर्थात घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का गुणनफल के समान है।

हम इस परिणाम पर पहुँचे है कि प्रत्येक घनाभ का आयतन उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई के गुणनफल के बराबर है।

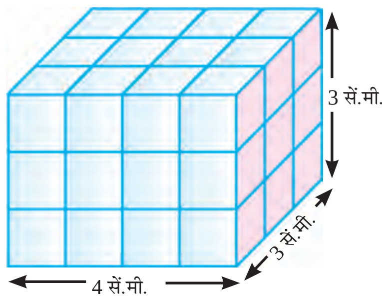
- **घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई**
- **घन का आयतन**

जिस घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई बराबर हो, उसे घन कहते हैं।

घन में,

लम्बाई = चौड़ाई = ऊंचाई = घन की भुजा

घन का आयतन = भुजा × भुजा × भुजा



उदाहरण 1 : निम्नलिखित घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई पता करके उसका आयतन ज्ञात करे।

हल : घनाभ की लम्बाई = 4 सें.मी.
घनाभ की चौड़ाई = 3 सें.मी.
घनाभ की ऊंचाई = 3 सें.मी.
घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊचाई
= 4 सें.मी. × 3 सें.मी. × 3 सें.मी. = 36 घन सें.मी.

उदाहरण 2 : एक डब्बे की लम्बाई 5 सें.मी., चौड़ाई 4 सें.मी. और ऊँचाई 2 सें.मी. है। इसका आयतन ज्ञात करें।

हल : डिब्बे की लम्बाई = 5 सें.मी.
डिब्बे की चौड़ाई = 4 सें.मी.
डिब्बे की ऊचाईं = 2 सें.मी.
डिब्बे का आयतन = घनाभ का आयतन
= लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई
= 5 सें.मी. × 4 सें.मी. × 2 सें.मी. = 40 घन सें.मी.

उदाहरण 3 : एक 4 सें.मी. भुजा वाले घन का आयतन ज्ञात करें।

हल : घन की भुजा = 4 सें.मी.
घन का आयतन = भुजा × भुजा × भुजा
= 4 सें.मी. × 4 सें.मी. × 4 सें.मी. = 64 घन सें.मी.

उदाहरण 4 : एक घन की भुजा 5 सें.मी. है। और एक घनाभ की लम्बाई 6 सें.मी., चौड़ाई 5 सें.मी. और ऊँचाई 4 सें.मी. है। इन दोनों में से किसका आयतन अधिक है और कितना अधिक है ?

हल : घन में,

घन की भुजा = 5 सें.मी.

घन का आयतन = भुजा × भुजा × भुजा

= 5 सें.मी. × 5 सें.मी. × 5 सें.मी.

= 125 घन सें.मी.

घनाभ में,

घनाभ की लम्बाई = 6 सें.मी.

घनाभ की चौड़ाई = 5 सें.मी.

घनाभ की ऊंचाई = 4 सें.मी.

घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

= 6 सें.मी. × 5 सें.मी. × 4 सें.मी.

= 120 घन सें.मी.

इसलिए, घन का आयतन, घनाभ के आयतन से अधिक है = (125 – 120) घन सें.मी. = 5 घन सें.मी. अधिक है।

उदाहरण 5 : एक घनाभ की लम्बाई 2 मी, चौड़ाई 45 सें.मी. और ऊँचाई 2 सें.मी. है। घनाभ का आयतन घन सें.मी. में ज्ञात करों।

हल : घनाभ की लम्बाई = 2 मी. = 2 × 100 सें.मी.

(क्योंकि 1 मी = 100 सें.मी.)

= 200 सें.मी.

घनाभ की चौड़ाई = 45 सें.मी.

घनाभ की ऊँचाई = 2 सें.मी.

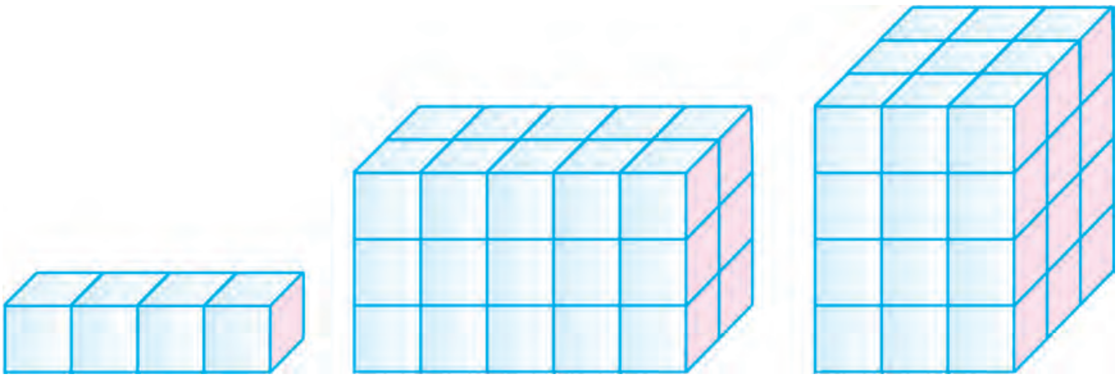
घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

= 200 सें.मी. × 45 सें.मी. × 2 सें.मी.

= 18000 घन सें.मी.

अभ्यास 9.1

1. निम्नअंकित चित्रों में घनों की गिनती करें और उनका आयतन लिखें।



(क) आयतन = ..., (ख) आयतन = ..., (ग) आयतन = ...,

2. सारणी पूरी करो :

घनाभ	(क)	(ख)	(ग)	(घ)	(ङ)
लम्बाई	3 सें.मी.	4 मि.मी.	25 मी.	7 सें.मी.	10 मी.
चौड़ाई	2 सें.मी.	2 मि.मी.	20 मी.	7 सें.मी.	8 मी.
ऊँचाई	1 सें.मी.	3 मि.मी.	12 मी.	7 सें.मी.	5 मी.
आयतन					

3. निम्नलिखित कुछ घनों की भुजाओं की लम्बाई निम्नलिखित अनुसार है, प्रत्येक घन का आयतन ज्ञात करें।

(क) 6 सें.मी. (ख) 8 मी.

(ग) 15 मि.मी. (घ) 21 मी.

4. उस घनाभ का आयतन पता करें, जिसकी लम्बाई चौड़ाई और ऊँचाई निम्नलिखित अनुसार है।

(क) 9 सें.मी. 6 सें.मी. 3 सें.मी. (ख) 12 मि.मी. 9 मि.मी. 4 मि.मी.

(ग) 15 मी, 13 मी, 12 मी. (घ) 22 मि.मी, 16 मि.मी, 12 मि.मी.

(ङ) 25 मी, 23 मी, 21 मी.

5. चॉक का एक डिब्बा 8 सें.मी. लम्बा, 6 सें.मी. चौड़ा और 10 सें.मी. ऊँचा है। इसका आयतन कितना होगा ?

6. गत्ते की एक पेटी जिसकी लम्बाई 50 सें.मी. चौड़ाई 40 सें.मी. और ऊँचाई 24 सें.मी. है। इसका आयतन ज्ञात करो।

7. जशन के टिफिन की लम्बाई 15 सें.मी. चौड़ाई 10 सें.मी. और ऊँचाई 8 सें.मी. है और गुरविंदर के टिफिन बॉक्स की लम्बाई 12 सें.मी. चौड़ाई 10 सें.मी. और ऊँचाई 10 सें.मी. है। इनका आयतन पता करो। इन में से किसके टिफिन बॉक्स का आयतन अधिक है।

8. 12 सें.मी. लम्बाई, 9 सें.मी. चौड़ाई 6 सें.मी. ऊँचाई वाले 25 घनाभकार डिब्बें का कुल आयतन ज्ञात करों।

9. बाज़ार में दो प्रकार के पाऊडर के डिब्बे मिलते हैं। एक 8 सें.मी. किनारे के घन का आकार और दूसरा 15 सें.मी. लम्बा, 8 सें.मी. चौड़ा और 4 सें.मी. ऊँचाई वाला घनावकार डिब्बा है। बताओ कि किस डिब्बे में अधिक पाऊडर आयेगा और कितना ? अगर दोनों की कीमत एक समान है तो आप कौन सा डिब्बा लेना पसंद करेंगे ?

10. एक 12 मीटर लंबी, 3 मी. ऊँची और 24 से.मी. ऊंची दीवार को बनाने के लिए 24 सें.मी. लम्बाई, 12 सें.मी. चौड़ाई और 8 सें.मी. मोटाई वाली कितनी ईंटे लगेगी ?

11. बिस्कुटों के एक पैकेंट की लम्बाई 15 सें.मी., चौड़ाई 9 सें.मी. और ऊँचाई 6 सें.मी. है। अगर एक पैकट में कुल 30 बिस्कुट हो तो प्रत्येक बिस्कुट का आयतन ज्ञात करो।

12. एक ट्राली ईंटों से पूरी भरी हुई है, इस ट्राली की लम्बाई 4 मीटर, चौड़ाई 2 मीटर और गहराई 60 सें.मी. है। अगर एक ईंट की लम्बाई 20 सें.मी., चौड़ाई 10 सें.मी. और ऊँचाई 6 सें.मी. है तो ट्राली में कुल कितनी ईंटे आयेगी ?

13. **रिक्त स्थान भरें –**

(क) घन का आयतन = ... × .... × ....

(ख) घनाभ का आयतन = ... × .... × ....

(ग) किसी ठोस द्वारा घेरी गई जगह को उस ठोस का .... कहते हैं।

✓ बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. **सही उत्तर के सामने ठीक (✓) का निशान लगाएं :**

(क) 9 सें.मी. भुजा वाले घन का आयतन होगा।

(a) 81 घन सें.मी. (b) 90 घन सें.मी.

(c) 729 घन सें.मी. (d) 8 घन सें.मी.

(ख) एक घनाभ का आयतन ज्ञात करो जिसकी लम्बाई 6 सें.मी., चौड़ाई 4 सें.मी. और ऊंचाई 2 सें.मी. है।

(a) 24 घन सें.मी. (b) 28 घन सें.मी.
(c) 64 घन सें.मी. (d) 48 घन सें.मी.

(ग) आयतन की मूल इकाई कौन सी नहीं है ?

(a) घन सें.मी. (b) वर्ग मीटर
(c) घन मि.मी. (d) घन मीटर

(घ) एक घनाभ के अगर सारे किनारे बराबर हो तो उसे क्या कहा जाता हैं ?

(a) वर्ग (b) घन
(c) घनाभ (d) आयत

हमने जो सीखा

- घन अथवा घनाभ आकारी वस्तुओं की तुलना करना
- आयतन के अनुसार तरतीव देना
- वस्तुओं को सही मापना

उत्तर-माला

अभ्यास-9.1

1. (क) 4 (ख) 30 (ग) 36

2. (क) 6 घन सें.मी. (ख) 24 घन मि.मी. (ग) 6000 घन मी
(घ) 343 घन सें.मी. (ङ) 400 घन मी

3. (क) 216 घन सें.मी. (ख) 512 घन मी (ग) 3375 घन मि.मी.
(घ) 9261 घन मी

4. (क) 162 घन सें.मी. (ख) 432 घन मि.मी. (ग) 2340 घन मी
(घ) 4224 घन मि.मी. (ङ) 12075 घन मी

5. 480 घन सें.मी. **6.** 48000 घन सें.मी.

7. दोनों का बराबर 1200 घन मी **8.** 16200 घन सें.मी.

9. घन आकारी डिब्बा 32 घन सें.मी. अधिक है, घन आकारी डिब्बा लेना पसंद करेंगे।

10. 3750 ईंटे **11.** 27 घन सें.मी. **12.** 4000 ईंटे

13. (क) भुजा × भुजा × भुजा (ख) लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई (ग) आयतन

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. (क) (c) (ख) (d) (ग) (b) (घ) (b)

अध्याय-10

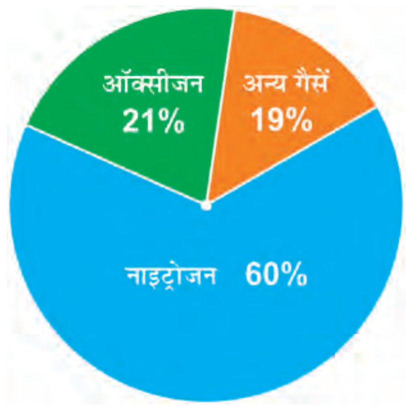
आँकड़ा विज्ञान

उद्देश्य :
1. अलग-अलग आँकड़ों को चित्रग्राफ़ या स्तम्भ आलेख (बार ग्राफ़) में पेश करना।
2. बार ग्राफ़ में व्यक्त जानकारी को पढ़ना और व्याख्या करना।
3. भिन्न-भिन्न आँकड़ों को पाई-चार्ट (गोल नक्शे) में पेश करके और व्याख्या करनी।
4. आँकड़ों के द्वि-आयामी निरूपण को समझकर व्याख्या और तुलना करके (परिणाम) निकालना।

आँकड़े एकत्रित करना

दोहराई

छड़ ग्राफ



पाई-चार्ट या गोल नक्शा

अध्यापक - प्यारे बच्चो ! क्या आपने अख़बारों, टी. वी. में ऐसी तस्वीरे देखी हैं ?

अध्यापक – शाबाश छात्रो! हम इन चित्रों/ग्राफ़ों को आमतौर पर टी.वी. अखबारों या पत्रिका में देखते हैं। यह ग्राफ हमें कोई भी जानकारी अथवा सूचना बड़े ही सरल तरीके से और बहुत ही शीघ्रता से समझा देते हैं। क्या आपको इन अलग-अलग प्रकार के ग्राफ़ों या चित्रों के बारे में जानकारी है ? चलो! आज हम इनके बारे में विस्तार-पूर्वक पढ़ते हैं।

आँकड़ों को एकत्रित करने के बारे में हम पिछली कक्षाओं से ही जानते हैं। हम इन आँकड़ों को 'सारणी' के रूप में अथवा 'चित्रों' के माध्यम से प्रकट कर सकते हैं।

10.1 ***(i)*** **चित्रग्राफ़ :** दिये गये आँक़ड़ों को चित्र चिह्नों के द्वारा (अपेक्षित पैमाने के अनुसार) दिखाना चित्रग्राफ़ कहलाता है। चित्रग्राफ़ को हम क्षितिजीय रूप (Horizontally) या फिर खड़े रूप (Vertically) में दिखा सकते हैं।

(ii) **स्तम्भ (छड़) ग्राफ़ :** स्तम्भ ग्राफ़ में हम आँकड़ों को खड़े सीधे आयताकार स्तम्भ के रूप में दर्शाते हैं। आयताकार स्तम्भ की लम्बाई दिये गये आँकड़ों पर निर्भर करती है और इसकी चौड़ाई एक समान होती है।

(iii) **पाई चार्ट या गोल नक्शा :** आँकड़ों को भिन्नात्मक रूप में प्रकट करने के लिए पाई चार्ट या गोल नक्शे का उपयोग किया जाता है।

अध्यापक निर्देश अध्यापक छात्रों को स्तम्भ ग्राफ़ के चित्रों को अखबारों, पत्रिकाओं इत्यादि से ढूंढ़ने के लिए प्रेरित करे और इन चित्रों को अपनी कॉपियों में चिपकाने के लिए प्रेरित करें।

उदाहरण 1 : एक प्राथमिक स्कूल की अलग-अलग कक्षाओं में पढ़ने वाले छात्रों की गिनती निम्नलिखित अनुसार है :

कक्षा I : 50, कक्षा II : 45, कक्षा III : 56, कक्षा IV : 36, कक्षा V : 60

इस जानकारी को सारणी रूप में दर्शाओ।

हल : हम उपरोक्त जानकारी को सारणी में निम्नलिखित रूप से व्यक्त कर सकते हैं : –

कक्षा	I	II	III	IV	V
छात्रों की संख्या	50	45	56	36	60

उदाहरण 2 : पाँच भिन्न-भिन्न शहरों खन्ना, पटियाला, बठिंडा, संगरूर और फरीदकोट में सितम्बर महीने में बेची गई कारों की संख्या निम्नलिखित रूप से है।

शहर	खन्ना	पटियाला	बठिंडा	सरहिंद	फरीदकोट
बेची गई कारों की संख्या	600	300	400	200	500

उपरोक्त सूचना के लिए चित्र ग्राफ़ बनाओ।

संकेत = 100 कारें

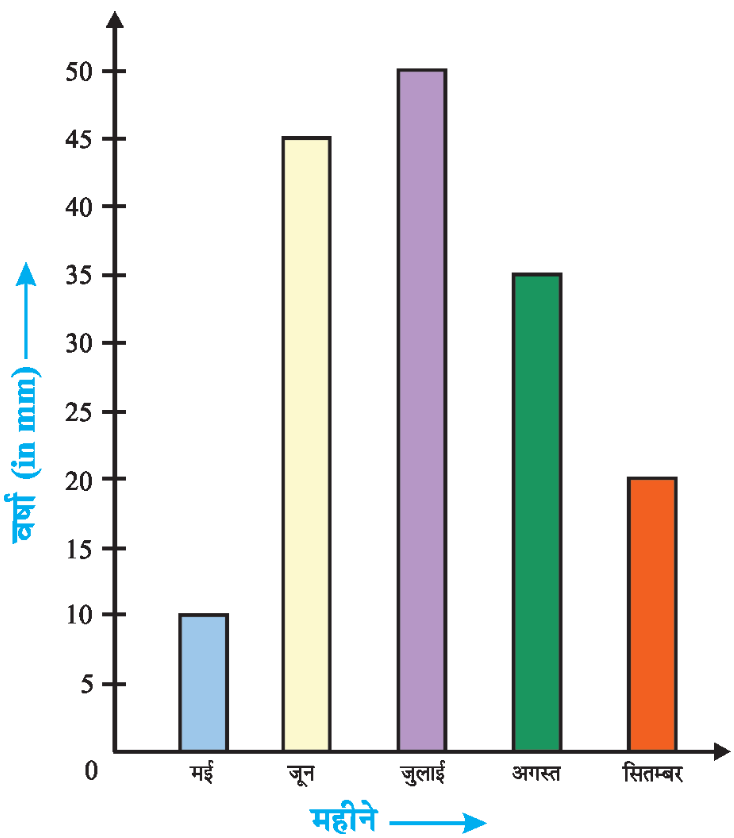
हल : उपरोक्त उदाहरण में भिन्न-भिन्न शहरों में कारों की संख्या अलग-अलग अधिक है। इसलिए, एक का चिह्न 100 कारों को दिखाता है।

खन्ना	
पटियाला	
बठिंडा	
सरहिंद	
फरीदकोट	

उदाहरण 3 : निम्नलिखित सारणी में किसी शहर में पाँच महीनों में हुई वर्षा (in mm) की जानकारी दी गई है।

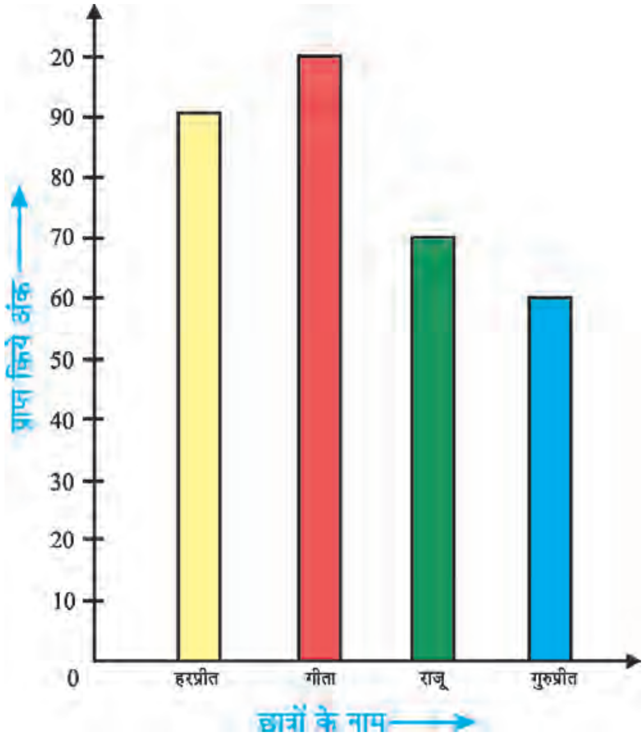
महीना	वर्षा (in mm)
मई	10
जून	45
जुलाई	50
अगस्त	35
सितम्बर	20

उपरोक्त जानकारी को दिखाता हुआ स्तम्भ (छड़) ग्राफ़ तैयार करो।



उदाहरण 4 : निम्नलिखित स्तम्भ ग्राफ़ हरप्रीत, गीता, राजू और गुरुप्रीत के गणित के टैस्ट में प्राप्त अंकों को दर्शाता है।

अध्यापक निर्देश अध्यापक दिये गये पैमाने में आधा भाग (half) को अंकित करना सिखाये।



स्तम्भ (छड़) ग्राफ को अच्छे से पढ़कर प्रश्नों के उत्तर दो :

1. गीता ने कितने अंक प्राप्त किये ?

उत्तर : 100

2. सबसे अधिक किसने अंक प्राप्त किये ?

उत्तर : गीता ने

3. सबसे कम अंक किसने प्राप्त किये ?

उत्तर : गुरुप्रीत ने

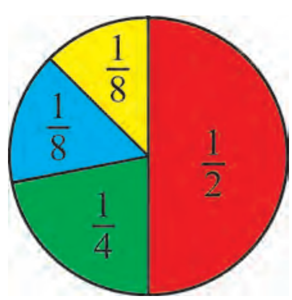
4. राजू और हरप्रीत में से किसने अधिक अंक प्राप्त किए ?

उत्तर : हरप्रीत ने

5. गीता और राजू द्वारा प्राप्त किये गए अंकों का अन्तर कितना है ?

उत्तर : 100 – 70 = 30

उदाहरण 5 : दिये गये पाई चार्ट (गोल नक्शे) में पाँचवीं कक्षा के छात्रों के मनपसंद रंगों के बारे में दिखलाया गया है। पाई चार्ट को ध्यानपूर्वक देखों और उत्तर दो।



(i) कक्षा के कितने छात्रों (भिन्नात्मक रूप में) को हरा रंग पसंद है ?

उत्तर : कक्षा के कुल छात्रों का $\frac{1}{4}$ (एक चौथाई) छात्रों को हरा रंग पसंद है।

(ii) कक्षा में छात्रों द्वारा सबसे अधिक कौन सा रंग पसंद किया गया है ?

उत्तर : कक्षा में छात्रों द्वारा लाल रंग सबसे अधिक पसंद किया गया है।

(iii) अगर कक्षा में कुल 40 छात्र है तो कक्षा में कितने छात्रों को हरा रंग पसंद है ?

उत्तर : कक्षा के $\frac{1}{\cancel{4}} \times \cancel{40}^{10} = 10$ छात्रों को हरा रंग पसंद है।

(iv) कक्षा के कितने छात्रों को पीला रंग पसंद है ?

उत्तर : कक्षा के $\frac{1}{8} \times \cancel{40}^{5} = 5$ छात्रों को पीला रंग पसंद है।

(v) कक्षा के कितने छात्रों को नीला रंग पसंद है ?

उत्तर : कक्षा के $\frac{1}{8} \times \cancel{40}^{5} = 5$ छात्रों को नीला रंग पसंद है।

(vi) कक्षा के कितने छात्रों को लाल रंग पसंद है ?

उत्तर : कक्षा के $\frac{1}{2} \times \cancel{40}^{20} = 20$ छात्रों को लाल रंग पसंद है।

(vii) लाल रंग पसंद करने वाले छात्रों की संख्या पीला रंग पसंद करने वाले छात्रों की संख्या से कितनी अधिक अथवा कम है ?

उत्तर : लाल रंग पसंद करने वाले छात्र = 20

पीला रंग पसंद करने वाले छात्र = 5

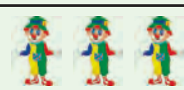
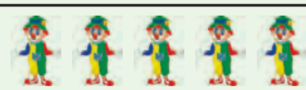
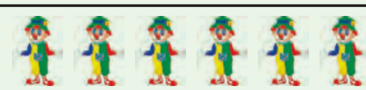
लाल रंग पसंद करने वाले छात्रों की संख्या पीला रंग पसंद करने वाले छात्रों से 15 अधिक है।

अभ्यास 10.1

1. एक स्कूल के छात्र पिकनिक पर चिड़ियाघर गये। छात्रों द्वारा भिन्न-भिन्न जानवरों की संख्या के आँकड़े एकत्रित किये गये। जिनमें से कुछ जानवरों की संख्या इस प्रकार है : बंदर-32, शेर-10, हिरण-25, खरगोश-27 और मोर-39। इन आँकड़ों को सारणी के रूप में प्रकट करें।

2. किसी गाँव में सर्कस लगी हुई है। सोमवार से शुक्रवार तक सर्कस देखने वाले बच्चों की संख्या चित्रग्राफ़ द्वारा दिखाई गई है। निम्नअंकित चित्रग्राफ़ ध्यानपूर्वक पढ़कर उत्तर दें।

संकेत = 25 बच्चे

सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
गुरूवार	
शुक्रवार	

(*i*) मंगलवार को कितने बच्चे सर्कस देखने आये ?

(*ii*) किस दिन सबसे अधिक बच्चे सर्कस देखने आए और कितने ?

(*iii*) किस दिन सबसे कम बच्चे सर्कस देखने आये और कितने ?

(*iv*) सोमवार और बुधवार को कुल कितने बच्चों ने सर्कस देखी ?

(*v*) गुरुवार और शुक्रवार सर्कस देखने आये बच्चों की संख्या में कितना अंतर है ?

3. पाँच भिन्न-भिन्न गाँवों में हरित दीवाली मनाने के लिए दीवाली के अवसर पर निम्नलिखित पेड़ लगाये गये।

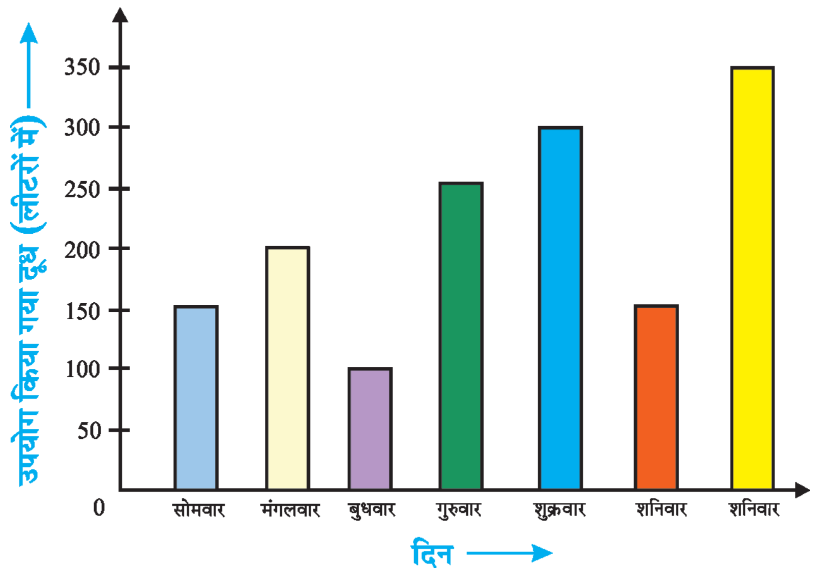
गाँव	गाँव A	गाँव B	गाँव C	गाँव D	गाँव E
लगाये गए पेड़ों की संख्या	36	48	60	12	24

(*i*) उपरोक्त आँकड़ों के लिए चित्रग्राफ़ तैयार किया जाये।

संकेत = 12 पेड़

(*ii*) उपरोक्त जानकारी के लिए कोई अन्य पैमाना उपयोग करके चित्र तैयार किया जाये।

4. त्योहारों के अवसर पर किसी मिठाई की दुकान पर एक सप्ताह में उपयोग किये गए दूध की मात्रा निम्नलिखित स्तम्भ ग्राफ़ के अनुसार है :



(*i*) सबसे अधिक दूध किस दिन उपयोग हुआ ?

(*ii*) सबसे कम दूध किस दिन उपयोग हुआ ?

(*iii*) कौन से दो दिन एक जैसी मात्रा में दूध उपयोग किया गया और कितना ?

(*iv*) गुरुवार और शुक्रवार को कुल कितना दूध उपयोग हुआ ?

(*v*) रविवार को मंगलवार से कितना कम दूध उपयोग हुआ ?

(*vi*) सबसे अधिक उपयोग हुए दूध और सबसे कम उपयोग हुए दूध में कितना अंतर है ?

5. एक दुकान पर अक्टूबर महीने में बेचे गये अलग-अलग कंपनियों के मोबाइल सैटों की संख्या निम्नलिखित अनुसार है :

मोबाइल का नाम	बेचे गए सैटों की संख्या
कंपनी A	40
कंपनी B	32
कंपनी C	56
कंपनी D	72
कंपनी E	96

उपरोक्त जानकारी को दिखलाता हुआ एक स्तम्भ (छड़) ग्राफ़ तैयार करो।

संकेत — 8 सैटों का पैमाना लिया जाये।

6. किसी स्कूल के पहली कक्षा से पाँचवीं कक्षा तक के छात्रों की संख्या निम्नलिखित अनुसार है :

कक्षा	छात्रों की संख्या
I	35
II	20
III	40
IV	30
IV	25

उपरोक्त जानकारी को दिखलाता एक स्तम्भ (छड़) ग्राफ़ तैयार करो।

संकेत — 10 छात्रों की संख्या का पैमाना लिया जाये।

अध्यापक निर्देश अध्यापक कक्षा के हर छात्र को अलग-अलग रंग के बटन दे और इन बटनों से स्तम्भ ग्राफ़ तथा चित्र ग्राफ़ बनाने के लिए प्रेरित करे।

7.

उपरोक्त पाई चार्ट को आठ बराबर भागों में बाँटा गया है। यह अजय की गोलक में भिन्न-भिन्न सिक्कों की संख्या को दर्शाता है। निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें। अगर सिक्कों की गिनती 80 हो।

(*i*) 5 रुपये के सिक्कों की संख्या (भिन्नात्मक रूप में) कितनी है ?

(*ii*) 2 रुपये के सिक्कों की संख्या कितनी है ?

(*iii*) 5 रुपये के सिक्कों की संख्या बताओ।

(*iv*) 10 रुपये के सिक्कों से कितनी रकम बनती है ?

(*v*) अजय की गोलक में कुल कितनी रकम है ?

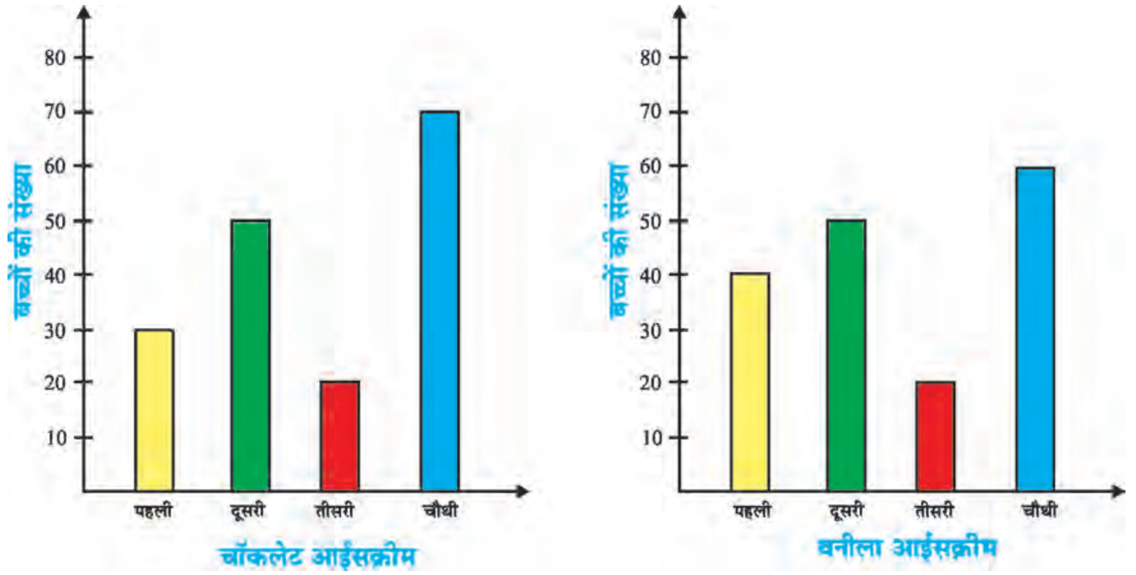
8. दिए गये पाई चार्ट को 12 बराबर भागों में बांटा गया है। दिया गया पाई चार्ट किसी स्कूल के 120 छात्रों के मनपंसद अलग-अलग त्योहार को दर्शाता है। इसको ध्यानपूर्वक पढ़ कर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें।

1. कितने छात्रों को भिन्नात्मक रूप में दीवाली का त्योहार पसंद है ?
2. स्कूल के 120 बच्चों में से होली का त्योहार पसंद करने वाले छात्रों की संख्या कितनी है ?
3. सबसे कम पसंदीदा त्योहार कौन सा है ?
4. दीवाली और बसंत पसंद करने वाले छात्रों की संख्या में कितना अंतर है ?

10.2 चित्र अथवा स्तम्भ ग्राफ़ों की तुलना करना — (द्वि-आयामी मात्रातमक आँकड़े)

अब हम दिये हुए स्तम्भ ग्राफ़ों अथवा चित्र ग्राफ़ों को पढ़ना सीख चुके है और इन ग्राफ़ो से प्राप्त परिणामों तक पहुँचना भी हमें आ गया है। आगे हम द्वि-आयामी मात्रातमक स्तम्भ ग्राफ़ों अथवा चित्र ग्राफ़ों की तुलना करके परिणाम निकालने सींखेंगे।

उदाहरण 1 : नीचे दो स्तम्भ ग्राफ़ दिये गये हैं। जो कि चॉकलेट और वनीला आइसक्रीम पसंद करने वाले छात्रों की संख्या कक्षा पहली से चौथी तक दर्शाते हैं।



दोनों स्तम्भ ग्राफ़ों को ध्यानपूर्वक देखें और उत्तर दें :

1. पहली कक्षा के छात्रों को चॉकलेट या वनीला में से कौन सा फ्लैवर अधिक पसंद है ?

वनीला

अध्यापक निर्देश अध्यापक द्वारा पाँचवीं कक्षा में पहली से पाँचवीं तक के छात्रों की कक्षा के अनुसार लड़के और लड़कियों की अलग-अलग संख्या की सारणियां तैयार करवाकर स्तम्भ ग्राफ़ तैयार करवाये जायें और उनके मध्य की जानकारी की तुलना करवायी जाये। (जैसे-किस कक्षा में लड़के और लड़कियों की संख्या बराबर है ? किस कक्षा में लड़कों की संख्या अधिक/कम है ? इत्यादि)

2. दोनों स्तम्भ ग्राफ़ों में कौन सी कक्षा ने वनीला और चॉकलेट आइसक्रीम को बराबर पसंद किया है ?

तीसरी कक्षा और दूसरी कक्षा ने

3. कक्षा चौथी के बच्चों की आइसक्रीम (फ्लेवर) की पसंद में कितना अंतर है !

हल : कक्षा चौथी के चॉकलेट आइसक्रीम पसंद करने वाले बच्चे = 70

कक्षा चौथी के वनीला आइसक्रीम पसंद करने वाले बच्चे = 60

अंतर = 70 – 60 = 10

अभ्यास 10.2

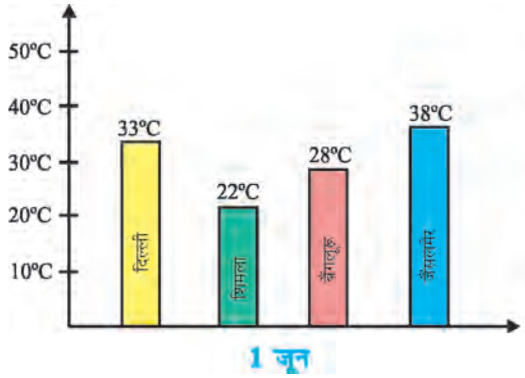
1. निम्नलिखित चित्रग्राफ में दो अलग-अलग सत्रों 2014-15 और 2015-16 के दौरान कक्षा पाँचवी के सेक्शनों A, B, C, D में लड़कों की संख्या दिखलाई गई है :

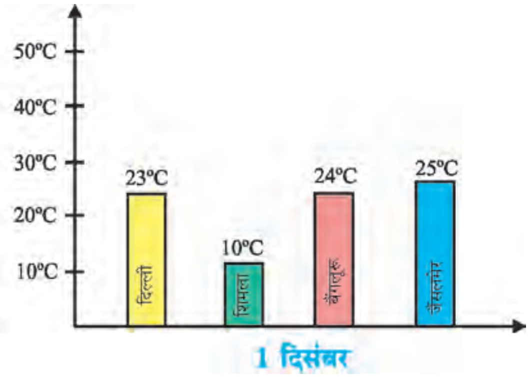
कक्षा V	2014 – 15	2015 – 16
A	☺ ☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
B	☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺ ☺
C	☺ ☺ ☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
D	☺ ☺ ☺ ☺	☺ ☺ ☺ ☺

संकेत ☺ = 5 लड़के

1. सेक्शन A में किस सत्र के दौरान लड़कों की संख्या अधिक है ?
2. सेक्शन D में 2014-15 और 2015-16 में लड़को की संख्या .... है। (बराबर/कम/अधिक)
3. सत्र 2014-15 में लड़कों की कुल कितनी संख्या है ?
4. दोनों सत्रों में सेक्शन C में लड़कों की संख्या में कितना अंतर है ?
5. सत्र 2015-16 में लड़कों की संख्या सत्र 2014-15 से कितनी अधिक/कम है ?

2. नीचे दो स्तम्भ ग्राफ़ दिए गये हैं। इसमें दो अलग-अलग दिनों में चार शहरों का अधिक से अधिक तापमान दर्शाया गया है। ये शहर है - दिल्ली, शिमला, बैंगलूरू और जैसलमेर।





उपरोक्त चार्ट से ज्ञात करो –

(*i*) 1 जून को कौन सा शहर सबसे गर्म है ?

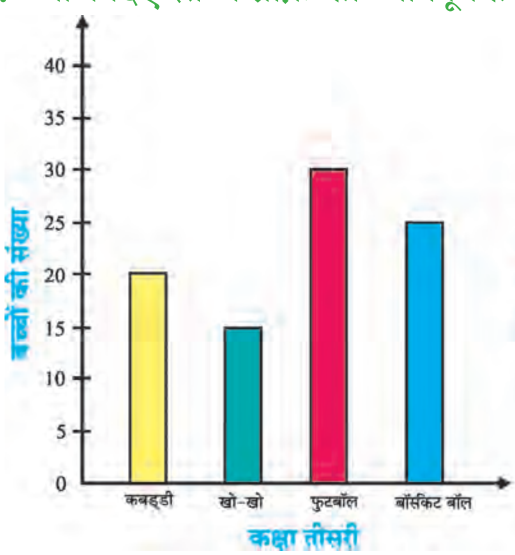
(*ii*) 1 दिसंबर को कौन सा शहर सबसे ठंडा है ?

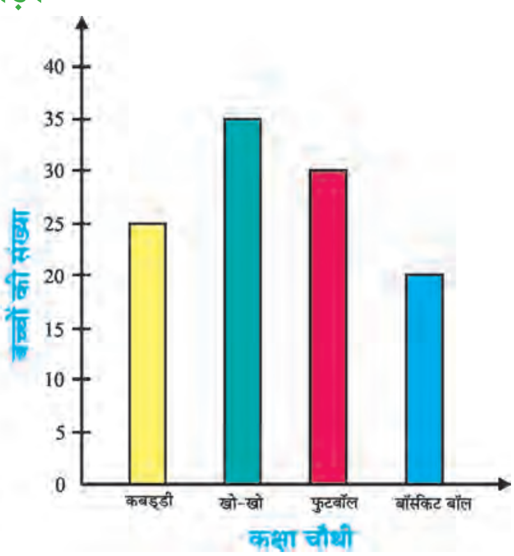
(*iii*) 1 जून और 1 दिसंबर को दिल्ली के तापमान में कितना अंतर है ?

(*iv*) 1 जून और 1 दिसंबर को शिमला के तापमान में कितना अंतर है ?

(*v*) किस शहर के 1 जून और 1 दिसंबर के तापमान में सबसे कम परिवर्तन आया है ?

3. नीचे दिए स्तम्भ ग्राफ़ को ध्यानपूर्वक पढ़ें।





अध्यापक निर्देश

- अध्यापक छात्रों को भारत के नक्शे में अलग–अलग शहरों को ढूंढने में मदद करें ताकि छात्र इन शहरों के तापमान को समझ सकें और आँकड़े एकत्रित करके मौसम के बारे में जानकारी ले सकें।
- अध्यापक छात्रों को प्रतिदिन अखबार में मौसम की रिपोर्ट ध्यास से पढ़ने के लिए उत्साहित करे और भिन्न–भिन्न शहरों का अधिक से अधिक तापमान का स्तम्भ ग्राफ़ तैयार करने के लिए कहे और तत्पश्चात कम से कम तापमान का स्तम्भ ग्राफ़ तैयार करने के लिए कहे।

पता करों –

(i) उपरोक्त स्तम्भ ग्राफ़ हमें क्या जानकारी दे रहे हैं ?

(ii) कौन–सा खेल कक्षा तीसरी और चौथी के छात्रों द्वारा बराबर खेला जाता है ?

(iii) कक्षा तीसरी और कक्षा चौथी के खो–खो खेलने वाले छात्रों की कुल संख्या कितनी है ?

(iv) कक्षा तीसरी और कक्षा चौथी के बास्किट बॉल खेलने वाले छात्रों की कुल कितनी संख्या है ?

(v) कक्षा तीसरी के छात्रों का सबसे पसंदीदा खेल कौन–सा है ?

(vi) कक्षा चौथी के छात्रों का सबसे पसंदीदा खेल कौन–सा है ?

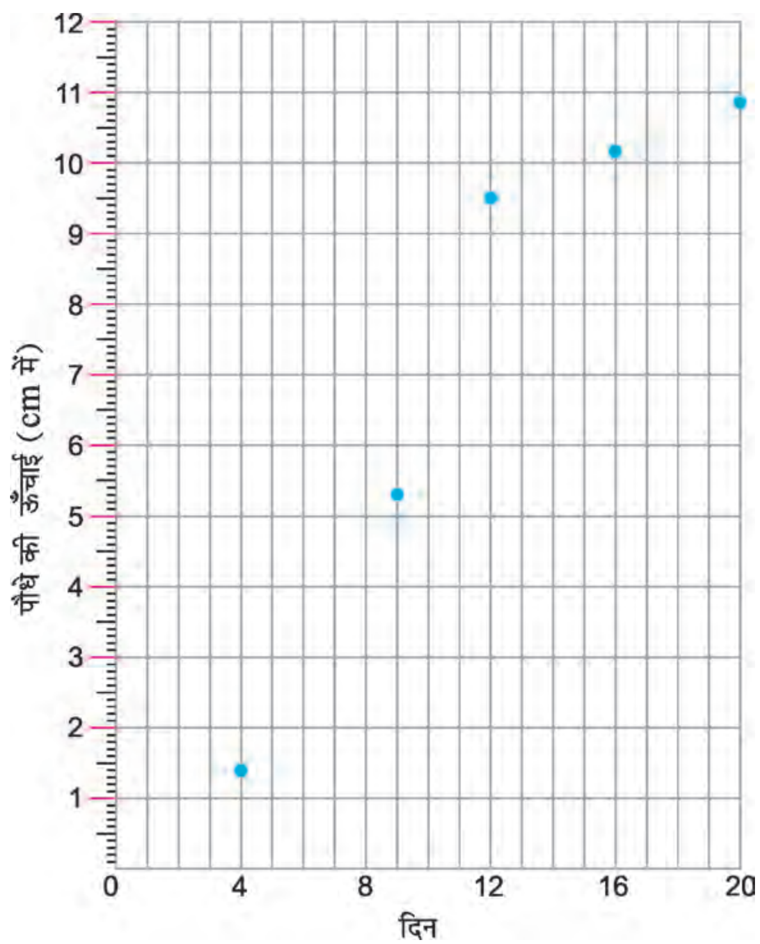
गतिविधि

बढ़ते हुए पौधे की ऊँचाई का चार्ट

अमित ने छोले की दाल के कुछ बीज ज़मीन में बीजें। अगले चार दिनों में पौधे की ऊँचाई 1.4 cm हो गई। उसके बाद वह तेज़ी से बढ़ने लगा। प्रत्येक चार दिन के बाद पौधे की ऊँचाई मापी गई और सारणी के रूप में लिखा गया और अगले पृष्ठ के ऊपर बने चार्ट पर बिंदु लगाये गये।

दिन	पौधे ऊँचाई (cm में)
0	0
4	1.4
8	5.3
12	9.5
16	10.2
20	10.9

प्रत्येक बिंदु की ऊँचाई को देखें और सारणी की तुलना करे कि अमित ने बिंदु ठीक लगाये है या नहीं ?



ग्राफ़ से पता करें —

1. कौन से दिनों में पौधे की ऊँचाई सबसे अधिक बढ़ी ?

   (*i*) 0 – 4 (*ii*) 4 – 8

   (*iii*) 8 – 12 (*iv*) 12 – 16

2. चौदहवें दिन पौधे की ऊँचाई कितनी होगी ? अनुमान लगाओ ?

(*i*) 8.7 cm (*ii*) 9.9 cm

(*iii*) 10.2 cm (*iv*) 10.5 cm

3. क्या यह पौधा हमेशा बढ़ता रहेगा ? 100 वें दिन पौधे की ऊँचाई कितनी होगी ? अनुमान लगाओ।

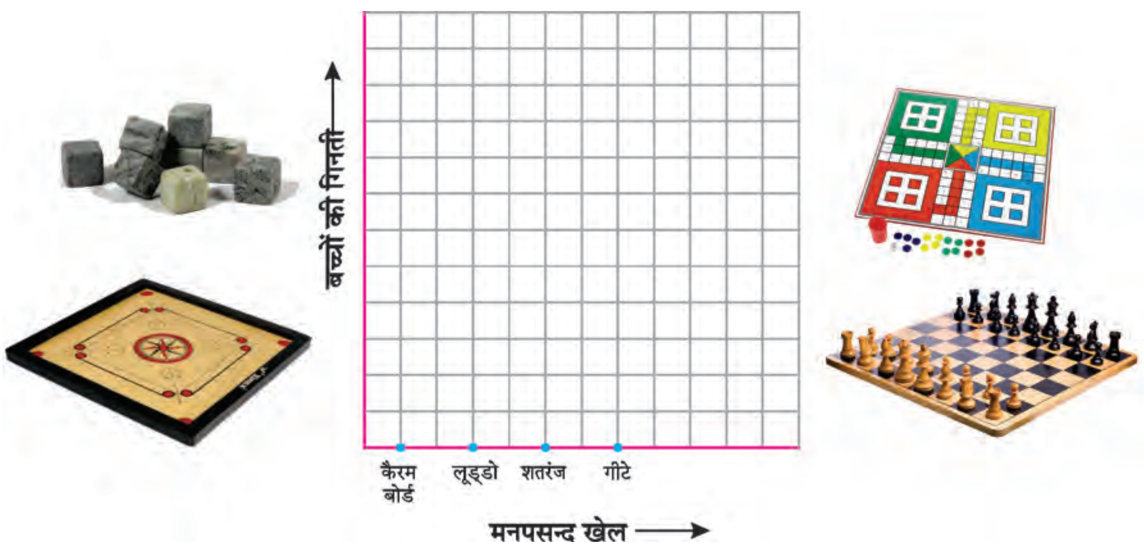
प्रयोगात्मक क्रियाएँ

उद्देश्य — आँकड़े एकत्रित करके स्तम्भ ग्राफ़ तैयार करना।

सामग्री — डिब्बेदार पेपर, पेंसिल, रंगों की डिब्बी, मापक (स्केल), सफेद चार्ट, गोंद।

विधि — 1. डिब्बेदार पेपर को सफ़ेद चार्ट के ऊपर चिपकायें।

2. बच्चों की मनपंसद खेल को दर्शाता एक स्तम्भ ग्राफ़ तैयार किया जाए। कक्षा के सभी छात्रों को इसमें भाग लेने के लिए अध्यापक प्रेरित करेगा।



3. अध्यापक कक्षा के एक छात्र को स्तम्भ ग्राफ़ में दर्शाए गए खेलों में से उसका सबसे अधिक पसंदीदा खेल के बारे में पूछेगा।

4. छात्र के उत्तर के बाद अध्यापक उसको स्तम्भ ग्राफ़ में अपने सबसे अधिक पसंदीदा खेल के ऊपर एक डिब्बे में रंग भरने को कहेगा।

अध्यापक निर्देश

- अंतिम प्रश्न में छात्रों को आपस में चर्चा करने के लिए कहा जाए। छात्रों को प्रेरित करें कि वह अपने आस-पास भिन्न-भिन्न पौधों और जानवरों में वृद्धि देखें।

5. इसी प्रकार अध्यापक अपनी कक्षा के प्रत्येक छात्र को उनके सबसे अधिक पसंदीदा खेल के डिब्बे में रंग भरने को कहेगा।

परिणाम — इस तरह हमारे पास पाँचवीं कक्षा के छात्रों के पसंदीदा खेल को दर्शाता हुआ स्तम्भ ग्राफ़ तैयार हो जाएगा।

इस के पश्चात अध्यापक छात्रों के ज्ञान और रुचि में वृद्धि करने के लिए नीचे लिखे प्रश्न पूछ सकता है :-

1. कक्षा में कुल कितने छात्र हैं?
2. सबसे कम पसंदीदा खेल कौन-सा है ?
3. सबसे अधिक पसंदीदा खेल को कितने छात्रों द्वारा पसंद किया गया?

इस के अतिरिक्त अध्यापक इनसे संबंधित अन्य प्रश्न भी पूछ सकता है।

याद रखने योग्य बातें

- चित्र ग्राफ़, आँकड़ों को दर्शाने का माध्यम है।
- चित्र ग्राफ़ में आँकड़ों को दर्शाने के लिए चित्र चिह्नों का उपयोग किया जाता है।
- चित्रग्राफ़ में चित्र चिह्नों का उपयोग संख्या दर्शाने के लिए किया जाता है।
- यदि, संख्या अधिक हो तो हम पैमाने के अनुसार चित्र चिह्नों का उपयोग करते हैं।
- स्तम्भ ग्राफ़ में आँकड़े दिखलाने के लिए चित्रों की जगह आयताकार स्तम्भों का उपयोग किया जाता है।
- आँकड़ों को भिन्नात्मक रूप में दर्शाने के लिए गोल नक्शे या पाई चार्ट (Pie charts) का उपयोग किया जाता है।

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. किसी शहर के सात दिनों के अधिकतम तापमान के आँकड़े इस प्रकार हैं :

दिन	सोम	मंगल	बुध	गुरु	शुक्र	शनि	रवि
तापमान	36°C	34°C	38°C	40°C	39°C	40°C	41°C

(i) सबसे अधिक गर्म दिन कौन सा है ?

(*a*) मंगलवार (*b*) गुरूवार

(*c*) रविवार (*d*) सोमवार

(ii) कौन सा दिन सबसे ठंडा रहा ?

(*a*) बुधवार (*b*) मंगलवार

(*c*) शनिवार (*d*) शुक्रवार

(iii) सबसे अधिक और सबसे कम तापमान में कितना अंतर है ?

(*a*) 6°C (*b*) 8°C

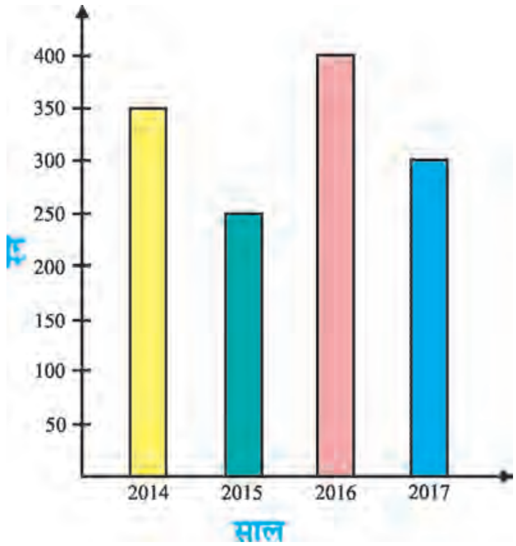
(*c*) 5°C (*d*) 7°C

(iv) कौन से दो दिन बराबर गर्म रहे ?

(*a*) गुरुवार और शनिवार (*b*) रविवार और सोमवार

(*c*) मंगलवार और बुधवार (*d*) गुरुवार और शुक्रवार

2. किसी क्रिकेट के खिलाड़ी द्वारा लगातार 4 सालों में बनाए गए रन इस प्रकार हैं :



(i) खिलाड़ी ने 2016 में कितने रन बनाए ?

(*a*) 300 (*b*) 400

(*c*) 350 (*d*) 200

(ii) खिलाड़ी ने सबसे कम रन कौन-से वर्ष के दौरान बनाए ?

(*a*) 2017 (*b*) 2016

(*c*) 2015 (*d*) 2014

(iii) खिलाड़ी द्वारा सबसे अधिक और सबसे कम बनाए गए रनों का अंतर कितना है ?

(*a*) 150 (*b*) 50

(*c*) 200 (*d*) 100

(iv) खिलाड़ी द्वारा लगातार 4 वर्ष में बनाए गए कुल रन कितने है ?

(*a*) 1100 (*b*) 1000

(*c*) 1300 (*d*) 1200

हमने जो सीखा (Learning outcomes)

- आँकड़े एकत्रित करके और चित्र ग्राफ़ों द्वारा दी गई जानकारी को प्रस्तुत करना।
- अखबारों/पत्रिकाओं में अलग-अलग चित्र स्तम्भ ग्राफ़ एकत्रित करके उनकी व्याख्या करना, तुलना करना और परिणाम तक पहुँचना।

उत्तर-माला

अभ्यास 10.1

2. (*i*) 75 (*ii*) गुरुवार, 200 (*iii*) सोमवार, 50 (*iv*) 175
   (*v*) 50

4. (*i*) रविवार (*ii*) बुधवार (*iii*) सोमवार और शनिवार
   (*iv*) 550 *l* (*v*) 150 *l* (*vi*) 250 *l*

7. (*i*) $\frac{3}{8}$ (*ii*) 20 (*iii*) 30 (*iv*) 100 रुपये
   (*v*) 310 रुपये

8. (*i*) $\frac{5}{12}$ (*ii*) 40 (*iii*) दशहरा (*iv*) 30

अभ्यास 10.2

1. (*i*) 2015-16 (*ii*) बराबर (*iii*) 80
   (*iv*) 5 (*v*) 2015-16 लड़कों की संख्या 15 अधिक है।

2. (*i*) जैसलमेर (*ii*) शिमला (*iii*) 10°C (*iv*) 12°C (*v*) बंगलूरू

3. (*i*) स्तम्भ ग्राफ़ से हमें कक्षा तीसरी और चौथी के बच्चों द्वारा खेली जाने वाली खेलों की तुलना के बारे में ज्ञान होता है।
   (*ii*) फुटबॉल (*iii*) 50 (*iv*) 45 (*v*) फुटबॉल (*vi*) खो-खो

बहुवैकल्पिक प्रश्न (MCQ)

1. (i) c (ii) b (iii) d (iv) a

2. (i) b (ii) c (iii) a (iv) c

पैट्रन (नमूने)

उदेश्य : 1. पैट्रन की सहायता से आकृतियों को घड़ी की सूइयों को सीधी और उलटी दिशा में घुमा कर पैट्रन तैयार करने सिखाए जायेंगे।

2. पैट्रन की सहायता से बच्चों को त्रिकोणीय संख्याएँ और वर्ग संख्याओं कीजानकारी देना।

3. वर्ग संख्या और विषम संख्याओं के बनते संबंध के बारे में बताना।

4. टाइलों से अलग-अलग पैट्रन तैयार करने सिखाना।

5. बच्चों को सममिती के बारे में बताना और सममिती रेखाएँ खींचनी सिखाना।

6. गुणा-भाग के पैट्रन तैयार करना।

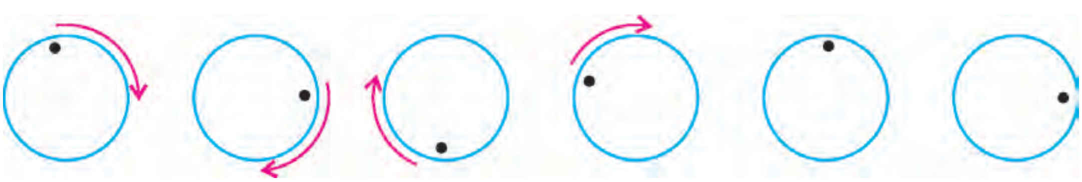
7. पैट्रन में रोचकता लाने के लिए जादूई आकृतियाँ तैयार करवाई जायेगी।

जान पहचान

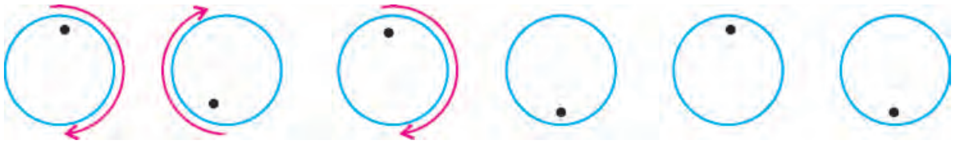
पिछली कक्षाओं में हमने पैट्रन के बारे में पढ़ा है कि हर तरह के पैट्रन (Pattern) में कोई न कोई नियम ज़रूर उपयोग होता है। फिर वह चाहे हमारी कक्षा की खिड़कियों की ग्रिल हो, फर्श की टायलें हो या फिर हमारे पहने कपड़े पर बने हुए पैट्रन हो। उससे आगे बढ़ते हुए हम कुछ और पैट्रन का अध्ययन करेंगे।

11.1 घड़ी की सूइयों की दिशा में घूमने वाले पैट्रन —

नियम 1. एक चौथाई घुमा कर दोहराओ।



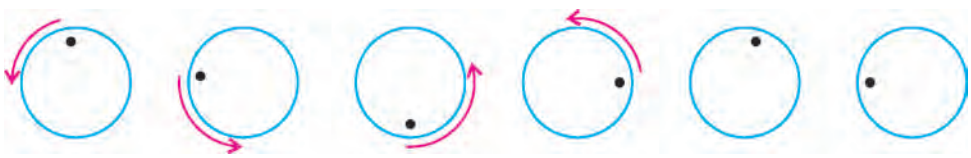
नियम 2. आधा घुमाकर दोहराओ।



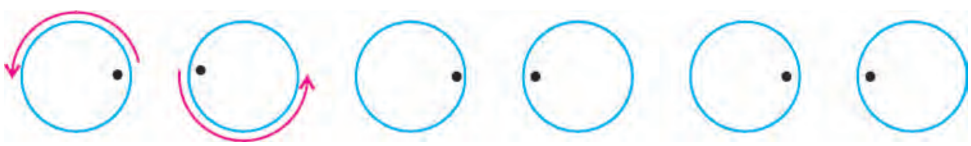
नियम 3. तीन चौथाई घुमाकर दोहराओ।

इस तरह हम इन पैट्रन को घड़ी की उलटी दिशा में घुमाकर भी पैट्रन तैयार कर सकते हैं।

उदाहरण 1 : एक चौथाई घुमाकर दोहराओ।



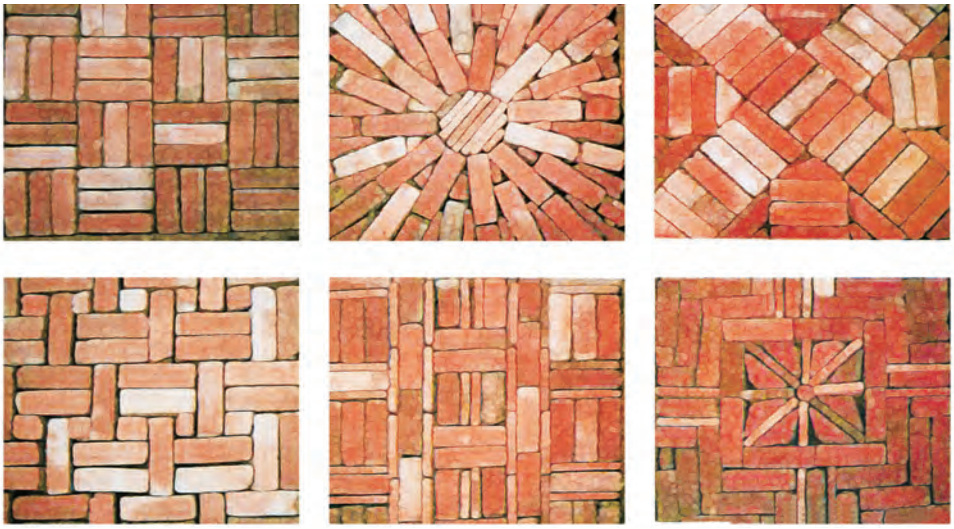
आधा घुमाकर दोहराओ



11.2 अलग-अलग अकार की ईंटों/टाइलों के पैट्रन—

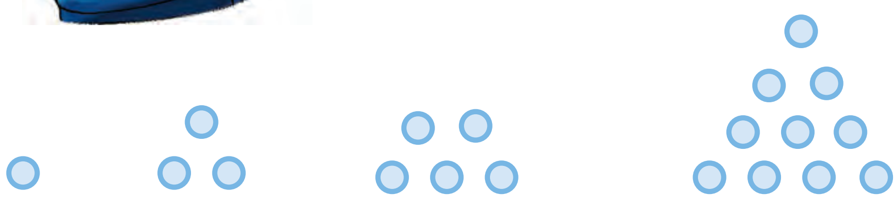
प्रत्येक स्कूल में फर्श के ऊपर ईंटों/टाइलों पर अलग-अलग तरह के मिस्त्रियों द्वारा पैट्रन बनाये हुए हैं। हर मिस्त्री ने अलग-अलग पैट्रन बनाये हुए हैं। हम अपने स्कूल की सुंदर इमारत पर गर्व महसूस करते हैं।

कुछ पैटर्न इस प्रकार हैं—



- कौन का पैट्रन चक्र के आकार का है ?
- आप कौन से पैट्रन को शीशे में एक समान (एक जैसे) दिखने वाले दो हिस्सों में बाँट सकते हो ?
- अब आप फर्श पर इस प्रकार के कुछ नए पैट्रन बनाओ।

11.3 त्रिकोणीय संख्याएँ

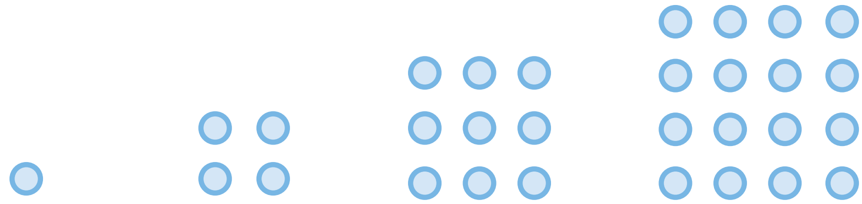


1   1 + 2 = 3   1 + 2 + 3 = 6   1 + 2 + 3 + 4 = 10

इस तरह हम कह सकते हैं कि 1, 3, 6, 10, ... ये त्रिकोणीय संख्याएँ हैं।

अध्यापक के लिए – छात्र अपने घर के आस-पास और धार्मिक स्थलों में ऐसे पैट्रन ढूँढ़ सकते हैं। छात्रों को अपने स्कूल के रास्ते अथवा क्यारी में ऐसे पैट्रन बनाने के लिए प्रेरित किया जाये।

11.4 वर्ग संख्याएँ :



$1 \times 1 = 1$ $\quad$ $2 \times 2 = 4$ $\quad$ $3 \times 3 = 9$ $\quad$ $4 \times 4 = 16$

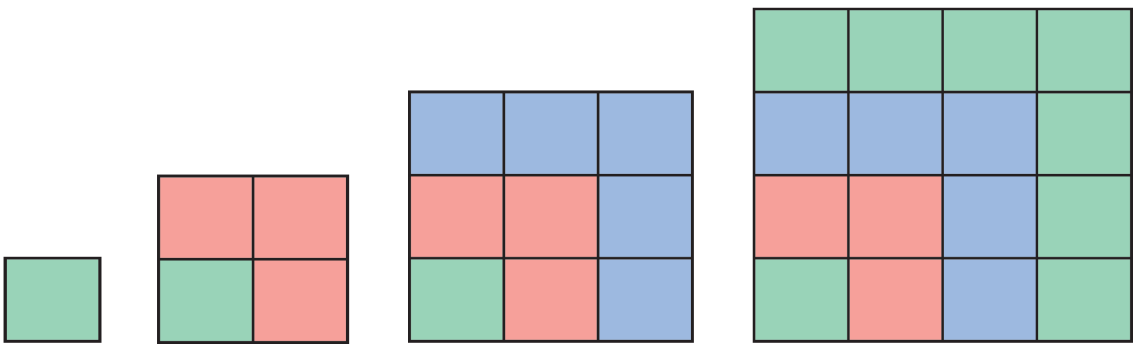
इस तरह हम देखते हैं कि 1, 4, 9, 16 .... यह वर्ग संख्याएँ हैं।

वर्ग संख्याओं के बारे में कुछ और रोचक तथ्य

वर्ग संख्याओं को देखते हुए हम यह भी कह सकते हैं कि विषम संख्याओं का वर्ग विषम और सम संख्याओं का वर्ग सम होता है।

$1 \times 1 = 1$
$2 \times 2 = 4$
$3 \times 3 = 9$
$4 \times 4 = 16$
.. .. ..
.. .. ..

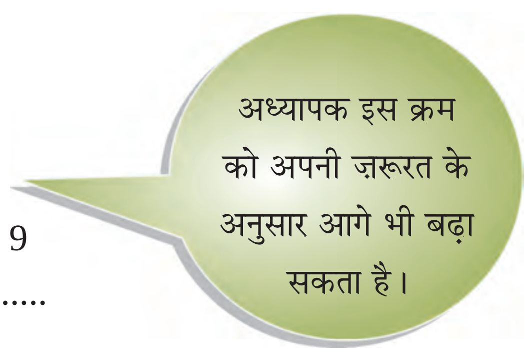
वर्ग संख्याओं को हम निम्नअंकित तरीके से भी देख सकते हैं।



1 $\quad$ $1 + 3 = 4$ $\quad$ $1 + 3 + 5 = 9$ $\quad$ $1 + 3 + 5 + 7 = 17$

इस तरह हम वर्ग संख्याओं का विषम संख्याओं के साथ संबंध भी बता सकते हैं :

$1 = 1 \times 1$
$4 = 2 \times 2 = 1 + 3$
$9 = 3 \times 3 = 1 + 3 + 5$
$16 = 4 \times 4 = 1 + 3 + 5 + 7$
$25 = 5 \times 5 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$
....
....
....



वर्ग संख्याओं और विषम संख्याओं के संबंध में हम और भी उदाहरण दे सकते हैं।

4 – 1 = 3

9 – 4 = 5

16 – 9 = 7

25 – 16 = 9

11.5 आँकड़ों पर आधारित कुछ अन्य खेल :-

1 × 8 + 1 = 9	111 ÷ 3 = 37
12 × 8 + 2 = 98	222 ÷ 6 = 37
123 × 8 + 3 = 987	333 ÷ 9 = 37
1234 × 8 + 4 = 9876	444 ÷ 12 = 37
12345 × 8 + 5 = 98765	555 ÷ 15 = 37
....	....
....	....
....	....

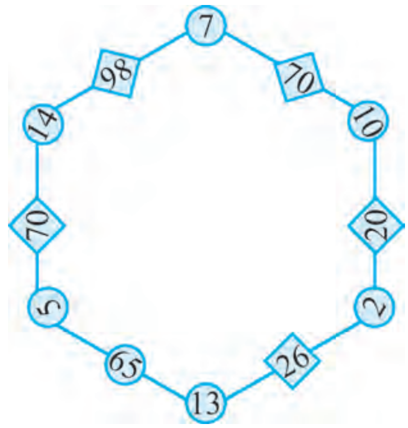
11.6 जादूई वर्ग (Magic Squares)

आओ, अब हम जादूई का वर्ग बनाएं।

इसमें हम 46 से 54 तक की सारी संख्याएँ इस तरह भरेंगे कि इनसे हर पंक्ति का जोड़ 150 होगा।

53	48	49	= 150
46	50	54	= 150
51	52	47	= 150
= 150	= 150	= 150	

11.7 जादूई षट्भूज



अंकों के पैट्रन को षट्भुज में देखो। हर भुजा में 2 चक्र और 1 वर्ग (चौकोर) डिब्बा है।

आपको हर वर्ग (डिब्बे) में वह संख्या मिलेगी, जो उसके दोनों तकफ बने चक्रों के बीच लिखी संख्या को गुणा करके आयेगी।

11.8 कैलेंडर का जादू

निम्नलिखित कैलेंडर को देखो

कैलेंडर में 3 × 3 (9 तिथियों) का डिब्बा बनाओ और कुछ जादू देखो।

रवि	सोम	मंगल	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

मैं इस डिब्बे की संख्याओं का जोड़ लगाती है।

पर इसको कुछ समय लगता है।

3
+ 1 0
+ 1 7
3 0

4
+ 1 1
+ 1 8
3 3

मुझे इसका एक और असान और तेज़ तरीका पता है।

5
+ 1 2
+ 1 9
3 6

3 0
+ 3 3
+ 3 6
9 9

वह क्या ?

इस डिब्बे के बीच के अंक को 9 से गुणा करके जल्दी उत्तर आता है। जैसे 11 × 9 = 99

अब आप इस कैलेंडर में कोई ओर 3 × 3 (9 तिथियों) का डिब्बा बनाओ और इसी तरीके से उत्तर की जाँच करो।

11.9 अनुक्रम

संख्याओं ओर अक्षरों (letters) को मिलाकर भी कई तरह की अनुक्रम तैयार कर सकते हैं। जैसे कि कुछ निम्नलिखित हैं :

(a)	ABC	DEF	GHI	JKL	MNO	PQR
(b)	1A	2B	3C	4D	5E	6F
(c)	40Z	39Y	38X	37W	36V	35U
(d)	108	208	308	408	508	608
(e)	50	65	80	95	110	125
(f)	600	550	500	450	400	350
(g)	100	200	300	400	500	600
(h)	5N	25N	450	65P	85Q	105R

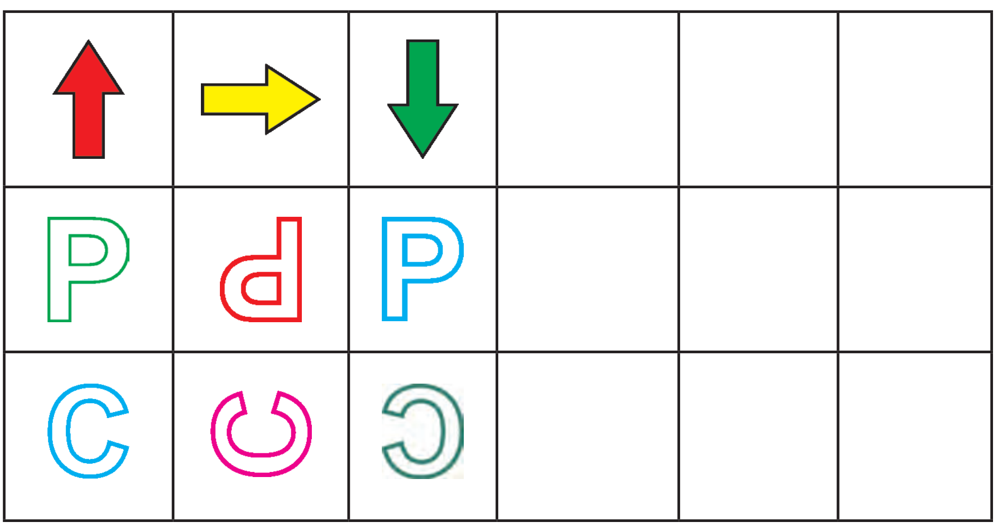
अभ्यास-11.1

1. पैट्रन को ध्यानपूर्वक देखें और आगे पूरा करें :-

(a)

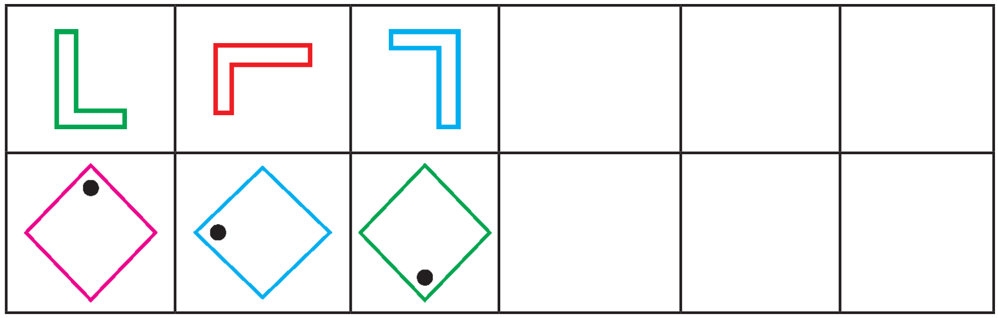
(b)

(c)



(d)

(e)



2. पैट्रन को देखो और अगले दो पद लिखें :

(a)

$(9 - 1) \div 8 = 1$

$(98 - 2) \div 8 = 12$

$(987 - 3) \div 8 = 123$

.... = ...

.... = ...

(b)

$9 \times 9 + 7 = 88$

$98 \times 9 + 6 = 888$

$987 \times 9 + 5 = 8888$

.... = ...

.... = ...

3. निम्नलिखित त्रिकोणीय संख्याओं से त्रिकोणीय पैट्रन तैयार करें :

(a) 15 (b) 21

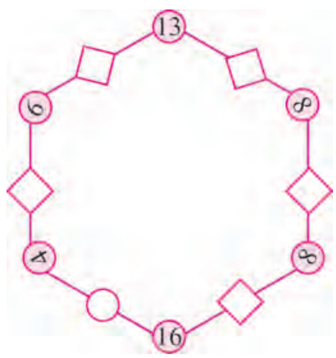
4. $5 \times 5 = 25$ और $6 \times 6 = 36$ वर्ग संख्याओं से बिंदू पैट्रन तैयार करें।

5. इस जादूई के वर्ग में 21 से 29 तक की संख्याएँ इस तरह भरें कि सारी पंक्तियों का जोड़ 75 हो।

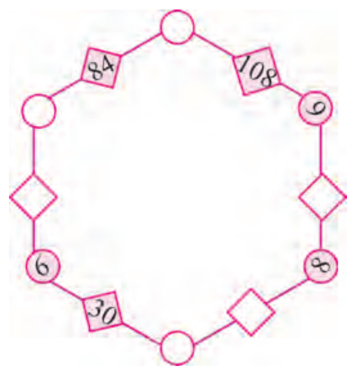
	25	

6. निम्नअंकित षट्भुज को इस तरह भरें कि हर वर्ग संख्या उसके दोनो तरफ दिये चक्रों में लिखी हुई संख्याओं को गुणा करने पर आए।

(a)



(b)



7. अनुक्रम को ध्यानपूर्वक देखें और पूरा करें :-

(a) 6, 13, 20, ..., ..., ...

(b) 86, 80, 74, ..., ..., ...

(c) 1600, 800, 400, ..., ..., ...

(d) 28Z, 27Y, 26X, ..., ..., ...

(e) ED, FE, GF, ..., ..., ...

(f) 8, 108, 208, ..., ..., ...

(g) 2, 6, 18, ..., ..., ...

(h) 1, 8, 27, ..., ..., ...

(i) 729, 243, 81, ..., ..., ...

उत्तर–माला

उत्तरमाला 11.1

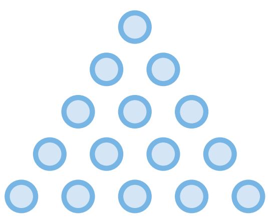
2. (a) $(9876 - 4) \div 8 = 1234$

$(98765 - 5) \div 8 = 12345$

(b) $9876 \times 9 + 4 = 88888$

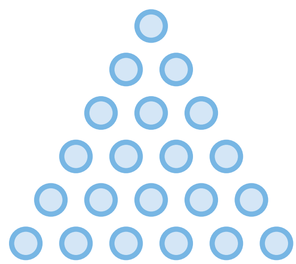
$98765 \times 9 + 3 = 888888$

3. (a)



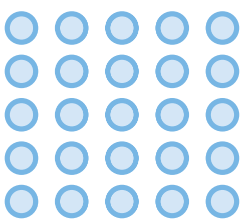
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

(b)

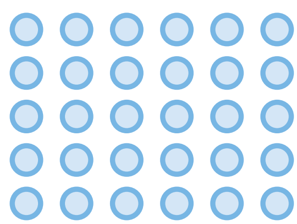


$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

4.



$5 \times 5 = 25$



$6 \times 6 = 36$

5.

28	21	26
23	25	27
24	29	22

6. (a) 27, 34, 41

(b) 68, 62, 56

(c) 200, 100, 50

(d) 25W, 24V, 23U

(e) HG, IH, JI

(f) 308, 408, 508

(g) 54, 162, 486

(h) 64, 125, 216

(i) 27, 9, 3

प्रतियोगी परीक्षाओं की तैयारी के लिए

(पृष्ठ संख्या 234 से 239 तक पाठ्यक्रम का भाग नहीं है।)

प्रतिशत % (Percentage)

प्रतिशत एक इस तरह की संख्या या अनुपात है जो कि 100 की भिन्न को दर्शाता है। इसको % चिह्न द्वारा दर्शाया जाता है। उदाहरण के लिए सिमरजीत ने गणित–के पेपर में कुल 100 अंकों में से 93 अंक प्राप्त किए तो यह सिमरजीत के गणित में 93% अंक हैं।

उदाहरण 1 : $\frac{4}{5}$ को प्रतिशत में बदलें।

हल : $\frac{4}{5} \times 100 = 80\%$

उदाहरण 2 : 0.35 को प्रतिशत में बदलें।

हल : 0.35×100

$= \frac{35}{100} \times 100$

$= 35\%$

उदाहरण 3 : सुरजीत के पास ₹ 800 हैं। उसने इन रुपयों का 90% खर्च कर लिया, बताओ, कितने रुपये खर्च किए।

हल : सुरजीत के पास कुल रुपये = ₹ 800

खर्च प्रतिशत = 90%

खर्च किए रुपये $= 800 \times \frac{90}{100}$

= ₹ 720

उदाहरण 4 : गीता ने पाँचवीं कक्षा की परीक्षा में कुल अंक 500 में से 450 अंक प्राप्त किए। बताओ, उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए।

हल : परीक्षा के कुल अंक = 500

प्राप्त अंक = 450

प्राप्त प्रतिशत अंक $= \frac{450}{500} \times 100$

$= 90\%$

अभ्यास M-1

1. प्रतिशत में बदलें।

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) 0.25 (d) 0.09

2. पारस ने चौथी कक्षा की परीक्षा में कुल अंक 500 में से 440 अंक प्राप्त किए। बताओ, उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए ?

3. अनूप ने पाँचवीं कक्षा की गणित परीक्षा में कुल अंक 50 में से 45 अंक प्राप्त किए। बताओ, उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए ?

4. महेन्द्र के पास 900 रुपये है। उसने इन रुपयों का 60% खर्च कर लिए। बताओ, उसके पास कितने रुपये बचे ?

लाभ-हानि (Profit-loss)

✦ आम जीवन में जब कोई दुकानदार व्यापार करता है, तो वह वस्तुओं की खरीद करता है। जिस मूल्य पर वह वस्तु खरीदी जाती है वह उस वस्तु का खरीद (क्रय) मूल्य होता है। वस्तुएँ खरीदने के बाद उन्हें बेचता है, जिस मूल्य पर वस्तु बेची जाती हैं वह उस वस्तु का बेच (विक्रय) मूल्य होता है।

✦ अगर वह वस्तुओं को खरीद मूल्य से अधिक मूल्य पर बेचे तो उसे लाभ होता है, परन्तु अगर वस्तुओं को खरीद मूल्य से कम मूल्य पर बेचे तो उसे हानि होती है।

लाभ = विक्रय – क्रय मूल्य

हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ या विक्रय मूल्य + हानि

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ या क्रय मूल्य – हानि

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$\text{हानि \%} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

उदाहरण 1 : खाली स्थान भरें

हल : विक्रय मूल्य = ₹ 540 क्रय मूल्य = ₹ 500 लाभ = ₹ 40

लाभ % = 8 %

क्रय मूल्य = ₹ 350 विक्रय मूल्य = ₹ 385 लाभ = ₹ 35 लाभ % = 10%

क्रय मूल्य = ₹ 400 विक्रय मूल्य = ₹ 320 हानि = ₹ 80 हानि % = 20%

लाभ = ₹ 80 क्रय मूल्य = ₹ 350 विक्रय मूल्य = ₹ 430

हानि = ₹ 60 विक्रय मूल्य = ₹ 240 क्रय मूल्य = ₹ 300

उदाहरण 2 : एक वस्तु का क्रय मूल्य ₹ 400 है। इसका विक्रय मूल्य ₹ 440 है। लाभ और लाभ % पता करें।

हल :

वस्तु का क्रय मूल्य = ₹ 400

वस्तु का विक्रय मूल्य = ₹ 440

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

= 440 – 400

= ₹ 40

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$= \frac{40}{400} \times 100$$

= 10%

उदाहरण 3 : एक वस्तु का क्रय मूल्य ₹ 250 है। इसका विक्रय मूल्य ₹ 225 है। हानि और हानि % पता करें।

हल :

वस्तु का क्रय मूल्य = ₹ 250

वस्तु का विक्रय मूल्य = ₹ 225

हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

= 250 – 225

= 25 ₹

$$\text{हानि \%} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$= \frac{25}{250} \times 100$$

= 10%

अभ्यास M-2

1. खाली स्थान भरें।

(a) विक्रय मूल्य = ₹ 240 क्रय मूल्य = ₹ 210 लाभ = ...

(b) क्रय मूल्य = ₹ 650 विक्रय मूल्य = ₹ 585 हानि = ... हानि % = ...

(c) क्रय मूल्य = ₹ 320 विक्रय मूल्य = ₹ 384 लाभ = ... लाभ % = ...

(d) लाभ = ₹ 40 क्रय मूल्य = ₹ 550 विक्रय मूल्य = ...

(e) हानि = ₹ 35 विक्रय मूल्य = ₹ 275 क्रय मूल्य = ...

2. एक वस्तु का क्रय मूल्य ₹ 300 है। इसका विक्रय मूल्य ₹ 345 है। लाभ व लाभ प्रतिशत पता करो।

3. एक वस्तु का क्रय मूल्य ₹ 450 है व विक्रय मूल्य ₹ 405 है। हानि व लाभ प्रतिशत पता करो।

4. सन्दीप कुमार ने एक पुराना स्कूटर ₹ 8,000 में खरीदा और उसकी मरम्मत पर ₹ 600 खर्च किए सन्दीप यह स्कूटर ₹ 9000 में बेच दिया। इस सौदे से उसको कितना लाभ या हानि हुई।

औसत (Average)

संख्याओं के जोड़ को उनकी गिनती से भाग देने पर उन्हीं संख्याओं की औसत प्राप्त होती है।

$$\text{औसत} = \frac{\text{संख्याओं का कुल जोड़}}{\text{संख्याओं की गिनती}}$$

उदाहरण 1 : 4, 8, 6, 7 तथा 5 की औसत पता करो।

हल : संख्याओं का जोड़ = 4 + 8 + 6 + 7 + 5 = 30

संख्याओं की गिनती = 5

$$\text{औसत} = \frac{\text{संख्याओं का कुल जोड़}}{\text{संख्याओं की गिनती}} = \frac{30}{5} = 6$$

अभ्यास M-3

1. पहली 5 प्राकृत संख्याओं की औसत पता करो।

2. पहली 5 विषम संख्याओं की औसत पता करो।

3. पहली 5 सम संख्याओं की औसत पता करो।

4. पाँचवीं कक्षा के 7 विद्यार्थियों के गणित में प्राप्त अंक- 65, 60, 85, 70, 35, 80, 95 हैं। इन विद्यार्थियों के अंकों का औसत पता करो।

5. पाँचवीं कक्षा के तीन विद्यार्थियों के कद क्रमश : 140 सें.मी., 135 से.मी. तथा 142 सें.मी. है। इन विद्यार्थियों का औसत कद पता करो।

साधारण ब्याज (Simple Interest)

किसी राशि को निश्चित ब्याज दर पर निश्चित समय के लिए जमा करने पर जो अधिक राशि प्राप्त होती है, उसको साधारण ब्याज कहते हैं। जो राशि जमा करवायी जाती है, वह मूलधन कहलाती है। साधारण ब्याज को निम्नलिखित सूत्र से ज्ञात किया जाता है।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

उदाहरण 1 : ₹ 500 का 8% सालाना दर के साथ 3 वर्ष का साधारण ब्याज पता करो।

हल :

मूलधन = ₹ 500

दर = 8%

समय = 3 साल

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{500 \times 8 \times 3}{100} = ₹\ 120$$

अभ्यास M-4

1. ₹ 800 का 6% वार्षिक दर के साथ 3 साल के लिए साधारण ब्याज पता करो।
2. ₹ 2500 का 10% वार्षिक दर के साथ 2 साल के लिए साधारण ब्याज पता करो।
3. ₹ 500 का 4% वार्षिक दर के साथ 5 साल के लिए साधारण ब्याज पता करो।
4. ₹ 2000 का 12% वार्षिक दर के साथ 3 साल के लिए साधारण ब्याज पता करो।
5. ₹ 1500 का 4.5% वार्षिक दर के साथ 4 साल के लिए साधारण ब्याज पता करो।

उत्तर–माला

अभ्यास M-1

1. (a) 75% (b) 50 % (c) 25 %
   (d) 9%
2. 88 %
3. 90 %
4. 360 रुपये

अभ्यास M-2

1. (a) ₹ 30 (b) ₹ 65, 10% (c) ₹ 64, 20%
   (d) ₹ 590 (e) ₹ 310
2. ₹ 45, 15%
3. ₹ 45, 10%
4. ₹ 400

अभ्यास M-3

1. 3
2. 5
3. 6
4. 70
5. 139 सम

अभ्यास M-4

1. ₹ 108
2. ₹ 500
3. ₹ 1000
4. ₹ 720
5. ₹ 270