ਗਣਿਤ

ਸੱਤਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ

J2R4P4

ਸਮੱਗਰ ਸਿੱਖਿਆ ਅਭਿਆਨ

ਪੜ੍ਹੋ ਸਾਰੇ ਵਧੋ ਸਾਰੇ

ਸਿੱਖਿਆ ਅਤੇ ਭਲਾਈ ਵਿਭਾਗ, ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਉਪਰਾਲਾ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ

© ਪੰਜਾਬ ਸਰਕਾਰ

ਪਹਿਲਾ ਐਡੀਸ਼ਨ : 2021-22
ਦੂਜਾ ਐਡੀਸ਼ਨ : 2022-23 .... 2,25,200 ਕਾਪੀਆਂ

All rights, including those of translation, reproduction and annotation etc., are reserved by the Punjab Government.

ਸੰਯੋਜਕ : ਪ੍ਰਿਤਪਾਲ ਸਿੰਘ ਕਥੂਰੀਆ
ਵਿਸ਼ਾ ਮਾਹਰ, ਪ.ਸ.ਸ.ਬ. ਮੋਹਾਲੀ

ਕਵਰ ਚਿੱਤਰ : ਮਨਜੀਤ ਸਿੰਘ ਢਿੱਲੋਂ
ਆਰਟਿਸਟ, ਪ.ਸ.ਸ.ਬ. ਮੋਹਾਲੀ

ਚਿਤਾਵਨੀ

1. ਕੋਈ ਵੀ ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰ ਵਾਧੂ ਪੈਸੇ ਵਸੂਲਣ ਦੇ ਮੰਤਵ ਨਾਲ਼ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ 'ਤੇ ਜਿਲਦ-ਸਾਜ਼ੀ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। (ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰਾਂ ਨਾਲ਼ ਹੋਏ ਸਮਝੌਤੇ ਦੀ ਧਾਰਾ ਨੰ. 7 ਅਨੁਸਾਰ)
2. ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੁਆਰਾ ਛਪਾਈਆਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੇ ਜਾਅ਼ਲੀ/ਨਕਲੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨਾਂ (ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ) ਦੀ ਛਪਾਈ, ਸਟਾਕ ਕਰਨਾ, ਜਮ੍ਹਾਖ਼ੋਰੀ ਜਾਂ ਵਿਕਰੀ ਆਦਿ ਕਰਨਾ ਭਾਰਤੀ ਦੰਡ-ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਫ਼ੌਜਦਾਰੀ ਜੁਰਮ ਹੈ।

(ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਬੋਰਡ ਦੇ 'ਵਾਟਰ ਮਾਰਕ' ਵਾਲ਼ੇ ਕਾਗ਼ਜ਼ ਉੱਪਰ ਹੀ ਛਪਵਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।)

ਸਮੱਗਰ ਸਿੱਖਿਆ ਅਭਿਆਨ
ਪੜ੍ਹੋ ਸਾਰੇ ਵਧੋ ਸਾਰੇ

ਸਿੱਖਿਆ ਅਤੇ ਭਲਾਈ ਵਿਭਾਗ, ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਉਪਰਾਲਾ

ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਵਿਕਰੀ ਲਈ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਸਕੱਤਰ, ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ, ਵਿੱਦਿਆ ਭਵਨ, ਫੇਜ਼-8 ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ- 160062 ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਅਤੇ ਮੈਸ : ਅਰੀਹੰਤ ਆਫਸੈੱਟ, ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ, ਦੁਆਰਾ ਛਾਪੀ ਗਈ।

ਮੁੱਖ-ਬੰਧ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਆਪਣੀ ਸਥਾਪਨਾ ਤੋਂ ਹੀ ਸਕੂਲ ਪੱਧਰ ਦੇ ਪਾਠਕ੍ਰਮ ਬਣਾਉਣ, ਰਾਸ਼ਟਰ ਅਤੇ ਰਾਜ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਬਦਲਦੀਆਂ ਵਿੱਦਿਅਕ ਲੋੜਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਪਾਠਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਨਵਿਆਉਣ ਅਤੇ ਉਸ ਅਨੁਸਾਰ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਲਈ ਯਤਨਸ਼ੀਲ ਰਿਹਾ ਹੈ।

ਹੱਥਲੀ ਪੁਸਤਕ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਰਕਸ਼ਾਪਾਂ ਲਗਾ ਕੇ ਖੇਤਰੀ ਮਾਹਿਰਾਂ ਵੱਲੋਂ NCF-2005 ਅਤੇ PCF-2013 ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਸ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਦਿਲਚਸਪ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਪੂਰਾ ਯਤਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਬੋਰਡ, SCERT ਦੇ ਮਾਹਿਰਾਂ ਅਤੇ ਖੇਤਰ ਦੇ ਤਜ਼ਰਬੇਕਾਰ ਅਧਿਆਪਕਾਂ/ਮਾਹਿਰਾਂ ਦੇ ਸਹਿਯੋਗ ਨਾਲ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਬੋਰਡ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਭ ਦਾ ਧੰਨਵਾਦੀ ਹੈ।

ਲੇਖਕਾਂ ਵੱਲੋਂ ਇਹ ਪੂਰੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਦੀ ਰੂਪ-ਰੇਖਾ ਸੱਤਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਮਾਨਸਿਕ ਪੱਧਰ ਮੁਤਾਬਿਕ ਹੀ ਹੋਵੇ। ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਵਿਸ਼ਾ-ਸਮੱਗਰੀ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇ ਵਾਤਾਵਰਨ ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ ਸਬੰਧਿਤ ਪ੍ਰਸਥਿਤੀਆਂ ਮੁਤਾਬਿਕ ਹੀ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਹਰ ਇੱਕ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਕਈ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਸਥਾਨਕ ਸਾਧਨਾਂ ਅਤੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਜੀਵਨ-ਸ਼ੈਲੀ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਦਲੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਸ ਹੈ ਕਿ ਗਣਿਤ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਇਹ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਦਿਲਚਸਪ ਅਤੇ ਲਾਹੇਵੰਦ ਸਿੱਧ ਹੋਵੇਗੀ। ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਹੋਰ ਚੰਗੇਰਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਆਏ ਸੁਝਾਵਾਂ ਨੂੰ ਬੋਰਡ ਆਦਰ ਸਹਿਤ ਸਵੀਕਾਰ ਕਰੇਗਾ।

ਚੇਅਰਮੈਨ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਮੇਟੀ

ਲੇਖਕ :

- ਮੁਖਤਾਰ ਸਿੰਘ, ਸ.ਕੰ.ਸ.ਸ.ਸ, ਐਮ. ਐਸ. ਗੇਟ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।
- ਪਰਮਿੰਦਰ ਸਿੰਘ, ਸ.ਕੰ.ਸ.ਸ.ਸ, ਵੇਰਕਾ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।
- ਸਤੰਵਤ ਸਿੰਘ, ਸ.ਸ.ਸ.ਸ, ਫਤਿਹਗੜ੍ਹ ਸ਼ੁੱਕਰਚੱਕ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।

ਸੋਧਕ :

- ਸੋਨੀਆ ਨਾਹਰ, ਸ. ਕੰਨਿਆ ਸ. ਸਕੂਲ, ਕੋਟ ਬਾਬਾ ਦੀਪ ਸਿੰਘ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।
- ਜਿੰਮੀ ਖਜੂਰੀਆ, ਹੈੱਡ ਮਾਸਟਰ, ਸ. ਹ. ਸ. ਰੱਤਾ ਅਬਦਾਲ, ਗੁਰਦਾਸਪੁਰ।
- ਮਨੂਦੀਪ ਕੌਰ, ਸ. ਹਾਈ. ਸਕੂਲ ਅਦਲੀਵਾਲ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।
- ਅਰੁਨ ਕੁਮਾਰ ਗਰਗ, ਸ.ਸ.ਸ.ਸ. ਬਰ੍ਹੇ, ਮਾਨਸਾ।
- ਵਰੁਨ ਬਾਂਸਲ, ਸ.ਸ.ਸ.ਸ. ਸਿੱਧੂ ਪੁਰ ਕਲਾਂ, ਫਤਿਹਗੜ੍ਹ ਸਾਹਿਬ।
- ਅਵੀ ਛਾਬੜਾ, ਸਹਸ ਢੱਡ ਹੈਰੀ ਜ਼ਿਲ੍ਹਾ ਫਤਿਹਗੜ੍ਹ ਸਾਹਿਬ।
- ਕਪਿਲ ਦੇਵ ਸੋਨੀ, ਸ. ਮਿ. ਸਕੂਲ, ਰਾਮਗੜ੍ਹ (ਨਵਾਂ ਪਿੰਡ), ਖੰਨ੍ਹਾ, ਲੁਧਿਆਣਾ।
- ਵਿਕਾਸ ਜੁਲਕਾ, ਸ.ਸ.ਸ.ਸ. ਮਰਦਾਂਪੁਰ, ਪਟਿਆਲਾ।

ਅਨੁਵਾਦਕ :

- ਮਨੂਦੀਪ ਕੌਰ, ਸ.ਹਾਈ. ਸਕੂਲ ਅਦਲੀਵਾਲ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।
- ਮੁਖਤਾਰ ਸਿੰਘ, ਸ.ਕੰ.ਸ.ਸ.ਸ., ਐੱਮ.ਐਸ. ਗੇਟ, ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ।

ਵਿਸ਼ਾ-ਸੂਚੀ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਅਧਿਆਇ ਦਾ ਨਾਂ	ਪੰਨਾ ਨੰ.
1.	ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	1-18
2.	ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ	19-49
3.	ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ	50-65
4.	ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ	66-77
5.	ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ	78-97
6.	ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ	98-122
7.	ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ	123-143
8.	ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ	144-165
9.	ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	166-181
10.	ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ	182-193
11.	ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ	194-220
12.	ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ	221-238
13.	ਘਾਤ ਅੰਕ ਅਤੇ ਘਾਤ	239-252
14.	ਸਮਮਿਤੀ	253-272
15.	ਠੋਸ ਆਕਾਰ ਦੀ ਕਲਪਨਾ	273-296

ਪਾਠ 1

P5H2V4

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :

1. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ।
2. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ, ਘਟਾਉਣਾ, ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਨਾ।
3. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਅਤੇ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨਾ।
4. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮਹੱਤਵ ਅਤੇ ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।
5. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰਨਾ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਦਾ ਮਾਣ (Our Nation's Pride)

ਬ੍ਰਹਮਗੁਪਤ : ਬ੍ਰਹਮਗੁਪਤ ਉਹ ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਸੀ ਜਿਸਨੇ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਨੂੰ ਪਰਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਗਣਨਾ ਲਈ ਨਿਯਮ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕੀਤੇ- ਜਿਸ ਨਾਲ ਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਅਸਲ ਅਤੇ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨ ਯੋਗ ਬਣ ਗਈਆਂ। ਸਿਰਫ ਇਹ ਹੀ ਨਹੀਂ, ਬਲਕਿ ਗਣਿਤ ਦੀ ਦੁਨੀਆ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਖੇਤਰ ਹਨ ਜਿੱਥੇ ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀਆਂ ਨੇ ਭਰਵਾਂ ਯੋਗਦਾਨ ਪਾਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਚ ਸਿਫ਼ਰ ਦੀ ਖੋਜ, ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ, ਸਿਰਫ 10 ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣਾ, ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅੱਗੇ ਵੱਲ ਅਤੇ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਅਸਲ ਜ਼ਿੰਦਗੀ 'ਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਵੀ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਾਨਾਂ 'ਤੇ ਕੁਸ਼ਲਤਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ, ਬਿਹਤਰ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੇ ਉਪਾਅ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਕਈ ਹੋਰ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

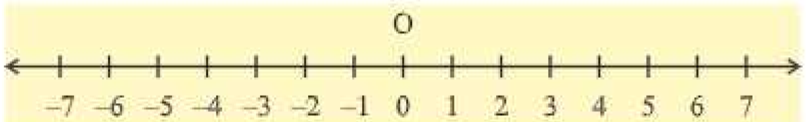
ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (N = 1, 2, 3, 4.........) ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ '0' ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (W = 0, 1, 2, 3, 4..........) ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਪਰ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ। ਇਸ ਲਈ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਮੂਹ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

.... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4..............

- 1, 2, 3, 4............ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
- –1, –2, –3, –4........... ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
- 0 (ਸਿਫ਼ਰ) ਅਜਿਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਨਾ ਰਿਣਾਤਮਕ।

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰਨਾ (Representation of Integers on a number line)

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'O' ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ। 'O' 'ਤੇ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ। ਸਿਫ਼ਰ (0) ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਕੁਝ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ। ਸਿਫ਼ਰ (0) ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ 1, 2, 3, 4 .... ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਹੋਏ) –1, –2, –3, –4............... ਦਰਸਾਓ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ:



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਲੱਗੇ ਤੀਰ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਹਰੇਕ ਪਾਸੇ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਰੰਤਰਤਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਿਰਪੇਖ ਮੁੱਲ (Absolute Value of an Integer)

ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 'a' ਦਾ ਨਿਰਪੇਖ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਾਨ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ 'a' ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ $|a|$, ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ (*i*) $|5| = 5$ ਅਤੇ $|-5| = 5$ (*ii*) $|-3| = 3$ ਅਤੇ $|3| = 3$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : (*i*) –5 ਅਤੇ 5 (*ii*) –20 ਅਤੇ –13 ਵਿਚਕਾਰ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : (*i*) –5 ਅਤੇ 5 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ :
–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4

(*ii*) –20 ਅਤੇ –13 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ :
–19, –18, –17, –16, –15, –14

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(*i*) –7 ਅਤੇ 0 (*ii*) –5 ਅਤੇ –13 (*iii*) –193 ਅਤੇ –128 (*iv*) –26 ਅਤੇ 23

ਹੱਲ : (*i*) ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰੇਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
$\therefore \quad -7 < 0$

(*ii*) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ –5, –13 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
$\therefore \quad -5 > -13$

(*iii*) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ –193, –128 ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
$\therefore \quad -193 < -128$

(*iv*) ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰੇਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ, ਹਰੇਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
$\therefore \quad -26 < 23$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : (*i*) $17 - |-12|$ (*ii*) $|-21| - |9|$ (*iii*) $|27 - 18| + |-9|$

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ :

(*i*) $17 - |-12| = 17 - 12 = 5$ [$\because |-12| = 12$]

(*ii*) $|-21| - |9| = 21 - 9 = 12$ [$\because |-21| = 21$ ਅਤੇ $|9| = 9$]

(*iii*) $|27 - 18| + |-9| = 9 + 9 = 18$ [$\because |27-18| = |9| = 9$ ਅਤੇ $|-9| = 9$]

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰੋ।

135, –87, –9, 87, –23, 263, –172, 18

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀਆਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 135, 87, 263, 18

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ $18 < 87 < 135 < 263$

ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –87, –9, –23, –172

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ $-172 < -87 < -23 < -9$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਕਰਨ 'ਤੇ

$-172 < -87 < -23 < -9 < 18 < 87 < 135 < 263$

ਭਾਵ –172, –87, –23, –9, 18, 87, 135, 263

ਅਭਿਆਸ - 1.1

1. **>, < ਜਾਂ = ਵਿਚੋਂ ਉਚਿਤ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।**

   (*i*) –3 ☐ –5 (*ii*) –2 ☐ 5–4

   (*iii*) 8–4 ☐ –3 (*iv*) –6 ☐ 5–0

   (*v*) 5 ☐ 8–3 (*vi*) 0 ☐ –3

2. **ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰੋ।**

   (*i*) –2, 12, –43, 31, 7, –35, –10

   (*ii*) –20, 13, 4, 0, –5, 5

3. **ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰੋ।**

   (*i*) 0, –7, 19, –23, –3, 8, 46

   (*ii*) 30, –2, 0, –6, –20, 8

4. **ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :–**

   (*i*) $30 - |-21|$ (*ii*) $|-25| - |-18|$ (*iii*) $6 - |-4|$ (*iv*) $|-125| + |110|$

5. **ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :-**

   (*i*) 0 ਹਰੇਕ .... ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

   (*ii*) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਿਰਪੱਖ ਮੁੱਲ ਹਮੇਸ਼ਾ .... ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

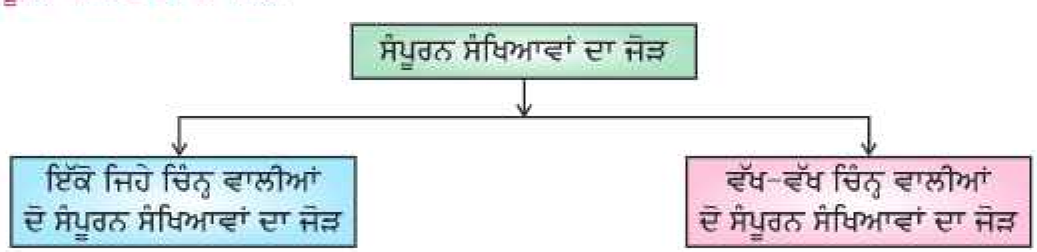
   (*iii*) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ .... ਹੈ।

   (*iv*) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ .... ਹੈ।

   (*v*) ਹਰੇਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹਰੇਕ .... ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਚਾਰ ਬੁਨਿਆਦੀ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Four Fundamental Operations)

(*i*) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ



1. ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ :

ਪਗ 1 : ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਪਗ 2 : ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ ਲਿਖਣ ਸਮੇਂ ਦੋਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ।

ਉਦਾਹਰਨ 1. **10 + 23 ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $10 + 23$

$= 33$

ਉਦਾਹਰਨ 2. **70 + 18 ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $70 + 18$

$= 88$

ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਭਾਵ (+, +)

ਉਦਾਹਰਨ 3. **(–50) + (–32) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $(-50) + (-32)$

$= -82$

ਉਦਾਹਰਨ 4. **(–42) + (–60) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $(-42) + (-60)$

$= -102$

ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਭਾਵ (–, –)

2. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ :

ਪਗ 1 : ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਪਗ 2 : ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ, ਅੰਤਰ ਦੇ ਨਾਲ ਲਗਾਓ।

ਉਦਾਹਰਨ 5. **(–17) + 35 ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $(-17) + 35$

$= 18$

ਉਦਾਹਰਨ 6. **(–63) + 27 ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $(-63) + 27$

$= -36$

ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇਕ ਦੂਜੇ ਤੋਂ ਉਲਟ ਹਨ। ਭਾਵ (+, –) ਜਾਂ (–, +)

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ + ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ + ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ + ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ

ਚਿੰਨ੍ਹਾ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ ਅਤੇ ਜੋੜਫਲ ਨਾਲ (+) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ।

ਚਿੰਨ੍ਹਾ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ।

ਚਿੰਨ੍ਹਾ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ ਅਤੇ ਜੋੜਫਲ ਨਾਲ (–) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ।

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਗੁਣ (Proporties of Addition of Integers)

1. **ਸਮਾਪਨ (Closure) ਗੁਣ :** ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a + b$ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ $2 + (-4) = -2$, $(-3) + (7) = 4$, $8 + 5 = 13$ ਜੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
2. **ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ (Commutative) ਗੁਣ :** ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੱਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ,

$$a + b = b + a$$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ
$$5 + 8 = 8 + 5 = 13$$

3. **ਸਹਿਚਾਰਤਾ (Associative) ਗੁਣ :** ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ,

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ

$(-2) + (5 + 9)$	$[(-2) + 5] + 9$
$= (-2) + (14)$	$= (3) + 9$
$= 12$	$= 12$

$$\therefore \quad (-2) + (5 + 9) = [(-2) + 5] + 9$$

4. **ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive identity) :** ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 0 ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ ਉਹੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। $a + 0 = 0 + a = a$
   0 ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
5. **ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ (Additive Inverse) :** ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ, $(-a) + a = 0 = a + (-a)$
   ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ $(-a)$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਾ ਜੋੜਫਲ '0' ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
   $\therefore$ a ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $(-a)$ ਅਤੇ
   ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $(-a)$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $-(-a) = a$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਇੱਕ ਕੁਇਜ਼ ਦੇ ਤਿੰਨ ਰਾਊਡਾਂ (rounds) ਵਿੱਚ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਵੱਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ 65, -30, 25 ਸਨ ਜਦੋਂ ਕਿ ਰਮਨਦੀਪ ਦੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ -30, 65, 25 ਸਨ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿਸ ਨੇ ਵੱਧ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ? ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ ?

ਹੱਲ :

ਮਨਜੀਤ ਸਿੰਘ ਦੇ ਅੰਕ $= [(65 + (-30)] + 25$
$= 35 + 25$
$= 60$

ਰਮਨਦੀਪ ਦੇ ਅੰਕ $= (-30) + (65 + 25)$
$= -30 + 90$
$= 60$

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਨਜੀਤ ਅਤੇ ਰਮਨਦੀਪ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਅੰਕ ਸਮਾਨ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਹਿਚਾਰ ਹੈ।

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ : ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਉਣਾ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਪਹਿਲੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਜੋੜਨਾ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a - b = a + (-b)$

ਉਦਾਹਰਨ-8 : 15 – (–8) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ

$$15 - (-8) = 15 + 8$$
$$= 23$$
$$\therefore \quad 15 - (-8) = 23$$

ਉਦਾਹਰਨ-9 : (–3) – (+ 21) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ

$$(-3) - (+21) = (-3) + (-21)$$
$$= -24$$

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Subtraction of Integers)

1. **ਸਮਾਪਨ ਗੁਣ :** ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $(a - b)$ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $-3 - 2 = -5$, $7 - (-4) = 11$

2. **ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਘਟਾਓ ਦਾ ਕ੍ਰਮਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ।**

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ	$(5 - 8)$		$(8 - 5)$
	$= -3$		$= 3$
$\therefore$	$5 - 8$	$\neq$	$8 - 5$

3. **ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਘਟਾਓ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ :**

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ	$[7 - (-2)] - 1$		$7 - [(-2) - 1]$
	$= [7 + 2] - 1$		$= 7 - [-3]$
	$= 9 - 1$		$= 7 + 3$
	$= 8$		$= 10$
$\therefore$	$[7 - (-2)] - 1$	$\neq$	$7 - [(-2) - 1]$

4. **ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ a, $(a \neq 0)$ ਲਈ $a - 0 = a \neq 0 - a$**

ਉਦਾਹਰਨ-10 : (–7) + (8) – (3) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $(-7) + (8) - (3)$

$$= (-7) + (8) - (3)$$
$$= (-7) + 8 + (-3)$$
$$= -10 + 8$$
$$= -2$$

> [ਸਾਰੀਆਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ ਅਤੇ ਸਾਰੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ]
> $[(-7) + (-3) = -10]$

ਉਦਾਹਰਨ-11 : 15 – (– 5) + 12 + (– 8) – (– 3) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $15 - (-5) + 12 + (-8) - (-3)$

$$= 15 + (+5) + 12 + (-8) + (+3)$$
$$= 15 + 5 + 12 + 3 + (-8)$$
$$= 35 - 8$$
$$= 27$$

> [ਸਾਰੀਆਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ ਅਤੇ ਸਾਰੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ]
> $[15 + 5 + 12 + 3 = 35]$

ਉਦਾਹਰਨ-12 : ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ – 7 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 23 ਹੈ ਤਾਂ ਪਹਿਲੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਅੰਤਰ	=	-7
ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ	=	23
ਪਹਿਲੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ	=	ਅੰਤਰ + ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
	=	$-7 + 23 = 16$

ਅਭਿਆਸ - 1.2

1. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (a) $32 + 15$
   (b) $17 + (-18)$
   (c) $(-25) + (21)$
   (d) $(-8) + (-11)$
   (e) $(-13) + (21)$
   (f) $(-19) + (0)$
   (g) $(-85) - (-10)$
   (h) $(15) - (6)$
   (i) $(45) - (-27)$
   (j) $(-62) - (52)$
2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :
   (a) $(-3) + 7 + (-8)$
   (b) $(-2) - (-1) - (4)$
   (c) $8 + (-7) - (-6)$
   (d) $(-12) - (-17) + (-25)$
3. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (a) $15 - (-5) + 12 + (-8) + (-3)$
   (b) $(-32) - (-11) + (-25) + 27 - 13 + (-7)$
   (c) $160 + (-150) + (-130) - (-100)$
   (d) $25 - (-15) + (-12) + 21 - 65 - (-38)$
4. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :
   (i) $10 + [(-5) + (-7)] = [(10 + (-5)] + \square$
   (ii) $25 - 10 = -10 + \square$
   (iii) $20 + \square = 15 + \square$
   (iv) $(-12) + 37 = 37 + \square$
   (v) $13 + [\square + (-2)] = [13 + (-7)] + \square$
   (vi) $-17 + \square = -17$
5. ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ –10 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਪਹਿਲੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 17 ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
6. –93 ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਤਿੰਨ ਲਗਾਤਾਰ ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
7. ਸੂਰਜ ਚੜ੍ਹਨ ਸਮੇਂ, ਬਾਹਰ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ 0 ਤੋਂ 7° ਹੇਠਾਂ ਸੀ। ਦੁਪਹਿਰ ਵੇਲੇ, ਤਾਪਮਾਨ 13° ਵੱਧ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ ਰਾਤ ਵੇਲੇ 8° ਘੱਟ ਗਿਆ। ਦਿਨ ਦੇ ਖਤਮ ਹੋਣ 'ਤੇ ਤਾਪਮਾਨ ਕਿੰਨਾ ਸੀ ?
8. ਮਹੀਨੇ ਦੀ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਵਿੱਚ ਮਨਜੀਤ ਸਿੰਘ ਦਾ ਬੈਂਕ ਬੈਲੈਂਸ (bank balance) ₹ (–430) ਸੀ। ਉਸ ਦੁਆਰਾ ₹ 250 ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਵਾਉਣ ਦੇ ਬਾਦ ਉਸ ਦਾ ਬੈਂਕ ਬੈਲੈਂਸ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
9. ਏਸ਼ੀਆ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਚੀ ਚੋਟੀ ਮਾਊਂਟ ਐਵਰੈਸਟ (Mount Everest) ਦੀ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਉਚਾਈ 29028 ਫੁੱਟ ਹੈ। ਡੈੱਡ ਸੀਅ (The Dead Sea) ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 1312 ਫੁੱਟ ਹੇਠਾਂ ਹੈ। ਦੋਹਾਂ ਪੱਧਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।
10. ਇੱਕ ਕੁਇਜ਼ ਵਿੱਚ ਟੀਮ A ਨੇ 70, – 15, 30 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਟੀਮ B ਨੇ –15, 70, 30 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅਤੇ ਟੀਮ C ਨੇ 30,70, –15 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਕਿਸ ਟੀਮ ਦੇ ਅੰਕ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਨ ? ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ?

ਟੀਮ A ਟੀਮ B ਟੀਮ C

11. ਇੱਕ ਮੁਕਾਬਲੇ ਵਿੱਚ 5 ਟੀਮਾਂ ਨੇ 3-3 ਰਾਊਂਡ (rounds) ਖੇਡੇ। ਸਾਰੀਆਂ ਟੀਮਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਹਨ। ਸਾਰਣੀ ਪੂਰੀ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪਹਿਲਾ, ਦੂਸਰਾ ਅਤੇ ਤੀਸਰਾ ਸਥਾਨ ਹਾਸਲ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਟੀਮਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਰਾਊਂਡ \ ਟੀਮਾਂ	A	B	C	D	E
ਰਾਊਂਡ 1	7	–9	8	7	–6
ਰਾਊਂਡ 2	–3	5	–2	0	7
ਦੋ ਰਾਊਂਡ ਬਾਦ ਕੁੱਲ ਅੰਕ					
ਰਾਊਂਡ 3	–2	–5	–3	–5	4
ਰਾਊਂਡ 4	6	7	4	3	–2
ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਅੰਕ					

12. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(i) $(-5) + (5) =$

(a) –10 (b) 5

(c) 10 (d) 0

(*ii*) $(-10) + (-12) =$

(a) –2 (b) 22

(c) –22 (d) 2

(*iii*) $(-1) - (-1) =$

(a) –2 (b) –1

(c) 2 (d) ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*iv*) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਗਲਤ ਹੈ ?

(a) ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਵੀ ਇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(b) ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ $a + b = b + a$.

(c) ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਵੀ ਇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(d) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਲਈ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੈ।

(*v*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ।

(a) $(-7) - (3) = 3 - (-7)$

(b) $(-7) + 3 = 3 + (-7)$

(c) $(-1) + [(5) + (-3)] = [(-1) + (5)] - (-3)$

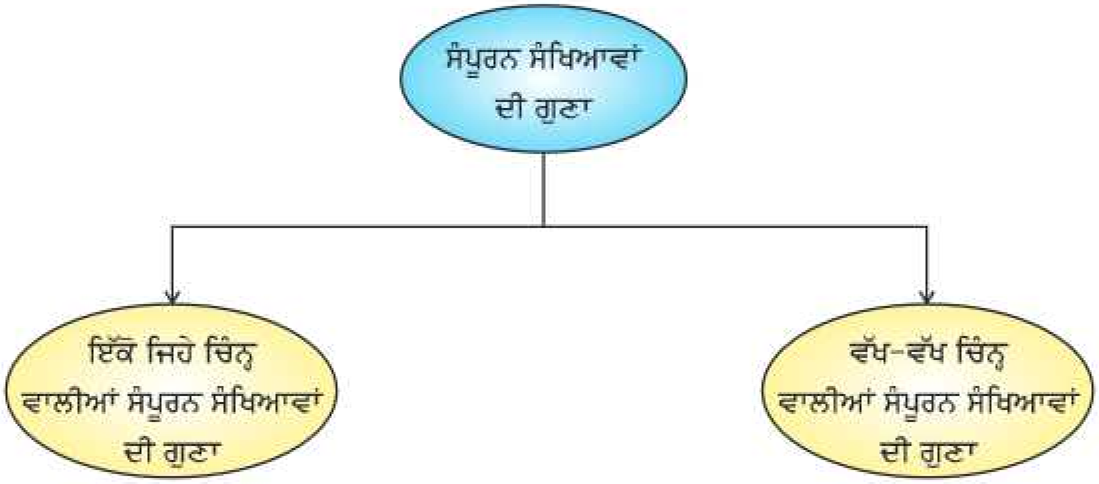
(d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Multiplication of Integers)

ਗੁਣਾ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਬਾਰ-ਬਾਰ ਜੋੜਨਾ : ਮੰਨ ਲਓ a ਅਤੇ b ਦੋ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਥਿਆਵਾਂ ਹਨ। $a \times b$ ਬਾਰੇ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ a ਨੂੰ b ਵਾਰ ਜੋੜਨਾ ਜਾਂ b ਨੂੰ a ਵਾਰ ਜੋੜਨਾ

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 12$ ਜਾਂ $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ :-



1. ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ :-

ਪਗ 1 : ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 : ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : 18 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 18 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਗੁਣਨਫ਼ਲ

$$18 \times 12 = 216$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : (–50) ਅਤੇ (–8) ਦਾ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : –50 ਅਤੇ –8 ਦਾ ਗੁਣਨਫ਼ਲ

$$-50 \times -8 = 400$$

2. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਚਿੰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ :-

ਪਗ 1 : ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 : ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : 15 ਅਤੇ -12 ਦਾ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 15 ਅਤੇ −12 ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$\begin{aligned} 15 \times -12 &= -(15 \times 12) \\ &= -180 \end{aligned}$$

ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Product of three or more Negative Integers)

ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਾਕੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਦੁਹਰਾਓ।

$$\begin{aligned} (-a) \times (-b) \times (-c) &= [(-a) \times (-b)] \times (-c) \\ &= (a \times b) \times (-c) \\ &= -(a \times b \times c) \end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : $(-5) \times (-4) \times (-3)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $(-5) \times (-4) \times (-3)$

$$= (-5 \times -4) \times (-3)$$
$$= (20) \times (-3)$$
$$= -(20 \times 3)$$
$$= -60$$

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Multiplication of Integers)

1. **ਸਮਾਪਨ ਗੁਣ :** ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a \times b$ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ -5 ਅਤੇ 8 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ $-5 \times 8 = -40$ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
2. **ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ :** ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a \times b$ ਅਤੇ $b \times a$ ਸਮਾਨ ਹਨ।
   ਭਾਵ, $a \times b = b \times a$
   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $2 \times 4 = 4 \times 2 = 8$
3. **ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ :** ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ,
   $$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c \quad \text{or } (a \times b) \times c = (a \times c) \times b$$
   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $7 \times (6 \times 8) = (7 \times 6) \times 8 = 336$
4. **ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive Property) :**
   (a) ਗੁਣਾ ਦੇ ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive property of multiplication over addition)
   ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ
   $$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$
   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $10 \times (5 + 2) = (10 \times 5) + (10 \times 2)$
   $$= 50 + 20$$
   $$= 70$$
   (*b*) ਗੁਣਾ ਦਾ ਘਟਾਓ 'ਤੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive property of multiplication over subtraction)
   ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ
   $$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$
   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $6 \times (7 - 4) = (6 \times 7) - (6 \times 4)$
   $$= 42 - 24$$
   $$= 18$$
5. **ਸਿਫ਼ਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ :**
   ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ
   $$a \times 0 = 0 \times a = 0$$
   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $7 \times 0 = 0 \times 7 = 0$
6. **ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ :**
   ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ
   $$a \times 1 = 1 \times a = a$$
   ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $8 \times 1 = 1 \times 8 = 8$

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ, ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਅਤੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $50 \times 8 + 50 \times -2 = 50 \times (8 - 2)$
$$= 50 \times 6$$
$$= 300$$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*) $(-15) \times (-2) \times (-5) \times (6)$

(*ii*) $(-8) \times (-5) \times (-6) \times (-1)$

ਹੱਲ : (*i*)

$$(-15) \times (-2) \times (-5) \times (6) = [(-15) \times (-2)] \times [(-5) \times (6)]$$
$$= 30 \times (-30)$$
$$= -900$$

(*ii*)

$$(-8) \times (-5) \times (-6) \times (-1) = [(-8) \times (-5)] \times [(-6) \times (-1)]$$
$$= 40 \times 6$$
$$= 240$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ : $(-20) \times [15 + (-5)] = [(-20) \times 15] + [(-20) \times (-5)]$

ਹੱਲ :

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= (-20) \times [15 + (-5)]$
$= -20 \times (15 - 5)$
$= -20 \times 10$
$= -200$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= [(-20) \times 15] + [(-20) \times (-5)]$
$= (-300) + (100)$
$= -300 + 100$
$= -200$

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

$\therefore \quad (-20) \times [15 + (-5)] = [(-20) \times 15] + [(-20) \times (-5)]$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਾਲੇ ਇਕ ਜਮਾਤ ਟੈਸਟ (class test) ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ 4, ਹਰੇਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ '-2' ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨਾ ਦੇਣ ਦੀ ਸੂਰਤ ਵਿੱਚ 0 ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

(*i*) **ਸਮੀਪ ਦੇ 8 ਸਹੀ ਅਤੇ 2 ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਹਨ। ਉਸਦੇ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।**

(*ii*) **ਹਰਮਨਜੀਤ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ 9 ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਸਹੀ ਅਤੇ 6 ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਹਨ। ਉਸਦੇ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : (*i*)

1 ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ $= 4$

8 ਸਹੀ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ $= 4 \times 8$
$= 32$

1 ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ $= -2$

2 ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ $= -2 \times 2$
$= -4$

ਸਮੀਪ ਦੁਆਰਾ ਹਾਸਲ ਕੀਤੇ ਕੁੱਲ ਅੰਕ $= 32 + (-4)$
$= 32 - 4$
$= 28$

(*ii*)

1 ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ $= 4$

3 ਸਹੀ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ $= 4 \times 3$
$= 12$

ਇੱਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ = -2

6 ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕ = -2×6

= -12

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਨਾ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਲਈ ਅੰਕ = 0

ਹਰਮਨਜੀਤ ਦੁਆਰਾ ਹਾਸਲ ਕੀਤੇ ਕੁਲ ਅੰਕ = $12 + (-12) + 0$

= $12 - 12 + 0$

= 0

ਅਭਿਆਸ - 1.3

1. **ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :-**

   (i) $(-15) \times 0$ (ii) $(-35) \times 1$

   (iii) $(-13) \times (-12)$ (iv) $(-20) \times 16$

   (v) $(-15) \times (-4) \times (-5)$ (vi) $(-8) \times (-5) \times 9$

   (vii) $(-2) \times (-5) \times (-4) \times (-10)$ (viii) $(-8) \times 0 + [(-5) \times (-4)]$

2. (i) ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ : $15 \times [9 + (-6)] = (15 \times 9) + (15 \times (-6)]$

   (ii) ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ : $18 \times [(-5) + (-4)] = [(18 \times (-5)] + [18 \times (-4)]$

3. **ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :-**

   (i) $15 \times \square = 0$

   (ii) $-25 \times \square = 25$

   (iii) $(-15) \times 18 = \square \times (-15)$

   (iv) $(-10) \times [(-15) + (-5)] = (-10) \times \square + (-10) \times (-5)$

   (v) $(-6) \times [(-5) \times (-18)] = [(-6) \times \square] \times (-18)$

4. **ਗੁਣਾਂ (properties) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :-**

   (i) $15 \times (-20) + (-20) \times (-5)$ (ii) $(15 \times 8) \times 50$

   (iii) $8 \times (40 - 5)$ (iv) $510 \times (-45) + (-510) \times 55$

5. 15 ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਟੈਸਟ (class test) ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ 2 ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ -1 ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਉੱਤਰ ਨਾ ਦੇਣ ਦੀ ਸੂਰਤ ਵਿੱਚ '0' ਅੰਕ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

   (i) ਕ੍ਰਿਤਿਕਾ ਦੇ 5 ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਅਤੇ 10 ਉੱਤਰ ਗਲਤ ਹਨ। ਉਸ ਦੇ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ?

   (ii) ਰੋਹਨ ਦੁਆਰਾ ਕੋਸ਼ਿਸ ਕੀਤੇ ਗਏ 14 ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚ 7 ਦੇ ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਅਤੇ 7 ਦੇ ਉੱਤਰ ਗਲਤ ਹਨ। ਉਸਦੇ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

   (i) $(-19) - (13)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

   (a) -32 (b) 6

   (c) -6 (d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*ii*) (–6) × (–5) × 0 ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(a) 0 (*b*) –6

(*c*) –5 (*d*) 30

(*iii*) 0 ÷ (–10) ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(*a*) 0 (*b*) –1

(*c*) –10 (*d*) ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*iv*) (–33) × 102 + (–33) × (–2) ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(*a*) 3300 (*b*) –3300

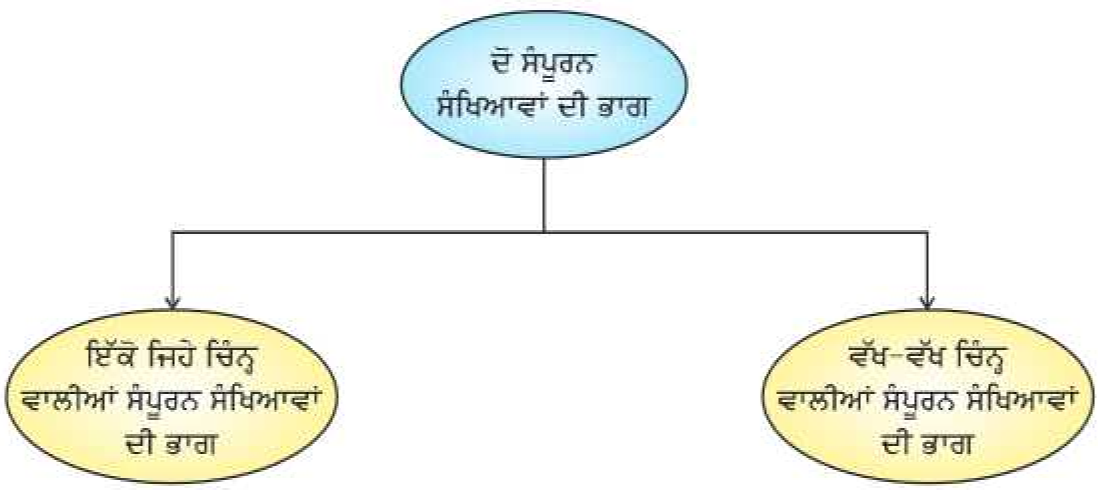
(c) 3432 (*d*) –3432

(*v*) 101 × (–1) + 0 × (–1) ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(*a*) –101 (*b*) 101

(*c*) –102 (*d*) 102

ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ (Division of Two Integers)



1. ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਚਿੰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ :-

ਪਗ 1 : ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 : ਭਾਗਫਲ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (*i*) (20) ÷ (5) = 4

5) 20 (4
  20
  ×

(*ii*) (–15) ÷ (–3) = 5

3) 15 (5
  15
  ×

2. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ :-

ਪਗ 1 : ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੇ ਬਿਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 : ਭਾਗਫਲ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (*i*) $(-36) \div (12) = -3$

$$12\overline{)36}(3$$
$$\underline{36}$$
$$\underline{\times}$$

(*ii*) $(25) \div (-5) = -5$

$$5\overline{)25}(5$$
$$\underline{25}$$
$$\underline{\times}$$

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Division of Integers)

(1) ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਭਾਗਫਲ ਦਾ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (*i*) 5 ਅਤੇ 6 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ $5 \div 6 = \frac{5}{6}$ ਜੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(*ii*) -3 ਅਤੇ 7 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ $(-3) \div 7 = \frac{-3}{7}$ ਜੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(2) ਹਰੇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ, ਜੋ ਸਿਫ਼ਰ ਨਹੀਂ ਹੈ, $a \div a = 1$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (*i*) $(+7) \div (+7) = 1$

(*ii*) $(-5) \div (-5) = 1$

(3) ਹਰੇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a $(a \neq 0)$ ਲਈ, $0 \div a = 0$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (*i*) $0 \div (+5) = 0$

(*ii*) $0 \div (-2) = 0$

(4) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ ਜਿੱਥੇ $a \neq 0$, $b \neq 0$ ਅਤੇ $a \neq b$,

$a \div b \neq b \div a$ (ਭਾਵ ਕ੍ਰਮਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ।)

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $15 \div 5 = 3$ ਪ੍ਰੰਤੂ $5 \div 15 = \frac{1}{3}$

(5) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b, c ਲਈ, ਜਿੱਥੇ $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ ਅਤੇ $a \neq b \neq c$

$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$ (ਭਾਵ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ)

ਜਿਸਤ ਅਤੇ ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Even and Odd Integers)

ਜਿਸਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ : ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ, ਜਿਸਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

.... –6, –4, –2, 0, 2, 4, 6, ...

ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ : ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

–5, –3, –1, 1, 3, 5, ... ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਸਰਲ ਕਰੋ : (*i*) 63 ÷ (–7) (*ii*) (–80) ÷ 16 (*iii*) (72) ÷ (–9)

ਹੱਲ : ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਹੈ :

(*i*) $63 \div (-7) = -9$

7) 63 (9
63
×

(*ii*) $(-80) \div 16 = -5$

16) 80 (5
80
×

(*iii*) $(-72) \div (-9) = 8$

9) 72 (8
72
×

ਉਦਾਹਰਨ-2 : –20 ਅਤੇ –10 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : –20 ਅਤੇ –10 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –18, –16, –14, –12 ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : –6 ਅਤੇ 12 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : –6 ਅਤੇ 12 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –5, –3, –1, 1, 3, 5, 7, 9, 11 ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ - 1.4

1. **ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :**
   (*i*) $76 \div 19$ (*ii*) $(-156) \div (-12)$
   (*iii*) $(-125) \div (-1)$ (*iv*) $(125) \div (-25)$
   (*v*) $0 \div (-5)$ (*vi*) $(-15) \div (15)$
2. –18 ਅਤੇ 0 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
3. –9 ਅਤੇ 9 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
4. –240 ਨੂੰ ਕਿਸ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਕਿ 16 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ ?
5. **ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :**
   (*i*) $125 \div [5 \div (-1)]$
   (*ii*) $[169 \div 13] \div [26 \div 2]$
   (*iii*) $[(-105) \div 3] \div 7$
6. ਸਰਲ ਕਰੋ : $12 - [8 + 27 \div (2 \times 8 - 7)]$
7. ਸਰਲ ਕਰੋ : $10 - [8 - \{11 + 30 \div (4 + 2)\}]$

8. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) $(-8) \div 2 =$

(*a*) -16 (*b*) -4

(*c*) 4 (*d*) -8

(*ii*) $(-7) \div (-7) =$

(*a*) -1 (*b*) 49

(*c*) -49 (*d*) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*iii*) $0 \div 2 =$

(*a*) 1 (*b*) 2

(*c*) -2 (*d*) 0

9. ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਭਾਗਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

10. ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਗੈਰ ਬਰਾਬਰ ਤੇ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a \div b = b \div a$। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. .... $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ .... ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
2. $1, 2, 3$ .... ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
3. $-1, -2, -3,$ .... ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
4. 0 ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਨਾ ਰਿਣਾਤਮਕ।
5. ਦੋ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੋੜ ਫਲ ਨਾਲ ਸਾਂਝਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
6. ਦੋ ਵੱਖੋ-ਵੱਖ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
7. ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ $a + (-a) = 0$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। $-a$ ਨੂੰ a ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
8. ਜੋੜ 'ਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਚਾਰ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾਂ (ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ) ਸਬੰਧੀ ਸਾਰਣੀ

ਕਿਰਿਆਵਾਂ / ਗੁਣ	ਜੋੜ	ਘਟਾਓ	ਗੁਣਾ	ਭਾਗ
ਸਮਾਪਨ (Closure)	ਹਾਂ	ਹਾਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ
ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ (Commutative)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ
ਸਹਿਚਾਰਤਾ (Associative)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ
ਤਤਸਮਕ (Identity)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ (Learning Outcomes)

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਉਹਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਜੋੜ ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦੀ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

4. ਗਣਨਾ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਹਿਚਾਰਤਾ, ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਅਤੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
5. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੀ ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 1.1

1. (*i*) > (*ii*) <
(*iii*) > (*iv*) <
(*v*) = (*vi*) >

2. (*i*) –43, –35, –10, –2, 7, 12, 31 (*ii*) –20, –5, 0, 4, 5, 13

3. (*i*) 46, 19, 8, 0, –3, –7, –23 (*ii*) –20, –5, –2, 0, 8, 30

4. (*i*) 9 (*ii*) 7
(*iii*) 2 (*iv*) 235

5. (*i*) ਰਿਣਾਤਮਕ (*ii*) ਧਨਾਤਮਕ
(*iii*) 1 (*iv*) –1
(*v*) ਧਨਾਤਮਕ

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. (*a*) 47 (*b*) –1
(*c*) –4 (*d*) –19
(*e*) 8 (*f*) –19
(*g*) –75 (*h*) 9
(*i*) 72 (*j*) –114

2. (*a*) –4 (*b*) –5
(*c*) 7 (*d*) –20

3. (*a*) 21 (*b*) –39
(*c*) –20 (*d*) 22

4. (*i*) –7 (*ii*) 25
(*iii*) 15, 20 (*iv*) –12
(*v*) –7, –2 (*vi*) 0

5. –27 **6.** –91, –89, –87

7. -2° **8.** –180

9. 30 340 ਫੁੱਟ

10. ਅੰਕ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਹਿਚਰ ਹੈ।

11.

ਟੀਮ	A	B	C	D	E
ਦੋ ਰਾਊਂਡ ਬਾਦ	4	–4	6	7	1
ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅੰਕ	8	–2	7	5	3

ਪਹਿਲਾ ਸਥਾਨ – A, ਦੂਸਰਾ ਸਥਾਨ – C, ਤੀਸਰਾ ਸਥਾਨ – D

12. (*i*) *d* (*ii*) *c*
(*iii*) *d* (*iv*) *d*
(*v*) *b*

ਅਭਿਆਸ 1.3

1. (*i*) 0 (*ii*) –35
(*iii*) 156 (*iv*) –320
(*v*) –300 (*iv*) 360
(*viii*) 400 (*viii*) 20

3. (*i*) 0 (*ii*) –1
(*iii*) 18 (*iv*) –15
(*v*) –5

4. (*i*) –200 (*ii*) 6000
(*iii*) 280 (*iv*) 51000

5. (*i*) 0 (*ii*) 7

6. (*i*) *a* (*ii*) *a*
(*iii*) *a* (*iv*) *b*
(*v*) *a*

ਅਭਿਆਸ 1.4

1. (*i*) 4 (*ii*) 13
(*iii*) 125 (*iv*) –5
(*v*) 0 (*vi*) –1

2. –6, –4, –2, 0, 2, 4, 6

3. –7, –5, –3, –1, 1, 3, 5, 7

4. –15

5. (*i*) –25 (*ii*) 1
(*iii*) –5

6. 1 **7.** 18

8. (*i*) *b* (*ii*) *d*
(*iii*) *d*

9. ਗਲਤ **10.** ਗਲਤ

ਪਾਠ 2

C4T5C2

ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
2. ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਨਾ।
3. ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਨਾ।
4. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਦਾ ਮਾਣ (Our Nation's Pride)

ਭਾਸਕਰ-1 – ਭਾਸਕਰ- 1 ਸੱਤਵੀਂ ਸਦੀ ਦਾ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਸੀ ਜਿਸ ਨੇ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਲਈ ਚੱਕਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹਿੰਦੂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੀਆਂ। ਉਸਨੇ ਆਰਿਆਭੱਟ ਦੇ ਕਾਰਜਾਂ 'ਤੇ ਆਪਣੀ ਟਿੱਪਣੀ ਵਿੱਚ ਫਲਨ sine ਦਾ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ ਦਿੱਤਾ ਜੋ ਕਿ ਵਿਲੱਖਣ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਸੀ। ਉਸਨੇ ਆਰਿਆਭੱਟ ਦੀ ਪਰੰਪਰਾ ਨੂੰ ਅਪਣਾਉਂਦਿਆਂ ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨਕ ਰਚਨਾਵਾਂ ਮਹਾਭਾਸਕਰੀਆਂ ਅਤੇ ਲਘੂਭਾਸਕਾਰੀਆਂ ਵੀ ਲਿਖੀਆਂ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਸੰਕਲਪਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਉਚਿਤ. ਅਣਉਚਿਤ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ, ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ, ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ, ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਲਿਖਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ, ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣ ਬਾਰੇ ਵੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਹਾਸਲ ਕੀਤੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਅਤੇ ਸਮੀਖਿਆ ਕਰਾਂਗੇ।

ਭਿੰਨ (Fraction) : ਭਿੰਨ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਪੂਰਨ ਦੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। $\frac{3}{4}$, ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਦੇ ਚਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। 4 ਨੂੰ 'ਹਰ' ਅਤੇ 3 ਨੂੰ 'ਅੰਸ਼' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ (Proper Fraction) : ਉਹ ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ 'ਅੰਸ਼', 'ਹਰ' ਨਾਲੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{9}{13}$ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ (Improper Fraction) : ਉਹ ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ 'ਅੰਸ਼' ਉਸ ਦੇ 'ਹਰ' ਨਾਲੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{7}{3}$ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ (Mixed Fraction) : ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅਤੇ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਮਿਸ਼ਰਣ ਭਾਵ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\frac{7}{5}$ **ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ $1\frac{2}{5}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਹ ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਹੈ।**

$$\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5}$$

ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ (Like Fractions) : ਸਮਾਨ 'ਹਰ' ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{8}{7}$ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ (Unlike Fractions) : ਵੱਖ-ਵੱਖ 'ਹਰ' ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ- $\frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{5}{7}$ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ (Decimal Fraction) : ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 10 ਜਾਂ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਜਿਵੇਂ 10, 100, 1000, ... ਆਦਿ ਹੋਵੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{3}{10}, \frac{22}{100}, \frac{732}{1000}$ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਸਾਧਾਰਣ ਭਿੰਨ (Simple Fraction) : ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 10, 100, 1000, ... ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਹੋਵੇ, ਸਾਧਾਰਨ ਜਾਂ ਵਲਗਰ (vulgar) ਭਿੰਨ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{7}{15}, \frac{4}{25}, \frac{2}{17}$ ਵਲਗਰ (vulgar) ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ (Equivalent Fractions) : ਤੁੱਲ ਭਿਨਾਂ ਪੂਰਨ ਦੇ ਸਮਾਨ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

ਨੋਟ : ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:

$\frac{15}{2}$ ਇੱਕ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ, ਨਾਲ ਹੀ $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ ਜੋ ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਹੈ

$$\begin{array}{r|l} 2 & 15 \;(7 \\ & \underline{14} \\ & \;\;1 \end{array}$$

$3\frac{2}{5}$ ਲਓ ਜੋ ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਹੈ, ਇਸਨੂੰ $\frac{(3 \times 5) + 2}{5} = \frac{17}{5}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : $\frac{2}{3}$ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ :

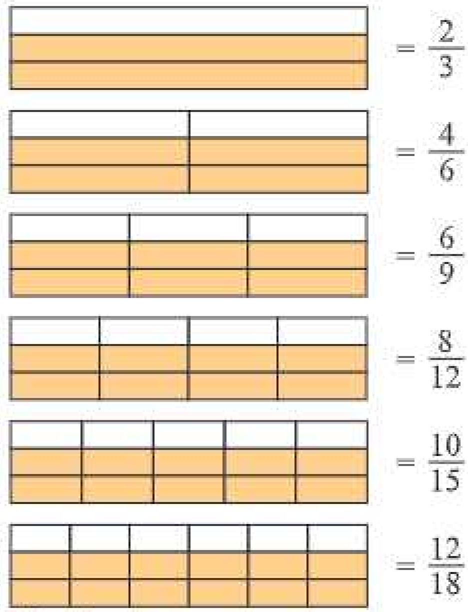
$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 2}{3\times 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 3}{3\times 3} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 4}{3\times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 5}{3\times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 6}{3\times 6} = \frac{12}{18}$$



$\therefore$ $\frac{2}{3}$ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ : $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : $2\frac{3}{4}$, $5\frac{5}{6}$ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

2	4, 6, 8
2	2, 3, 4
2	1, 3, 2
3	1, 3, 1
	1, 1, 1

ਹੱਲ : $2\frac{3}{4} + 5\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$

$= \frac{11}{4} + \frac{35}{6} + \frac{3}{8}$

4, 6, 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. $= 2\times 2\times 2\times 3$

$= 24$

ਹੁਣ $\frac{11}{4} + \frac{35}{6} + \frac{3}{8} = \frac{(11\times 6)+(35\times 4)+(3\times 3)}{24}$

$= \frac{66+140+9}{24} = \frac{215}{24} = 8\frac{23}{24}$

$24 \overline{)215}(8$
-192
23

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਰਮਨ ਨੇ $3\frac{1}{2}$ kg ਸੰਤਰੇ ਅਤੇ $4\frac{3}{4}$ kg ਅੰਬ ਖਰੀਦੇ। ਉਸ ਵੱਲੋਂ ਖਰੀਦੇ ਫਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਫਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ–

$$= \left(3\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}\right)\text{kg}$$

$$= \left(\frac{7}{2} + \frac{19}{4}\right)\text{kg}$$

$$= \left(\frac{14+19}{4}\right)\text{kg}$$

$$= \frac{33}{4}\text{ kg} = 8\frac{1}{4}\text{ kg}$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਦਲਬੀਰ ਨੇ $\frac{3}{4}$ ਘੰਟੇ ਲਈ ਕਸਰਤ ਕੀਤੀ ਜਦੋਂ ਕਿ ਰਣਜੀਤ ਨੇ $\frac{7}{9}$ ਘੰਟੇ ਲਈ ਕਸਰਤ ਕੀਤੀ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਨੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਮੇਂ ਲਈ ਕਸਰਤ ਕੀਤੀ ?

ਹੱਲ : ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਕਿਸਨੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਮੇਂ ਲਈ ਕਸਰਤ ਕੀਤੀ, ਅਸੀਂ $\frac{3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{7}{9}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ।

4 ਅਤੇ 9 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 36

$\frac{3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{7}{9}$ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ 'ਤੇ,

$$\frac{3}{4} = \frac{3\times 9}{4\times 9} = \frac{27}{36}$$

ਅਤੇ
$$\frac{7}{9} = \frac{7\times 4}{9\times 4} = \frac{28}{36}$$

ਕਿਉਂਕਿ 28 > 27,

$$\therefore \quad \frac{28}{36} > \frac{27}{36} \Rightarrow \frac{7}{9} > \frac{3}{4}$$

∴ ਰਣਜੀਤ ਨੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਮੇਂ ਲਈ ਕਸਰਤ ਕੀਤੀ।

ਅਭਿਆਸ - 2.1

1. **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :-**

   (i) $4 + \frac{7}{8}$ (ii) $\frac{9}{11} - \frac{4}{15}$

   (iii) $\frac{11}{16} - \frac{2}{5} + \frac{8}{10}$ (iv) $2\frac{1}{5} + 6\frac{1}{2}$

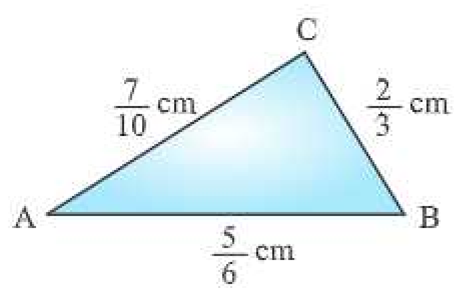
   (v) $8\frac{1}{2} - 3\frac{5}{8}$ (vi) $\frac{9}{10} - \frac{9}{100} + \frac{9}{1000}$

2. **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ (ਕ੍ਰਮ ਬੱਧ ਕਰੋ) :-**

   (i) $\frac{2}{17}, \frac{10}{17}, \frac{3}{17}, \frac{16}{17}, \frac{5}{17}, \frac{8}{17}$

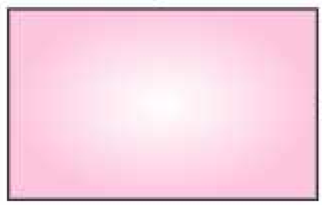
   (ii) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

3. ΔABC ਦੀਆਂ ਤਿੰਨਾ ਭੁਜਾਵਾਂ AB, BC ਅਤੇ CA ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\frac{5}{6}$ cm, $\frac{2}{3}$ cm ਅਤੇ $\frac{7}{10}$ cm ਹਨ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।



4. ਰਮੇਸ਼ ਰੋਜ਼ਾਨਾ $5\frac{2}{3}$ ਘੰਟੇ ਲਈ ਪੜ੍ਹਾਈ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ $2\frac{4}{5}$ ਘੰਟੇ ਸਾਇੰਸ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਲਈ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਬਾਕੀ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਲਈ ਕਿੰਨਾਂ ਸਮਾਂ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ?

5. ਸੋਨੀਆ $10\frac{2}{3}$ m ਅਤੇ $12\frac{1}{2}$ m ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਇਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਸੋਨੀਆ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ?



6. ਰਿਤੂ ਨੇ ਇੱਕ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ $\frac{7}{12}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਰੰਗ ਭਰਿਆ। ਵੈਭਵ ਨੇ ਉਸੇ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ $\frac{3}{4}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਰੰਗ ਭਰਿਆ। ਕਿਸ ਨੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਮੇਂ ਲਈ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਕਿੰਨੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਦੇਰ ਲਈ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ?

7. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) ਭਿੰਨਾਂ $\frac{2}{5}, \frac{7}{5}$ .....

(*a*) ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ (*b*) ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ

(*c*) ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ (*d*) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ।

(*ii*) 8 ਘੰਟੇ, ਦਿਨ ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਹਿੱਸਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ?

(*a*) $\frac{1}{2}$ (*b*) $\frac{1}{3}$ (*c*) $\frac{8}{60}$ (*d*) $\frac{2}{3}$

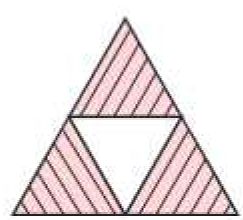
(*iii*) $\frac{3}{5}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ .... ਹੈ

(*a*) $\frac{13}{15}$ (*b*) $\frac{5}{3}$ (*c*) $\frac{9}{15}$ (*d*) $\frac{5}{13}$

(*iv*) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਬਿਨਾਂ ਰੰਗਿਆ ਖੇਤਰ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਭਾਗ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ?

(*a*) $\frac{1}{3}$ (*b*) $\frac{3}{4}$

(*c*) $\frac{1}{4}$ (*d*) $\frac{2}{3}$



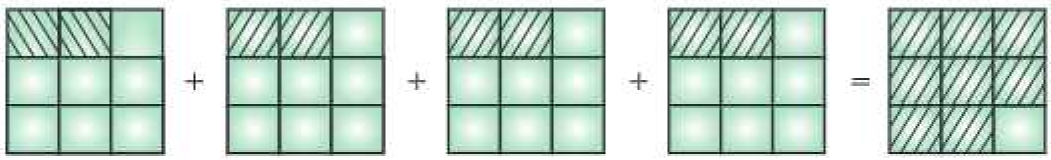
(*v*) $\frac{2}{7}$ ਅਤੇ $\frac{3}{4}$ ਦਾ ਜੋੜ .... ਹੈ

(*a*) $\frac{5}{28}$ (*b*) $\frac{1}{3}$ (*c*) $\frac{5}{11}$ (*d*) $\frac{29}{28}$

ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Multiplication of Fractions)

ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗੁਣਾ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਲਗਾਤਾਰ ਜੋੜ ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, 4×3, 4 ਵਾਰ 3 ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

ਹੁਣ, $\frac{2}{9}$ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ $\frac{2}{9}$ ਨੂੰ ਚਾਰ ਵਾਰ ਲਿਖ ਕੇ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਭਾਵ

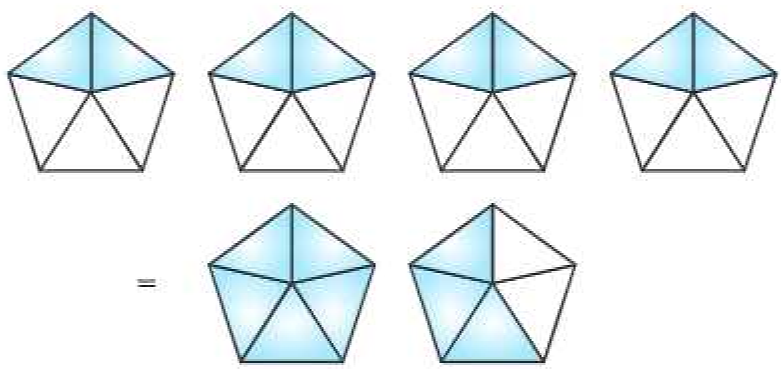


$$4 \times \frac{2}{9} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+2+2+2}{9} = \frac{8}{9}$$

ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇਖੀਏ,

$$4 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2+2+2+2}{5} = \frac{8}{5} = 1\ \frac{3}{5}$$

$4 \times \frac{2}{5}$ ਨੂੰ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ



ਇਸ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਉਚਿਤ ਜਾਂ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਦ, ਇੱਕ ਨਵਾਂ ਅੰਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ 'ਹਰ' ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਵਾਲਾ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ (ਜੇ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ)।

(i) $\mathbf{7 \times \frac{3}{5}}$

(ii) $\mathbf{\frac{2}{3} \times 4}$

ਹੱਲ : *(i)* $7 \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$

(ii) $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

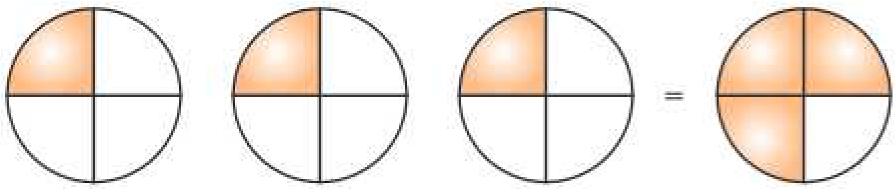
ਉਦਾਹਰਨ-2 : 4 ਨੂੰ $6\frac{1}{3}$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

ਹੱਲ : $4 \times 6\frac{1}{3} = 4 \times \left(\frac{18+1}{3}\right)$

$$= 4 \times \frac{19}{3} = \frac{76}{3} = 25\ \frac{1}{3}$$

ਭਿੰਨ, ਇਕ ਸੰਚਾਲਕ 'ਦਾ' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ (Fraction as an Operator 'OF')

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਦੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ। ਹਰੇਕ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ 1 ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਇਸ ਲਈ, 3 ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ 3 ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

3 ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਮਿਲਕੇ 1 ਦੇ $\frac{3}{4}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ 3 ਦਾ $\frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 'ਦਾ' ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ-

(*i*) 16 ਦਾ $\frac{3}{4}$ (*ii*) $3\frac{5}{6}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$

ਹੱਲ : (*i*) 16 ਦਾ $\frac{3}{4}$

$$= 16 \times \frac{3}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

(*ii*) $3\frac{5}{6}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$

$= 3\frac{5}{6}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$

$= \frac{23}{6}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ $\left[3\frac{5}{6} = \frac{18+5}{6} = \frac{23}{6}\right]$

$$= \frac{23}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{23}{12} = 1\ \frac{11}{12}$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਜਸਬੀਰ ਦੀ ਮਹੀਨਾਵਾਰ ਆਮਦਨ ₹ 8400 ਹੈ। ਉਹ ਆਪਣੀ ਆਮਦਨ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਭੋਜਨ 'ਤੇ ਅਤੇ $\frac{1}{7}$ ਕਿਰਾਏ 'ਤੇ ਖਰਚ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਬਚੀ ਹੋਈ ਆਮਦਨ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਸਿੱਖਿਆ 'ਤੇ ਖਰਚ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ-

(*i*) ਉਹ ਹਰੇਕ ਹਿੱਸੇ 'ਤੇ ਕਿੰਨਾਂ ਖਰਚ ਕਰਦਾ ਹੈ ?

(*ii*) ਸਾਰੇ ਖਰਚੇ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਸ ਕੋਲ ਕਿੰਨਾਂ ਪੈਸਾ ਬਚਦਾ ਹੈ ?

ਹੱਲ :

ਭੋਜਨ 'ਤੇ ਕੀਤਾ ਖਰਚ = 8400 ਦਾ $\frac{1}{4}$

$= 8400 \times \frac{1}{4} = ₹\ 2100$

ਕਿਰਾਏ 'ਤੇ ਕੀਤਾ ਖਰਚ = 8400 ਦਾ $\frac{1}{7}$

$= 8400 \times \frac{1}{7} = ₹\ 1200$

ਉਸ ਕੋਲ ਬਚੇ = 8400 – 2100 – 1200

= ₹ 5100

ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਸਿੱਖਿਆ 'ਤੇ ਕੀਤਾ ਖਰਚ = 5100 ਦਾ $\frac{1}{3}$

$= 5100 \times \frac{1}{3} = ₹\ 1700$

ਕੁੱਲ ਖਰਚ = 2100 + 1200 + 1700

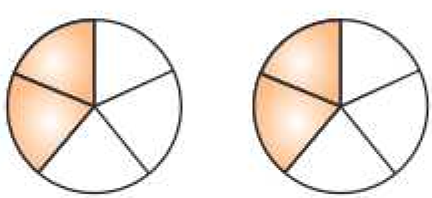
= ₹ 5000

∴ ਉਸ ਕੋਲ ਬਚੇ = 8400 – 5000

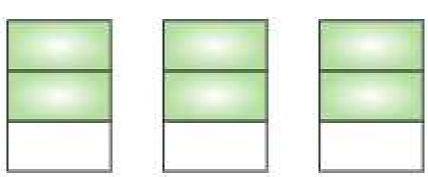
= ₹ 3400

ਅਭਿਆਸ - 2.2

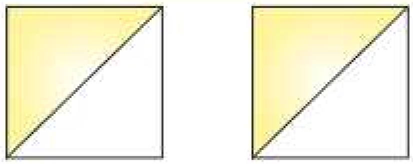
1. ਮਿਲਾਨ ਕਰੋ :-

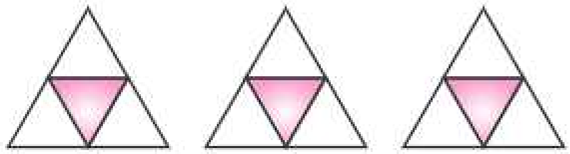
(a) 

(*i*) $3 \times \frac{1}{4}$

(b) 

(*ii*) $2 \times \frac{2}{5}$

(c)  (*iii*) $3 \times \frac{2}{3}$

(d)  (*iv*) $2 \times \frac{1}{2}$

2. ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ (ਜੇਕਰ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ)

(*i*) $4 \times \frac{1}{3}$ (*ii*) $11 \times \frac{4}{7}$ (*iii*) $\frac{3}{4} \times 6$

(*iv*) $\frac{9}{7} \times 5$ (*v*) $2\frac{5}{6} \times 4$ (*vi*) $10\frac{5}{6} \times 5$

(*vii*) $5 \times 6\frac{3}{4}$ (*viii*) $3\frac{2}{5} \times 8$

3. ਹੱਲ ਕਰੋ :-

(*i*) 46 ਦਾ $\frac{1}{2}$ (*ii*) 27 ਦਾ $\frac{2}{3}$ (*iii*) 36 ਦਾ $\frac{1}{3}$

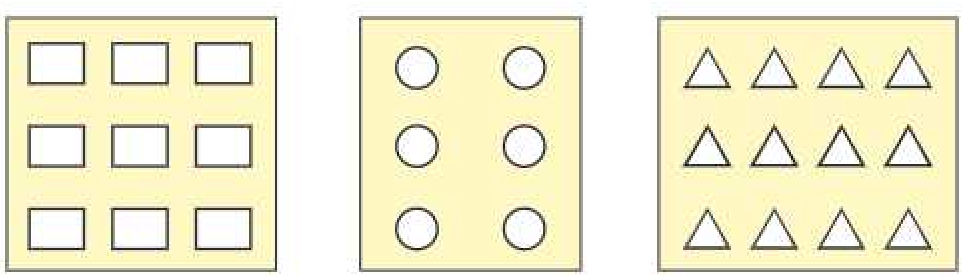
(*iv*) 16 ਦਾ $\frac{3}{4}$ (*v*) 35 ਦਾ $\frac{5}{7}$

4. ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ:-

(*i*) ਬਾਕਸ (*a*) ਦੇ ਆਇਤਾਂ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗ

(*ii*) ਬਾਕਸ (*b*) ਦੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ $\frac{2}{3}$ ਭਾਗ

(*iii*) ਬਾਕਸ (*c*) ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਭਾਗ



(*a*) (*b*) (*c*)

5. ਰਾਹੁਲ ਹਰ ਮਹੀਨੇ ₹ 44,000 ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਹਰ ਮਹੀਨੇ ਆਪਣੀ ਆਮਦਨ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਖਰਚ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਆਮਦਨ ਦੀ ਬੱਚਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਦੀ ਮਹੀਨਾਵਾਰ ਬੱਚਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ 117 $\frac{1}{2}$ ਹੈ। 8 ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(i) $\frac{1}{2} \times 8 =$ ....

(a) 8 (b) 2 (c) 4 (d) 1

(ii) 16 ਦਾ $\frac{3}{2}$ = ...

(a) 48 (b) 8 (c) 3 (d) 24

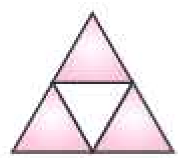
(iii) 40 ਮਿੰਟ, 1 ਘੰਟੇ ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ ?

(a) $\frac{2}{3}$ (b) 40 (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

(iv) ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ?

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$



ਭਿੰਨ ਦੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ (Multiplication of a Fraction by a Fraction)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 'ਦਾ' ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਵੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ ਦੇ $\frac{3}{4}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਓ, $\frac{1}{3}$ ਦੇ $\frac{3}{4}$ ਦਾ ਅਰਥ ਸਮਝੀਏ–

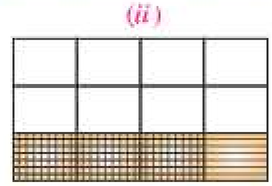
(i) ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{1}{3}$, ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ *(i)*)

(i)

(ii) $\frac{1}{3}$ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 2.5 ਦੇ ਹਰੇਕ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗ ਨੂੰ 4 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ। (ਚਿੱਤਰ *(i)*)

(ii)

(iii) ਚਿੱਤਰ *(iii)* ਵਿੱਚ ਦੋਹਰਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ $\frac{1}{3}$ ਦੇ $\frac{3}{4}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



(iii)

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਦੋਹਰਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ, ਪੂਰਨ ਦਾ $\frac{3}{12}$ ਭਾਗ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ, $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}$

$\therefore$ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ $= \frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : $\frac{3}{7}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $\frac{3}{7}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) $\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$ (*ii*) $6\frac{2}{5} \times \frac{7}{9}$

ਹੱਲ : (*i*) $\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$

$= \frac{2}{3} \times \frac{8}{3} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$ $\left[2\frac{2}{3} = \frac{3 \times 2 + 2}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{8}{3}\right]$

(*ii*) $6\frac{2}{5} \times \frac{7}{9}$

$= \frac{32}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{224}{45} = 4\frac{44}{45}$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਰਾਜ 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦਾ $\frac{1}{5}$ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। $3\frac{2}{3}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹੇਗਾ ?

ਹੱਲ ਰਾਜ ਦੁਆਰਾ 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਗਿਆ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਭਾਗ = $\frac{1}{5}$

ਇਸ ਲਈ, $3\frac{2}{3}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਗਿਆ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਭਾਗ = $3\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{11}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{11}{15}$ $\left[3\frac{2}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}\right]$

ਭਿੰਨਾ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ (Value of the Products of Fractions)

(*i*) ਦੋ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੋਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$

ਇਥੋਂ, $\frac{3}{14} < \frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{3}{14} < \frac{3}{7}$

(*ii*) ਦੋ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੋਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{4}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{9}$

ਇੱਥੇ, $\frac{20}{9} > \frac{4}{3}$ ਅਤੇ $\frac{20}{9} > \frac{5}{3}$

(*iii*) ਇੱਕ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਮੁੱਲ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲੋਂ ਘੱਟ ਅਤੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

ਇੱਥੇ $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{3}{4} < \frac{3}{2}$

ਅਭਿਆਸ - 2.3

1. (*i*) ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*a*) $\frac{1}{5}$ (*b*) $\frac{2}{7}$ (*c*) $\frac{3}{2}$

(*ii*) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਭਾਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*a*) $\frac{2}{9}$ (*b*) $\frac{4}{7}$ (*c*) $\frac{8}{3}$

2. ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ (ਜੇਕਰ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ)।

(*i*) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{9}$ (*ii*) $\frac{1}{3} \times \frac{15}{8}$ (*iii*) $\frac{12}{27} \times \frac{3}{9}$

(*iv*) $\frac{2}{5} \times \frac{6}{4}$ (*v*) $\frac{81}{100} \times \frac{6}{7}$ (*vi*) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{27}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

(*i*) $\frac{3}{2} \times 5\frac{1}{3}$ (*ii*) $\frac{1}{7} \times 5\frac{2}{3}$ (*iii*) $2\frac{5}{6} \times 4$

(*iv*) $4\frac{1}{3} \times 9\frac{1}{4}$ (*v*) $2\frac{2}{3} \times 3\frac{5}{8}$ (vi) $3\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{4}$

4. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਵੱਡੀ ਹੈ ?

(i) $\frac{3}{2}$ ਦਾ $\frac{2}{7}$ ਜਾਂ $\frac{5}{2}$ ਦਾ $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{1}{2}$ ਦਾ $\frac{6}{5}$ ਜਾਂ $\frac{1}{3}$ ਦਾ $\frac{4}{5}$

5. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਕਾਰ $105\frac{1}{3}$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟੇ ਦੀ ਰਫਤਾਰ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ $3\frac{2}{3}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $29\frac{3}{7}$ m ਹੈ। ਜੇਕਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਚੋੜਾਈ $12\frac{8}{11}$ m ਹੈ ਤਾਂ ਪਲਾਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਮੀਟਰ ਕਪੜੇ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ $120\frac{1}{4}$ ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਹੈ ਤਾਂ $4\frac{1}{3}$ ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦੀ ਕੀਮਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ-**

(i) $\frac{8}{3}$ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ...... ਹੈ।

(a) $\frac{9}{7}$ (b) $\frac{8}{4}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) 1

(ii) $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = ?$

(a) 1 (b) $\frac{5}{6}$ (c) 3 (d) $\frac{6}{5}$

(iii) ਦੋ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਮੁੱਲ

(a) ਦੋਵਾਂ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
(b) ਦੋਵਾਂ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨਾਲੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
(c) ਦੋਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
(d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ।

9. **ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਣ ਸਹੀ ਹਨ ਜਾਂ ਗਲਤ ?**

(i) $1\frac{2}{3} \times 4\frac{5}{7} = 4\frac{10}{21}$? (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

(ii) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$? (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਭਾਗ (Division of Fractions)

ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (Reciprocal of Fraction) : ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਵੀ ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦਾ ਆਪਣੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ '1' ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ; $\frac{3}{7}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{7}{3}$ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ, $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = 1$

ਇਸ ਲਈ, ਭਿੰਨ × ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ = 1

ਨੋਟ : ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਉਸ ਭਿੰਨ ਦਾ **ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ** ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : (i) $\frac{2}{5}$ (ii) 3 ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।

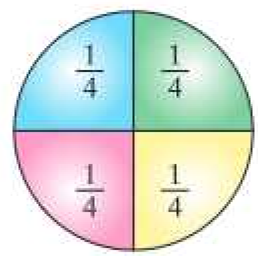
ਹੱਲ : (i) $\frac{2}{5}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{5}{2}$ ਹੈ

(ii) 3 ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਭਾਵ $\frac{3}{1}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ = $\frac{1}{3}$

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a whole number by a Fraction)

ਆਓ $1 \div \frac{1}{4}$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

ਸਪਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ '1' ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ $\frac{1}{4}$ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ '$\frac{1}{4}$' ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆਂ $1 \div \frac{1}{4}$ ਹੋਵੇਗੀ। ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿੰਨੇ $\frac{1}{4}$ ਭਾਗ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ?



ਇਸ ਲਈ, $1 \div \frac{1}{4} = 4$

ਨਾਲ ਹੀ $1 \times \frac{4}{1} = 1 \times 4 = 4$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $1 \div 4 = 1 \times \frac{1}{4}$

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $1 \div \frac{1}{4}$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ '÷' ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ '×' ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{1}$ (ਭਾਵ $\frac{1}{4}$ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ) ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : $2 \div \frac{2}{3}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ

$= 2 \times \frac{3}{2} = 3$

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a whole number by a Mixed Fraction)

ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਾਂਗੇ, ਫਿਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : $3 \div 2\frac{1}{4}$ **ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : $3 \div 2\frac{1}{4} = 3 \div \frac{9}{4}$ $\left[2\frac{1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4}\right]$

$= 3 \times \frac{9}{4}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ

$= 3 \times \frac{4}{9} = \frac{4}{3}$

ਭਿੰਨ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a Fraction by Whole Number)

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੱਲ ਕਰੋ : *(i)* $\frac{5}{3} \div 2$ *(ii)* $2\frac{2}{3} \div 5$

ਹੱਲ : *(i)* $\frac{5}{3} \div 2 = \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$ (2 ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ = $\frac{1}{2}$)

$= \frac{5}{6}$

(ii) $2\frac{2}{3} \div 5 = \left(\frac{6+2}{3}\right) \div 5 = \frac{8}{3} \div 5$

$= \frac{8}{3} \times \frac{1}{5}$ (5 ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ = $\frac{1}{5}$)

$= \frac{8}{15}$

ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a Fraction by another Fraction)

ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ *(ii)* $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ *(iii)* $\frac{2}{3} \div 2\frac{3}{4}$ *(iv)* $2\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{5}$

ਹੱਲ : *(i)* $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{2}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ = $\frac{2}{1}$)

(ii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ $\left[2\frac{1}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}\right]$

$= \frac{5}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$

(iii) $\frac{2}{3} \div 2\frac{3}{4}$ $\left[2\frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}\right]$

$= \frac{2}{3} \div \frac{11}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{11} = \frac{8}{33}$

ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(iv) $2\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{5}$ $\left[\begin{array}{l} 2\frac{3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5} \\ 2\frac{1}{5} = \frac{10+1}{5} = \frac{11}{5} \end{array}\right]$

$= \frac{13}{5} \div \frac{11}{5} = \frac{13}{5} \times \frac{5}{11} = \frac{13}{11} = 1\frac{2}{11}$

ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ

ਅਭਿਆਸ - 2.4

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{5}{7}$

(iv) $\frac{1}{9}$ (v) $\frac{2}{3}$ (vi) $\frac{7}{8}$

2. ਹੱਲ ਕਰੋ (ਭਿੰਨ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ)।

(i) $\frac{19}{6} \div 10$ (ii) $\frac{4}{9} \div 5$ (iii) $\frac{8}{9} \div 8$

(iv) $3\frac{1}{2} \div 4$ (v) $16\frac{1}{2} \div 5$ (vi) $4\frac{1}{3} \div 3$

3. ਹੱਲ ਕਰੋ (ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ)।

(i) $8 \div \frac{7}{3}$ (ii) $5 \div \frac{7}{5}$ (iii) $4 \div \frac{8}{3}$

(iv) $3 \div 2\frac{3}{5}$ (v) $5 \div 3\frac{4}{7}$

4. ਹੱਲ ਕਰੋ (ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ)।

(i) $\frac{2}{3} \div \frac{10}{9}$ (ii) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$

(iv) $\frac{3}{7} \div 1\frac{1}{5}$ (v) $5\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{5}$ (vi) $3\frac{1}{5} \div 1\frac{2}{3}$

5. ਇੱਕ $7\frac{1}{3}$ m ਲੰਬੀ ਰੱਸੀ ਵਿੱਚੋਂ 11 ਛੋਟੀਆਂ ਰੱਸੀਆਂ ਕੱਟੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਛੋਟੀ ਰੱਸੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

(i) $\frac{3}{4}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) 1 (d) ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ।

(ii) $\frac{5}{7} \div \frac{7}{5} = ?$

(a) 1 (b) $\frac{49}{25}$ (c) $\frac{25}{49}$ (d) -1

(iii) $\frac{5}{7} \div \frac{5}{7} = ?$

(a) 1 (b) $\frac{49}{25}$ (c) $\frac{25}{49}$ (d) -1

7. (i) ਇੱਕ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਇੱਕ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

(ii) ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Decimal Numbers)

ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਕਿ 10, 100, 1000, ... ਆਦਿ 'ਹਰ' ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਰੂਪ ਵਿਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : 23.715 ਵਿੱਚ, 23 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਹੈ ਅਤੇ 715 ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਾਗ ਹੈ।

ਆਓ, $38\frac{17}{100}$ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ,

ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$38\frac{17}{100} = 30 + 8 + \frac{1}{10} + \frac{7}{100}$$

ਇਸ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਕੇਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$38\frac{17}{100} = 30 + 8 + 0.1 + 0.07 = 38.17$$

ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦਾ ਉਲਟਾ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ : $135.392 = 100 + 30 + 5 + \frac{3}{10} + \frac{9}{100} + \frac{2}{1000}$

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ (Comparison of Decimal Numbers)

ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਾਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਜਿਸ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇਗਾ ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ 27. 75 > 22. 33, ਕਿਉਂਕਿ 27. 75 ਦਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ '27', 22.33 ਦੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ '22' ਨਾਲੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ.

ਭਾਵ $27 > 22$

ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ (ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ) ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਜੇਕਰ ਦਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕ ਵੀ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸੌਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅੱਗੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਜਾਵਾਂਗੇ।

ਲੰਬਾਈ, ਭਾਰ, ਉਚਾਈ ਅਤੇ ਧਨ (ਮੁਦਰਾ) ਦੀਆਂ ਛੋਟੀਆਂ ਇਕਾਈ ਨੂੰ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਸਮੇਂ ਸਾਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਕਿਹੜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ ? (*i*) 3.86 ਜਾਂ 2.38 (*ii*) 5.32 ਜਾਂ 5.3215

ਹੱਲ : (*i*) 3.86 ਜਾਂ 2.38

3.86 ਦਾ ਪੂਰਨ ਦਾ ਅੰਕ ਭਾਗ 2.38 ਦੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ।

∴ $3.86 > 2.38$

(*ii*) 5.32 ਜਾਂ 5.3215

5.3200 ਜਾਂ 5.3215

ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਾਗ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸਵੇਂ ਅਤੇ ਸੌਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕ ਵੀ ਸਮਾਨ ਹਨ।

5.3215 ਦਾ ਹਜ਼ਾਰਾਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦਾ ਅੰਕ 5.3200 ਦੇ ਹਜਾਰਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ

(ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਬਣਾਉਣਾ)

∴ $5.3215 > 5.3200$

ਭਾਵ $5.3215 > 5.32$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : 7 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

ਹੱਲ : 7 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ

$$= ₹\ 7 + ₹\ \frac{5}{100} = ₹\ 7 + ₹\ 0.05 = ₹\ 7.05$$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 3 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਲਿਖੋ।

(*i*) **3.472** (*ii*) **0.43** (*iii*) **54.2738**

ਹੱਲ : (*i*) 3.472 ਵਿੱਚ 3 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = 3

(*ii*) 0.43 ਵਿੱਚ 3 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $\frac{3}{100}$

(*iii*) 54.2738 ਵਿੱਚ 3 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $\frac{3}{1000}$

ਅਭਿਆਸ - 2.5

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ ?

(*i*) 0.9 ਜਾਂ 0.4 (*ii*) 1.35 ਜਾਂ 1.37

(*iii*) 10.10 ਜਾਂ 10.01 (*iv*) 1735.101 ਜਾਂ 1734.101

(*v*) 0.8 ਜਾਂ 0.88

2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਲਿਖੋ।

(*i*) 40.38 (*ii*) 4.038

(*iii*) 0.4038 (*iv*) 4.38

3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 5 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਲਿਖੋ।

(*i*) 17.56 (*ii*) 1.253

(*iii*) 10.25 (*iv*) 5.62

4. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਰੁਪਇਆਂ (₹) ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) 55 ਪੈਸੇ (*ii*) 55 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ

(*iii*) 347 ਪੈਸੇ (*iv*) 2 ਪੈਸੇ

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਨੂੰ ਕਿਲੋਮੀਟਰ (km) ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) 350 m (*ii*) 4035 m

(*iii*) 2 km 5 m

6. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ-

(*i*) 3.02 ਵਿੱਚ 2 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ .... ਹੈ।

(a) 2 (b) 20

(c) $\frac{2}{10}$ (d) $\frac{2}{100}$

(*ii*) 0.7, 0.07, 7 ਦਾ ਸਹੀ ਵੱਧਦਾ ਕ੍ਰਮ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

(a) $7 < 0.07 < 0.7$ (b) $0.07 < 0.7 < 7$

(c) $0.7 < 0.07 < 7$ (d) $0.07 < 7 < 0.7$

(*iii*) 5 ਕਿਲੋ 20 ਗ੍ਰਾਮ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ .... ਹੈ।

(a) 5.2 kg (b) 5.20 kg

(c) 5.02 kg (d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*iv*) 2.38 ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ .... ਹੈ।

(a) $2+\frac{38}{10}$ (b) $2+3+\frac{8}{10}$

(c) $\frac{238}{100}$ (d) $2+\frac{3}{10}+\frac{8}{100}$

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Multiplication of Decimal Numbers)

ਆਓ 11.34 × 2.3 ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

$$11.34 \times 2.3 = \frac{1134}{100} \times \frac{23}{10} = \frac{26082}{1000} = 26.082$$

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ, ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ।

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਵਿਧੀਆਂ ਵੀ ਹਨ।

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ 10, 100 ਅਤੇ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ

(*i*) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਦਿੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਇਕ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ।

(*ii*) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ, ਦਿੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਦੋ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ।

(*iii*) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ, ਦਿੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਤਿੰਨ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਅੰਕ ਦਿੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲੇ ਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਉਨੇ ਹੀ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿੰਨੀਆਂ '1' ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹੋਣ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : (*i*) 15.23 × 10 (*ii*) 2.457 × 1000 (*iii*) 3.7 × 100

ਹੱਲ : (*i*) 15.23 × 10
= 152. 3

> ਕਿਉਂਕਿ 10 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਿਆ ਹੈ।

(*ii*) 2.457 × 1000
= 2457

> 1000 ਵਿਚ ਤਿੰਨ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਤਿੰਨ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਿਆ ਹੈ।

(*iii*) 3.7 × 100
ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 3.7 = 3.70
= 3.70 × 100
= 370

> 100 ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਦੋ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਿਆ ਹੈ।

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ (Multiplication of a decimal by whole number)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ-

(*i*) ਪਹਿਲਾਂ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

(*ii*) ਫਿਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗਾਓ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਉਨੇ ਹੀ ਅੰਕ ਹੋਣ ਜਿੰਨੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) 1.3 × 7 (*ii*) 3.75 × 12 (*iii*) 0.02 × 15

ਹੱਲ : (*i*) 1.3 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਸਾਨੂੰ 13 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ 13 × 7 = 91

∴ 1.3 × 7 = 9.1 (∵ 1.3 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 1 ਹੈ)

(*ii*) 3.75 × 12

3.75 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਸਾਨੂੰ 375 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ, 375 × 12 = 4500

∴ 3.75 × 12 = 45.00 (∵ 3.75 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 2 ਹੈ।)

= 45

(*iii*) 0.02×15

0.02 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ

ਸਾਨੂੰ 002 ਭਾਵ 2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ $2 \times 15 = 30$

$\therefore$ $0.02 \times 15 = 0.30$ ($\because$ 0.02 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 2 ਹੈ।)

ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Multiplication of two decimal numbers)

ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ

(*i*) ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ (ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਨਜ਼ਰ ਅੰਦਾਜ਼ ਕਰਕੇ) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤਰਾਂ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

(*ii*) ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਉਨੇ ਹੀ ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾਓ, ਜਿਨੇ ਗੁਣਾ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) 1.25×3.1 (*ii*) 1.01×10.01 (*iii*) 0.75×2.1

ਹੱਲ : (*i*) 1.25×3.1

ਦਸਮਲਵ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ 125 ਨੂੰ 31 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਹੁਣ $125 \times 31 = 3875$

1.25 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕ 2 ਹਨ ਅਤੇ 3.1 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕ 1 ਹੈ

ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਕੁੱਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕ $= 2 + 1 = 3$

$\therefore$ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ 3 ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲੱਗੇਗਾ।

$\therefore$ $1.25 \times 3.1 = 3.875$

(*ii*) 1.01×10.01

ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ 101 ਨੂੰ 1001 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ

ਹੁਣ $101 \times 1001 = 101101$

ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਕੁੱਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕ $= 2 + 2 = 4$

$\therefore$ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ 4 ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲੱਗੇਗਾ।

$\therefore$ $1.01 \times 10.01 = 10.1101$

(*iii*) 0.75×2.1

ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, ਪਹਿਲਾਂ 75 ਨੂੰ 21 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਹੁਣ $75 \times 21 = 1575$

ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕ $= 2 + 1 = 3$

$\therefore$ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇਂ ਤੋਂ 3 ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲੱਗੇਗਾ।

$\therefore$ $0.75 \times 2.1 = 1.575$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 8.5 cm ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 5.7 cm ਹੈ। ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 8.5 cm

ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 5.7 cm

$\therefore$ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ $\times$ ਚੌੜਾਈ

= 8.5 cm $\times$ 5.7 cm

= 48.45 sq. cm

ਅਭਿਆਸ - 2.6

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:-

(*i*) 1.31×10 (*ii*) 25.7×10

(*iii*) 1.01×100 (*iv*) 0.45×100

(*v*) 9.7×100 (*vi*) 3.87×10

(*vii*) 0.07×10 (*viii*) 0.3×100

(*ix*) 53.7×1000 (*x*) 0.02×1000

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :-

(*i*) 1.5×3 (*ii*) 2.71×12

(*iii*) 7.05×4 (*iv*) 0.05×12

(*v*) 112.03×8 (*vi*) 3×7.53

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :-

(*i*) 3.7×0.4 (*ii*) 2.75×1.1

(*iii*) 0.07×1.9 (*iv*) 0.5×31.83

(*v*) 7.5×5.7 (*vi*) 10.02×1.02

(*vii*) 0.08×0.53 (*viii*) 21.12×1.21

(*ix*) 1.06×0.04

4. ਤਾਰ ਦੇ ਇੱਕ ਟੁਕੜੇ ਨੂੰ 15 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਭਾਗ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 2.03 m ਹੈ ਤਾਂ ਤਾਰ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਇੱਕ ਮੀਟਰ ਕਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹ 75.80 ਹੈ। 4.75 ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) $1.25 \times 10 = ?$

(a) 0.125 (b) 125

(c) 12.5 (d) 1.25

(ii) ਜੇ $x \times 100 = 135.72$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

(a) 13.572 (b) 1.3572

(c) 135.72 (d) 13572

(*iii*) 1.5×8 ਦਾ ਮੁੱਲ .... ਹੈ।

(a) 1.2 (b) 120

(c) 12 (d) 0.12

7. (*i*) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

(*ii*) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10 ਸਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ (Division of Decimal Numbers)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ 10, 100 ਅਤੇ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ

(*i*) ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ।

(*ii*) ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਦੋ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ।

(*iii*) ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਂ ਨੂੰ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਤਿੰਨ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ ਕਿਸੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਭਾਗਫਲ ਦੇ ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਪ੍ਰੰਤੂ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨ ਅੱਗੇ ਵਧੇਗਾ ਜਿੰਨੇ 1 ਦੇ ਨਾਲ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹੋਣ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*) 25.73 ÷ 10 (*ii*) 15.3 ÷ 100 (*iii*) 3.25 ÷ 1000

ਹੱਲ : (*i*) $25.73 \div 10$

$$= 25.73 \times \frac{1}{10}$$

$$= 2.573$$

10 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਿਫਰ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕੇਗਾ।

(*ii*) $15.3 \div 100$

$$= 15.3 \times \frac{1}{100}$$

$$= 0.153$$

100 ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਵਿਚੋਂ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕੇਗਾ।

(*iii*) $3.25 \div 1000$

$$= 3.25 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0.00325$$

1000 ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਤਿੰਨ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕੇਗਾ।

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a decimal number by whole number)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਾਂਗੇ ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇਗਾ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਜੋ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ ਉਸਨੂੰ ਵਾਪਸ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, 3.45 ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ

ਭਾਵ $3.45 \div 5$ ਲਈ

ਪਗ I : 3.45 ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\frac{345}{100}$ ਲਿਖੋ

ਪਗ II : $\frac{345}{100}$ ਨੂੰ 5 ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ

ਭਾਵ $\frac{345}{100} \times \frac{1}{5}$ ਕਰਕੇ $\frac{69}{100}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$5\overline{)345}(69$$
$$\begin{array}{r} -30 \\ \hline 45 \\ 45 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

ਪਗ III : $\frac{69}{100}$ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ = 0.69

$\therefore \quad 3.45 \div 5 = 0.69$

ਨੋਟ : ਇਥੇ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਅਗਲੇ ਭਾਗ (ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਦੂਜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ) ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, 'ਅੰਸ਼' ਨੂੰ 'ਹਰ' ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ। ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਜਿਸ ਵਿਚ ਅੰਸ਼ ਨੂੰ ਹਰ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਬਾਕੀ ਸਿਫ਼ਰ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ, (ਜਿਵੇਂ 145 ÷ 7) ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਅਗਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਚਾਰਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : (*i*) 13.6 ÷ 4 (*ii*) 73.282 ÷ 11

ਹੱਲ : (*i*) $13.6 \div 4$

$= \frac{136}{10} \div 4$

$= \frac{136}{10} \times \frac{1}{4}$

$= \frac{34}{10}$

$= 3.4$

```
4)136(34
 -12
   16
   16
    ×
```

(*ii*) $73.282 \div 11$

$= \frac{73282}{1000} \div 11$

$= \frac{73282}{1000} \times \frac{1}{11}$

$= \frac{66\,62}{1000}$

$= 6.662$

```
11)73285(6662
   -66
     72
    -66
      68
     -66
       22
       22
        ×
```

ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਦੂਜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a decimal number by another decimal number)

ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਦੋਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ। ਫਿਰ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਹੱਲ ਕਰੋ, ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਜੇ ਉੱਤਰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : 2.55 ਨੂੰ 0.05 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ

ਭਾਵ $25.5 \div 0.5$

$= \frac{255}{100} \div \frac{5}{10}$

$= \frac{255}{100} \div \frac{10}{5}$

$= \frac{51}{10}$

$= 5.1$

```
5)255(51
 -25
   05
   -5
    0
```

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਪਤਾ ਕਰੋ : (*i*) 31.5 ÷ 1.5 (*ii*)12.42 ÷ 1.8

ਹੱਲ : (*i*) $31.5 \div 1.5$

$\frac{315}{10} \div \frac{15}{10}$

$= \frac{315}{10} \times \frac{10}{15}$

$= 21$

(*ii*) $12.42 \div 1.8$

$$= \frac{1242}{100} \div \frac{18}{10}$$

$$= \frac{1242}{100} \times \frac{10}{18}$$

$$= \frac{69}{10}$$

$$= 6.9$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : 1.3, 3.2, 1.7 ਅਤੇ 0.6 ਦੀ ਔਸਤ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : 1.3, 3.2, 1.7 ਅਤੇ 0.6 ਦੀ ਔਸਤ

$$= \frac{1.3+3.2+1.7+0.6}{4}$$

$$= \frac{6.8}{4} = 1.7$$

ਉਦਾਹਰਨ-5 : 4.5 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਕਾਰ ਨੇ 79.2 km ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ। 1 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 4.5 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = 79.2 km

1 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = $\frac{79.2}{4.5} = 17.6$ km

ਅਭਿਆਸ - 2.7

1. **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 100 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ-**

   (*i*) $2.7 \div 10$ (*ii*) $3.35 \div 10$ (*iii*) $0.15 \div 10$
   (*iv*) $32.7 \div 10$ (*v*) $5.72 \div 100$ (*vi*) $23.75 \div 100$
   (*vii*) $532.73 \div 100$ (*viii*) $1.321 \div 100$ (*ix*) $2.5 \div 1000$
   (*x*) $53.83 \div 1000$ (*xi*) $217.35 \div 1000$ (*xii*) $0.2 \div 1000$

2. **ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ-**

   (*i*) $7.5 \div 5$ (*ii*) $16.9 \div 13$ (*iii*) $65.4 \div 6$
   (*iv*) $0.121 \div 11$ (*v*) $11.84 \div 4$ (*vi*) $47.6 \div 7$

3. **ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ-**

   (*i*) $3.25 \div 0.5$ (*ii*) $5.4 \div 1.2$ (*iii*) $26.32 \div 3.5$
   (*iv*) $2.73 \div 13$ (*v*) $12.321 \div 11.1$ (*vi*) $0.0018 \div 0.15$

4. ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਨੇ 25 ਸਟੀਲ ਦੀਆਂ ਕੁਰਸੀਆਂ ₹ 11, 883.75 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀਆਂ। ਸਟੀਲ ਦੀ ਇੱਕ ਕੁਰਸੀ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਇੱਕ ਕਾਰ 4.5 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 276.75 km ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਾਰ ਦੀ ਔਸਤ ਗਤੀ ਕੀ ਹੈ ?

6. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

(*i*) $27.5 \div 10 = ?$

(a) 275 (b) 0.275

(c) 2.75 (d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*ii*) $1.5 \div 3$ ਦਾ ਮੁੱਲ .... ਹੈ।

(a) 5 (b) 0.05

(c) 0.5 (d) 4.5

(*iii*) ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1.1, 2.1 ਅਤੇ 3.1 ਦੀ ਔਸਤ ..... ਹੈ।

(a) 2.5 (b) 1.1

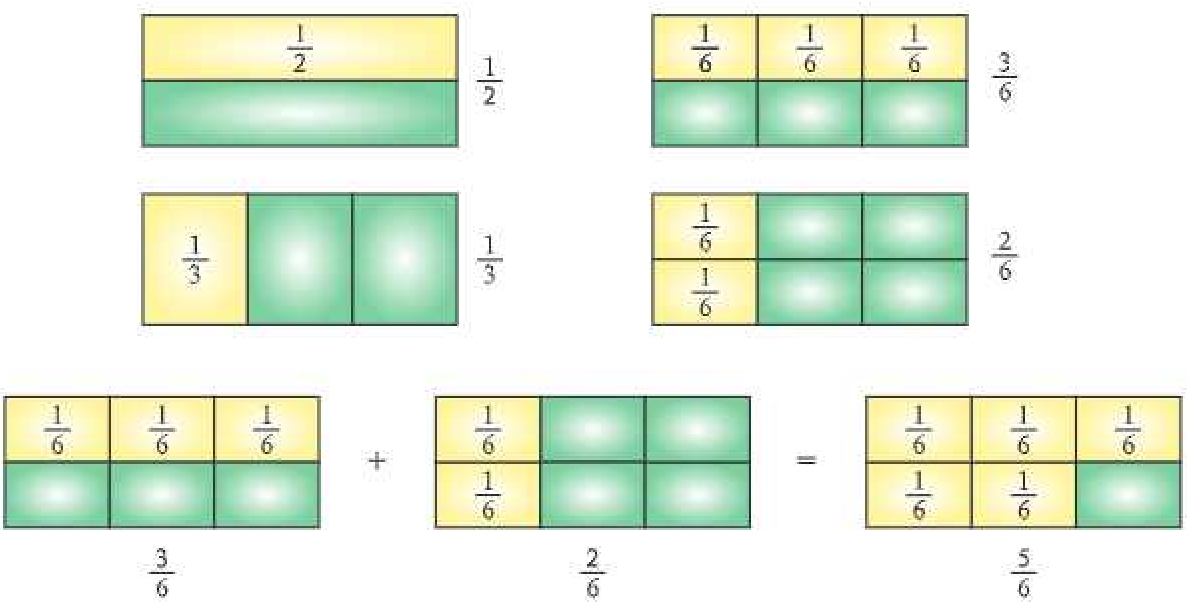
(c) 2.1 (d) 6.3

7. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ। (ਸਹੀ/ਗਲਤ)

ਉਦੇਸ਼ : ਕਿਰਿਆਂ ਰਾਹੀਂ ਦੋ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।

ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮੱਗਰੀ : ਕਾਗਜ਼, ਫੁੱਟਾ, ਪੈਨਸਿਲ, ਰੰਗਦਾਰ ਪੈਨਸਿਲ

ਵਿਧੀ : ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਦੋ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ $\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{1}{3}$. ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ। 2 ਅਤੇ 3 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 6 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਰਿਆ ਕਰੋ–



ਨਿਰੀਖਣ : ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਹਰ ਸਮਾਨ ਹੋਣੇ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ। ਹਰ ਸਮਾਨ ਕਰਨ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦਾ, ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ : ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਹਰ ਸਮਾਨ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ?

ਉੱਤਰ— ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋਣ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. 2 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਕੀ ਹੈ ?

ਉੱਤਰ— 10

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 3. $\frac{3}{5}$ ਵਿੱਚ 'ਹਰ' ਕੀ ਹੈ ?

ਉੱਤਰ— 5

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਭਿੰਨ $\frac{a}{b}$ ਵਿੱਚ a ਨੂੰ 'ਅੰਸ਼' ਅਤੇ b ਨੂੰ 'ਹਰ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
2. ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਣ

ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਕਿਸਮ	ਸ਼ਰਤਾਂ (ਗੁਣ)
ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ	ਅੰਸ਼, ਹਰ ਨਾਲੋਂ ਛੋਟਾ
ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ	ਅੰਸ਼, ਹਰ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡਾ
ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨਾਂ	ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਇੱਕ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ	ਸਮਾਨ ਹਰ
ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ	ਵੱਖ ਵੱਖ ਹਰ
ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ	ਹਰ ਦਾ ਮੁੱਲ 10, 100, 1000 .... ਆਦਿ
ਸਾਧਾਰਨ ਭਿੰਨਾਂ	ਹਰ ਦਾ ਮੁੱਲ 10, 100, 1000 ਆਦਿ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ
ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ	ਪੂਰਨ ਦੇ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

3. ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = $\frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}$
4. ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਇੱਕ ਸੰਚਾਲਕ 'ਦਾ' ਦੇ ਵਜੋਂ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : 3 ਦਾ $\frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{3} = 1$
5. ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੇ ਸਥਾਨ ਬਦਲ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।
6. ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
7. ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
8. ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
9. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਆਦਿ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿੰਨੀ 10, 100, 1000 ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

10. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ (ਬਿਨਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ) ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਉਨ੍ਹੇਂ ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿੰਨੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

11. ਇੱਕ ਦਸਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਦੋਨੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ (ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ) ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਉਨ੍ਹੇ ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿੰਨੇ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਕੁੱਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕ ਹੋਣ।

12. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100, 1000 ਆਦਿ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿੰਨੀਆਂ 10, 100, 1000 ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

13. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਭਾਜ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਕੇ ਉਸ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

14. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੋਹਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ, ਫਿਰ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
3. ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਨ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 2.1

1. (i) $4\frac{7}{8}$ (ii) $\frac{91}{165}$ (iii) $1\frac{7}{80}$

   (iv) $8\frac{7}{10}$ (v) $4\frac{7}{8}$ (vi) $\frac{819}{1000}$

2. (i) $\frac{2}{17}, \frac{3}{17}, \frac{5}{17}, \frac{8}{17}, \frac{10}{17}, \frac{16}{17}$ (ii) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

3. $1\frac{8}{15}$ cm

4. $2\frac{13}{15}$ ਘੰਟੇ

5. $46\frac{1}{3}$ m

6. ਵੈਭਵ, $\frac{1}{6}$ ਘੰਟੇ ਨਾਲ

7. (i) a (ii) b (iii) c

   (iv) c (v) d

ਅਭਿਆਸ 2.2

1. (*a*) (*ii*) (*b*) (*iii*)
   (*c*) (*iv*) (*d*) (*i*)

2. (*i*) $1\frac{1}{3}$ (*ii*) $6\frac{2}{7}$ (*iii*) $4\frac{1}{2}$
   (*iv*) $6\frac{3}{7}$ (*v*) $11\frac{1}{3}$ (*vi*) $54\frac{1}{6}$
   (*vii*) $33\frac{3}{4}$ (*viii*) $27\frac{1}{5}$

3. (*i*) 23 (*ii*) 18 (*iii*) 12
   (*iv*) 12 (*v*) 25

5. ₹ 11000
6. ₹ 940
7. (*i*) *c* (*ii*) *d*
   (*iii*) *a* (*iv*) *c*

ਅਭਿਆਸ 2.3

1. (*i*) (*a*) $\frac{1}{15}$ (*b*) $\frac{2}{21}$ (*c*) $\frac{1}{2}$
   (*ii*) (*a*) $\frac{1}{6}$ (*b*) $\frac{3}{7}$ (*c*) 2

2. (*i*) $\frac{2}{9}$ (*ii*) $\frac{5}{8}$ (*iii*) $\frac{4}{27}$
   (*iv*) $\frac{3}{5}$ (*v*) $\frac{243}{350}$ (*vi*) $\frac{1}{9}$

3. (*i*) 8 (*ii*) $\frac{17}{21}$ (*iii*) $11\frac{1}{3}$
   (*iv*) $40\frac{1}{12}$ (*v*) $9\frac{2}{3}$ (*vi*) $7\frac{1}{5}$

4. (*i*) $\frac{5}{2}$ ਦਾ $\frac{3}{8}$ (*ii*) $\frac{1}{2}$ ਦਾ $\frac{6}{5}$

5. $386\frac{2}{9}$ km
6. $374\frac{6}{11}$ sq. m
7. ₹ $521\frac{1}{12}$
8. (*i*) *c* (*ii*) *a* (*iii*) *b*
9. (*i*) ਗਲਤ (*ii*) ਸਹੀ

ਅਭਿਆਸ 2.4

1. (*i*) $\frac{7}{2}$ (*ii*) $\frac{2}{3}$ (*iii*) $\frac{7}{5}$

   (*iv*) 9 (*v*) $\frac{3}{2}$ (*vi*) $\frac{8}{7}$

2. (*i*) $\frac{19}{60}$ (*ii*) $\frac{4}{45}$ (*iii*) $\frac{1}{9}$

   (*iv*) $\frac{7}{8}$ (*v*) $3\frac{3}{10}$ (*vi*) $1\frac{4}{9}$

3. (*i*) $3\frac{3}{7}$ (*ii*) $3\frac{4}{7}$ (*iii*) $1\frac{1}{2}$

   (*iv*) $\frac{15}{13}$ (*v*) $1\frac{2}{5}$

4. (*i*) $\frac{3}{5}$ (*ii*) $\frac{2}{3}$ (*iii*) $4\frac{1}{6}$

   (*iv*) $\frac{5}{14}$ (*v*) $2\frac{1}{2}$ (*vi*) $1\frac{23}{25}$

5. $\frac{2}{3}m$

6. (*i*) *b* (*ii*) *c* (*iii*) *a*

7. (*i*) ਸਹੀ (*ii*) ਗਲਤ

ਅਭਿਆਸ 2.5

1. (*i*) 0.9 (*ii*) 1.37 (*iii*) 10.10

   (*iv*) 1735.101 (*v*) 0.88

2. (*i*) $4 \times 10 + 0 + 3 \times \frac{1}{10} + 8 \times \frac{1}{100}$

   (*ii*) $4 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 8 \times \frac{1}{1000}$

   (*iii*) $0 + 4 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1000} + 8 \times \frac{1}{10000}$

   (*iv*) $4 + 3 \times \frac{1}{10} + 8 \times \frac{1}{100}$

3. (*i*) $\frac{5}{10}$ (*ii*) $\frac{5}{100}$ (*iii*) $\frac{5}{100}$ (*iv*) 5

4. (*i*) ₹ 0.55 (*ii*) ₹ 55.05
(*iii*) ₹ 3.47 (*iv*) ₹ 0.02

5. (*i*) 0.350*km* (*ii*) 4.035*km*
(*iii*) 2.005*km*

6. (*i*) *d* (*ii*) *b*
(*iii*) *c* (*iv*) *d*

ਅਭਿਆਸ 2.6

1. (*i*) 13.1 (*ii*) 257 (*iii*) 101
(*iv*) 45 (*v*) 970 (*vi*) 38.7
(*vii*) 0.70 (*viii*) 30 (*ix*) 53700
(*x*) 20

2. (*i*) 4.5 (*ii*) 32.52 (*iii*) 28.2
(*iv*) 0.6 (*v*) 896.24 (*vi*) 22.59

3. (*i*) 1.48 (*ii*) 3.025 (*iii*) 0.133
(*iv*) 15.915 (*v*) 42.75 (*vi*) 10.2204
(*vii*) 0.0424 (*viii*) 25.5552 (*ix*) 0.0424

4. 30.45m **5.** ₹ 360.05

6. (*i*) *c* (*ii*) *b* (*iii*) *c*

7. (*i*) ਸਹੀ (*ii*) ਗਲਤ

ਅਭਿਆਸ 2.7

1. (*i*) 0.27 (*ii*) 0.335 (*iii*) 0.015
(*iv*) 3.27 (*v*) 0.0572 (*vi*) 0.2375
(*vii*) 5.3273 (*viii*) 0.01312 (*ix*) 0.0025
(*x*) 0.05383 (*xi*) 0.21735 (*xii*) 0.0002

2. (*i*) 1.5 (*ii*) 1.3 (*iii*) 10.9
(*iv*) 0.011 (*v*) 2.96 (*vi*) 6.8

3. (*i*) 6.5 (*ii*) 4.5 (*iii*) 7.52
(*iv*) 0.21 (*v*) 1.11 (*vi*) 0.012

4. ₹ 475.35 **5.** 61.5 km/h

6. (*i*) c (*ii*) c
(*iii*) c

7. ਗਲਤ

ਪਾਠ 3

C6W7Q8

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ-

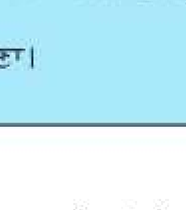
1. ਅੰਕੜੇ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨਾ।
2. ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਭਵਿੱਖ ਦੇ ਹਵਾਲੇ ਨਾਲ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨਾ।
3. ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਔਸਤ (ਮੱਧਮਾਨ) ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
4. ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨਾ।
5. ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਜਾਂ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚਣਾ।
6. ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਤੀਨਿੱਧ ਮੁੱਲ ਭਾਵ- ਮੱਧਮਾਨ, ਬਹੁਲਕ, ਮੱਧਿਕਾ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।
7. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸੰਯੋਗ ਅਤੇ ਸੰਭਾਵਨਾ ਦੇ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
8. ਵਾਪਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

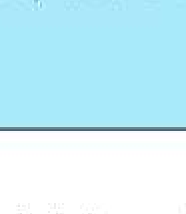
ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਕੇ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ। ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਕੇ, ਸਾਰਣੀਬੱਧ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਲੋੜ ਪੈਣ ਤੇ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਅਜੋਕੇ ਸਮੇਂ ਵਿਚ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਸਥਾ ਜਾਂ ਸੰਗਠਨ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕੰਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ- ਭਾਵੇਂ ਉਹ ਕੋਈ ਹਸਪਤਾਲ ਹੋਵੇ ਜਿਥੇ ਮਰੀਜ਼ਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਅੰਕੜੇ ਸੰਭਾਲਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਫਿਰ ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਜਿਥੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਰਿਕਾਰਡ ਨੂੰ ਭਵਿਖ ਵਿੱਚ ਹਵਾਲੇ ਲਈ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਬੰਧਨ ਵਿੱਚ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨਾ, ਉਹਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਉਹਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ। ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ ਇੱਕ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀ ਦਾ ਮੁੱਖ-ਕੰਮ ਹੈ। ਇੱਕ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀ ਇਕ ਪੇਸ਼ਾਵਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਤਰ ਅਤੇ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਕੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਿਸਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਉਹ ਪਿਛਲੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਹੋਈਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਭਵਿੱਖ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਘਟਨਾਵਾਂ ਦਾ ਸੰਕੇਤ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਅਸੀਂ ਵੀ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਬੁਨਿਆਦੀ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ। ਕੌਣ ਜਾਣਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡੇ ਵਿੱਚੋਂ ਹੀ ਕੋਈ ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ ਸੀ.ਆਰ.ਰਾਓ ਅਤੇ ਕੈਰਨ ਡਨੱਲ ਵਾਂਗ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਦੁਨੀਆਂ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਛਾਪ ਛੱਡ ਜਾਏ।

ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀ



ਪ੍ਰੋ. ਸੀ. ਆਰ. ਰਾਓ



ਕੈਰਨ ਡਨੱਲ

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇਕੱਠ (Collection of Data)

ਅੰਕੜੇ, ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਤੱਥਾਂ ਦਾ ਉਹ ਸਮੂਹ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਸੂਚਨਾ ਦੇਣ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ **ਪ੍ਰੇਖਣ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿੰਨੀ ਵਾਰ ਇਕ ਖਾਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਉਹ ਉਸ ਦੀ **ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ** ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ :

ਇੱਕ ਸਰਕਾਰੀ ਦਫਤਰ ਵਿੱਚ 25 ਕਰਮਚਾਰੀ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਣ ਲਈ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਨਤੀਜੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ–

1, 2, 3, 1, 0, 2, 0, 1, 2, 2, 1, 3, 5, 2, 4, 0, 3, 2, 4, 1, 1, 2, 2, 0, 3

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਸਾਰਣੀ ਵਿਚ ਹਰੇਕ ਇੰਦਰਾਜ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਤੱਥ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਅੰਕੜੇ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਸਾਨੂੰ ਕੁੱਝ ਖਾਸ ਸੂਚਨਾ ਨਹੀਂ ਦਿੰਦੇ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣਾ ਸੌਖਾ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿਵੇਂ–

(*i*) ਕਿਸੇ ਕਰਮਚਾਰੀ ਦੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਕਿੰਨੇ ਬੱਚੇ ਹਨ ?
(*ii*) ਕਿੰਨੇ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੇ ਦੋ ਬੱਚੇ ਹਨ ?
(*iii*) ਕਿੰਨੇ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੇ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਘੱਟ ਬੱਚੇ ਹਨ ?
(*iv*) ਕਿੰਨੇ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੇ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬੱਚੇ ਹਨ ?

ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਿਤ ਅਤੇ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਨਾ (Organising and Tabulating Data)

ਆਓ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰੀਏ।

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ

0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5

ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਬੱਧ **ਅੰਕੜੇ** (arrayed data) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਬਿਹਤਰ ਜਾਣਕਾਰੀ ਮਿਲਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣਾ ਸੌਖਾ ਹੈ– ਕਿਸੇ ਵੀ ਕਰਮਚਾਰੀ ਦੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 5 ਹੈ। ਪਰੰਤੂ ਬਾਕੀ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣੇ ਅਜੇ ਵੀ ਅਸਾਨ ਨਹੀਂ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ ਅਤੇ ਮਿਹਨਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਲਗਦੀ ਹੈ, ਖਾਸ ਕਰਕੇ ਜਦੋਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇ।

ਬਾਕੀ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਅਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਸਮਝਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਾਂਗੇ।

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ **ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵੰਡ ਜਾਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਸਾਰਣੀ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ (ਚਲ)	ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ (ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ)
0	4
1	6
2	8
3	4
4	2
5	1
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	**25**

ਹੁਣ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਦਿੱਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ :

ਉਨ੍ਹਾਂ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ 2 ਬੱਚੇ ਹਨ = 8

ਉਨ੍ਹਾਂ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ 2 ਜਾਂ 2 ਤੋਂ ਘੱਟ ਬੱਚੇ ਹਨ = 8 + 6 + 4 = 18

ਉਨ੍ਹਾਂ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ 2 ਜਾਂ 2 ਤੋਂ ਵੱਧ ਬੱਚੇ ਹਨ = 8 + 4 + 2 + 1 = 15

ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ (Representative Values)

ਤੁਸੀਂ ਔਸਤ (average) ਸ਼ਬਦ ਨਾਲ ਜ਼ਰੂਰ ਜਾਣੂ ਹੋਵੋਗੇ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਸ਼ਬਦ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਕਈ ਕਥਨ ਸੁਣੇ ਜਾਂ ਪੜ੍ਹੇ ਹੋਣਗੇ, ਜਿਵੇਂ :-

- ਗੀਤਾ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਔਸਤਨ 6 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਾਈ 'ਤੇ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- ਜੂਨ ਦੇ ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ, ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਔਸਤ ਤਾਪਮਾਨ 40° ਸੈਲਸੀਅਸ (40°C) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਮੇਰੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਉਮਰ 13 ਸਾਲ ਹੈ।
- ਕਿਸੇ ਸਕੂਲ ਦੀ ਸਾਲਾਨਾ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਦੌਰਾਨ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਹਾਜਰੀ 96 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸੀ।

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪਹਿਲੇ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਬੱਚਾ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਠੀਕ 6 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ ? ਜਾਂ ਜੂਨ ਦੇ ਪੂਰੇ ਮਹੀਨੇ ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਹਮੇਸ਼ਾ 40° ਸੈਲਸੀਅਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਜਾਂ ਉਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਉਮਰ 13 ਸਾਲ ਹੈ। ਸਾਫ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ 'ਨਹੀਂ'।

ਫਿਰ ਇਹ ਕਥਨ ਕੀ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ? ਔਸਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗੀਤਾ ਅਕਸਰ ਇੱਕ ਦਿਨ ਵਿੱਚ 6 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਦਿਨ ਉਹ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੋਵੇਗੀ ਤੇ ਕੁਝ ਦਿਨ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਧ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਔਸਤ ਤਾਪਮਾਨ 40° ਸੈਲਸੀਅਸ ਹੋਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਜੂਨ ਦੇ ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ ਤਾਪਮਾਨ ਲਗਭਗ 40 ਡਿਗਰੀ ਸੈਲਸੀਅਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਦੇ 40°C ਤੋਂ ਘੱਟ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਤੇ ਕਦੇ 40°C ਤੋਂ ਵੱਧ ਵੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਔਸਤ (average) ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਜਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ (data) ਦੇ ਸਮੂਹ ਦੀ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ (Central Tendency) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਔਸਤ, ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮੁੱਲ (value) ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਔਸਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦੀ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਮਾਪ (measure) ਹੈ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਲਈ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ (representative value) ਜਾਂ ਕੇਂਦਰੀ ਮੁੱਲ (Central value) ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ, ਅੰਕ ਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ (**Arithmetic Mean**) ਹੈ।

ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ (Arithmetic Mean)

ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਜਿਸ ਨੂੰ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਮੱਧਮਾਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਮਾਪ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਦੱਸਦਾ ਹੈ।

ਔਸਤ ਜਾਂ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਮੱਧਮਾਨ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{\text{ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ}}$$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਅਮਨ ਚਾਰ ਲਗਾਤਾਰ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3 ਘੰਟੇ, 5 ਘੰਟੇ, 2 ਘੰਟੇ ਅਤੇ 6 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਦੇ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਪੜ੍ਹਨ ਦਾ ਔਸਤ ਸਮਾਂ ਕੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ :

$$\text{ਅਮਨ ਦੇ ਪੜ੍ਹਨ ਦਾ ਔਸਤ ਸਮਾਂ} = \frac{\text{ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ}}$$

$$= \frac{3+5+2+6}{4} \text{ ਘੰਟੇ} = \frac{16}{4} = 4 \text{ ਘੰਟੇ}$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਇਕ ਸਕੂਲ ਦੀ ਸੱਤਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ 7 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀਆਂ ਉਚਾਈਆਂ 142, 153, 166, 161, 165, 149, 156 (cm ਵਿੱਚ) ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਔਸਤ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$$\text{ਔਸਤ ਉਚਾਈ} = \frac{\text{ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ}}$$

$$= \frac{142+153+166+161+165+149+156}{7}$$

$$= \frac{1092}{7} \text{ cm} = 156 \text{ cm}$$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2, 3, 5, 7 ਅਤੇ 11 ਹਨ।

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{2+3+5+7+11}{5} = \frac{28}{5} = 5.6$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ = 5.6

ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ (Range)

ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
[ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ = ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪ੍ਰੇਖਣ – ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਪ੍ਰੇਖਣ]

ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ (100 ਵਿੱਚੋਂ) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ : 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 ਅਤੇ 75

ਪਤਾ ਕਰੋ-

(i) ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ।

(ii) ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ।

(iii) ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਮੱਧਮਾਨ ਅੰਕ।

ਹੱਲ : (i) ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨ 'ਤੇ :

39, 48, 56, 75, 76, 81, 85, 85, 90, 95

ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ = 95

ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ = 39

(ii) ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ = 95 – 39 = 56

(iii) $$\text{ਮੱਧਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ} = \frac{85+76+90+85+39+48+56+95+81+75}{10}$$

$$= \frac{730}{10} = 73$$

ਅਭਿਆਸ - 3.1

1. **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ :**

   (i) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

   (ii) 40, 30, 30, 0, 26, 60

2. ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

3. **ਇੱਕ ਬੱਲੇਬਾਜ਼ ਨੇ 6 ਪਾਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ**

   36, 35, 50, 46, 60, 55

   ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਪਾਰੀ ਵਿੱਚ ਬਣਾਈਆਂ ਔਸਤ ਦੌੜਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

4. **ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੇ 10 ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਉਮਰ (ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ :**

   32, 41, 28, 54, 35, 26, 23, 33, 38, 40

   (i) ਸਭ ਤੋਂ ਵਡੇਰੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਉਮਰ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਪਕ ਦੀ ਉਮਰ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ?

   (ii) ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ?

   (iii) ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਉਮਰ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ?

5. ਇੱਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਹਫ਼ਤੇ ਦੇ ਸੱਤ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਵਰਖਾ (mm ਵਿੱਚ) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਰਿਕਾਰਡ ਕੀਤੀ ਗਈ-

ਦਿਨ	ਸੋਮਵਾਰ	ਮੰਗਲਵਾਰ	ਬੁੱਧਵਾਰ	ਵੀਰਵਾਰ	ਸ਼ੁੱਕਰਵਾਰ	ਸ਼ਨੀਵਾਰ	ਐਤਵਾਰ
ਵਰਖਾ (mm ਵਿੱਚ)	0.01	12.2	2.1	0.0	20.5	5.5	1.0

(i) ਉਪਰੋਕਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਵਰਖਾ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ii) ਇੱਕ ਹਫਤੇ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਵਰਖਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(iii) ਕਿੰਨੇ ਦਿਨ, ਵਰਖਾ ਮੱਧਮਾਨ ਵਰਖਾ ਤੋਂ ਘੱਟ ਰਹੀ ?

ਬਹੁਲਕ (Mode)

ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ **ਬਹੁਲਕ** ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਨੂੰ ਦੇਖੋ।

ਰੇਡੀਮੇਡ ਕੱਪੜਿਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ, "ਮੇਰੇ ਵਲੋਂ ਵੇਚੀ ਗਈ ਪੋਸ਼ਾਕ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਪ੍ਰਚਲਤ ਮਾਪ 90 cm ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇੱਥੇ ਵੀ, ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਦੀ ਰੁਚੀ, ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਪੋਸ਼ਾਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਹ ਪੋਸ਼ਾਕ ਦੇ ਉਸ ਮਾਪ ਨੂੰ ਦੇਖਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਿਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਿਕਰੀ 90 cm ਮਾਪ ਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਤੀਨਿੱਧ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਬਹੁਲਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਵੱਡੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ (Mode of Larger Data)

ਜੇਕਰ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਲਗਾਉਣਾ ਤੇ ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨਾ ਇਹਨਾਂ ਆਸਾਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਕੰਮ **ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ (tally marks)** ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (frequency) ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਪੂਰਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

1, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 2, 4

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ-ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨ 'ਤੇ,

1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4.

ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ 2, ਕਿਸੇ ਵੀ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$\therefore$ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ = 2.

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਇੱਕ ਲੀਗ ਵਿੱਚ ਖੇਡੇ ਗਏ ਹਾਕੀ ਦੇ ਮੈਚਾਂ ਵਿੱਚ ਜਿੱਤ ਦਾ ਅੰਤਰ (ਗੋਲਾਂ ਵਿੱਚ) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ:

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 2 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 1, 2

ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਕਿਉਂਕਿ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਾਂਗੇ।

ਜਿੱਤ ਦਾ ਅੰਤਰ (ਪ੍ਰੇਖਣ)	ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਮੈਚਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ (ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ)
1	卌 IIII	9
2	卌 卌 IIII	14
3	卌 II	7
4	卌	5
5	III	3
6	II	2
ਕੁੱਲ		**40**

ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਦੇਖਣ 'ਤੇ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰੇਖਣ ਮੁੱਲ 2 ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ।

∴ ਇਸ ਲਈ, ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ = 2

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

1, 2, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 10

ਹੱਲ : ਇੱਥੇ 2 ਅਤੇ 5 ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਆਏ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ 2 ਅਤੇ 5 ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਹਨ।

> ਕੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਬਹੁਲਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?

ਮੱਧਿਕਾ (Median)

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕੁੱਝ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਉਚਿਤ ਮਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਉਚਿਤ ਮਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੁਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿੱਥੇ ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਦੋਹਾਂ 'ਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਦਲਵੇਂ ਮਾਪ ਬਾਰੇ ਸੋਚਣਾ ਪਵੇਗਾ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਕ ਜਮਾਤ ਦੇ 17 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਉਚਾਈ (cm ਵਿੱਚ) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

108, 112, 106, 125, 123, 119, 116, 114, 118, 115, 104, 102, 116, 101, 116, 120, 125

ਆਓ ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਏ,

101, 102, 104, 106, 108, 112, 114, 115, 116, 116, 116, 118, 119, 120, 123, 125, 125

ਇਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ 116 ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਮੁੱਲ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 116 ਦਿੱਤੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ 8 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਾਲੇ 2 ਬਰਾਬਰ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਦਿੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਮੱਧਿਕਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। **ਮੱਧਿਕਾ ਉਸ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਵਿੱਚ ਅੱਧੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਅੱਧੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਥੇ, ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰਾਂਗੇ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ।**

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ-

24, 36, 46, 17, 18, 25, 35.

ਹੱਲ : ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

17, 18, 24, 25, 35, 36, 46

ਮੱਧ (ਵਿਚਕਾਰ) ਵਾਲਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਮੱਧਿਕਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

∴ ਇਸ ਲਈ ਮੱਧਿਕਾ 25 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

2, 0, 4, 12, 10, 6, 8, 5, 7

ਹੱਲ : ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨ ’ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12

ਮੱਧ ਵਾਲਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਮੱਧਿਕਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\therefore$ ਮੱਧਿਕਾ 6 ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ - 3.2

1. **ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ :**

   3, 1, 5, 6, 3, 4, 5

2. **ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। :**

   2, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

3. **ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ (25 ਵਿੱਚੋਂ) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ :**

   19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20

   ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ, ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕੀ ਇਹ ਤਿੰਨੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

4. **ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਦੇ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਭਾਰ (ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮਾਂ ਵਿੱਚ) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ :**

   38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47.

   (*i*) ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

   (*ii*) ਕੀ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਹੁਲਕ ਹਨ ?

5. **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। :**

   13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14

6. **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ :**

   12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 15, 16, 16, 15

   17, 13, 16, 16, 15, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14

7. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

(i) **ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ..... ਹੈ:**

3, 5, 1, 2, 0, 2, 3, 5, 0, 2, 1, 6

(*a*) 6 (*b*) 3 (*c*) 2 (*d*) 1

(ii) **ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟਰ ਨੇ ਸੱਤ ਪਾਰੀਆਂ ਵਿੱਚ 38, 79, 25, 52, 0, 8, 100 ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ। ਬਣਾਈਆਂ ਦੌੜਾਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ?**

(*a*) 100 (*b*) 92 (*c*) 52 (*d*) 38

(iii) ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਮਾਪ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(*a*) ਮੱਧਮਾਨ (*b*) ਮੱਧਿਕਾ (*c*) ਬਹੁਲਕ (*d*) ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ

(iv) **3, 1, 5, 7, 9 ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਹੈ-**

(*a*) 6 (*b*) 4 (*c*) 5 (*d*) 0

ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ (Bar Graphs)

ਖੜ੍ਹਵੇਂ ਅਤੇ ਲੇਟਵੇਂ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼, ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਦਾ ਅਸਾਨ ਅਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵਸ਼ਾਲੀ ਢੰਗ ਹਨ। ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿੱਚ, ਛੜ ਦੀ ਉਚਾਈ (ਲੰਬਾਈ), ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਛੜਾਂ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਲਾਗਵੇਂ ਛੜਾਂ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ ਇੱਕ-ਸਮਾਨ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਛੜ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਦਾ ਕੋਈ ਖਾਸ ਮਹੱਤਵ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇਹ ਕੇਵਲ ਅੱਖਾਂ ਨੂੰ ਚੰਗਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਧੁਰਿਆਂ ਤੇ ਕੀ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਸਪਸ਼ਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਪੈਮਾਨਾ (scale) ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨਾ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਰ (ਬਰਾਬਰ) ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਛੜਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਛੜਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਅਤੇ ਚੁਣੇ ਗਏ ਪੈਮਾਨੇ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਜਿੱਥੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ, ਗ੍ਰਾਫ ਇੱਕ ਪ੍ਰੇਖਣ ਲਈ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਲੰਬਾਈ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਹਾਈਆਂ ਜਾਂ ਸੈਂਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਲੰਬਾਈ 10 ਜਾਂ 100 ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ ? ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੀਆਂ 6 ਵੱਖ-ਵੱਖ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਓ।

ਜਮਾਤ	V	VI	VII	VIII	IX	X
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	135	120	95	100	90	80

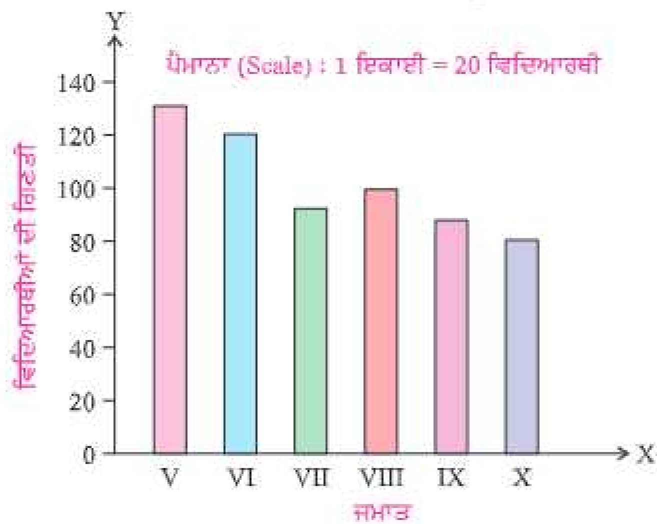
(*i*) ਤੁਸੀਂ ਪੈਮਾਨਾ (ਮਾਪਦੰਡ) ਕਿਵੇਂ ਚੁਣੋਗੇ ?

(*ii*) ਕਿਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ ?

(*iii*) ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਅੱਠਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : (*i*) **ਉਚਿਤ ਪੈਮਾਨਾ ਚੁਣਨਾ :** ਸਕੇਲ ਨੂੰ 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ। ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਮੁੱਲ 135 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 135 ਤੋਂ ਥੋੜਾ ਵੱਧ, ਮੰਨ ਲਓ 140 'ਤੇ ਖ਼ਤਮ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਖੜ੍ਹਵੇਂ ਧੁਰੇ 'ਤੇ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵੰਡ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰੋ ਕਿ ਛੜ ਨਾ ਤਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵੱਡੇ ਹੋਣ ਤੇ ਨਾ ਹੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਛੋਟੇ। 0 ਤੋਂ 140 ਤੱਕ ਹੀ ਸਾਰੇ ਛੜ ਹੋਣਗੇ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ 1 ਇਕਾਈ = 20 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਲੇਟਵੇਂ ਧੁਰੇ 'ਤੇ ਜਮਾਤਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ। ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਹੇਠਾ ਬਣਿਆ ਹੈ:



(*ii*) ਛੇਵੀਂ (VI) ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ ਅਤੇ (X) ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

(*iii*) ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਅੱਠਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ = 120 : 100 ਭਾਵ 6 : 5 ਹੈ।

ਦੋਹਰੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ (ਆਲੇਖ) (Double Bar Graphs Salt)

ਦੋਹਰੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਅਜਿਹੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਨਾਲ–ਨਾਲ ਬਣੇ ਦੋ ਛੜ, ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਦੋ ਵੱਖੋ–ਵੱਖ ਸਮੂਹਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਇੱਕ ਹੀ ਨਜ਼ਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਦੋ ਵੱਖ–ਵੱਖ ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਪਹਿਲੀ ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਸਤਰ (term) ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ:

ਵਿਸ਼ਾ :	ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ	ਹਿੰਦੀ	ਗਣਿਤ	ਵਿਗਿਆਨ	ਸਮਾਜਿਕ ਵਿ.
ਪਹਿਲੀ ਟਰਮ (100 ਵਿਚੋਂ ਅੰਕ):	67	72	88	81	73
ਦੂਜੀ ਟਰਮ (100 ਵਿੱਚੋਂ ਅੰਕ) :	70	65	95	85	75

ਇੱਕ ਢੁੱਕਵਾਂ ਪੈਮਾਨ ਚੁਣ ਕੇ ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ :

(*i*) ਕਿਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ ਆਪਣੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੁਧਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ ?

(*ii*) ਕਿਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੁਧਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ?

(*iii*) ਕੀ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਹੇਠਾਂ ਡਿੱਗੀ ਹੈ ?

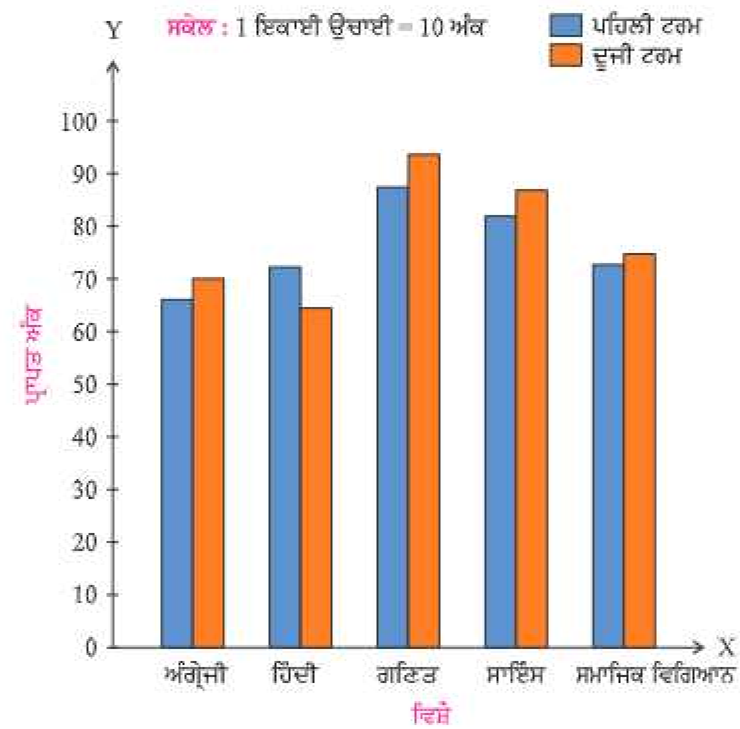
ਹੱਲ : ਵੱਖ–ਵੱਖ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਨੂੰ X-ਧੁਰੇ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਅਤੇ ਵੱਖ–ਵੱਖ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾ ਨੂੰ Y-ਧੁਰੇ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

ਪੈਮਾਨਾ : y-ਧੁਰੇ 'ਤੇ 1 ਇਕਾਈ ਉਚਾਈ = 10 ਅੰਕ। ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਹੈ।

(*i*) ਗਣਿਤ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ ਆਪਣੀ ਕਾਰਗੁਜਾਰੀ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੁਧਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ।

(*ii*) ਸਮਾਜਿਕ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੁਧਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

(*iii*) ਜੀ ਹਾਂ, ਹਿੰਦੀ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਹੇਠਾਂ ਡਿੱਗੀ ਹੈ।



ਅਭਿਆਸ - 3.3

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜੇ ਕਿਸੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਛੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ 600 ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੁਆਰਾ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੋ।

ਵਿਦਿਆਰਥੀ :	ਅਜੇ	ਬਾਲੀ	ਦੀਪਤੀ	ਫੈਯਾਜ਼	ਗੀਤੀਕਾ	ਹਰੀ
ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ :	450	500	300	360	400	540

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼, ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਦੁਆਰਾ ਲਗਾਤਾਰ ਪੰਜ ਸਾਲਾਂ ਦੌਰਾਨ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ:
   (*i*) ਸਾਲ 2008, 2009 ਅਤੇ 2011 ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ?
   (*ii*) ਕਿਹੜੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ 475 ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਅਤੇ ਕਿਹੜੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ 225 ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ?

3. ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੇ ਛੇਵੀਂ ਅਤੇ ਸੱਤਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ 200 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਮਨਪਸੰਦ ਰੰਗ ਦਾ ਨਾਂ ਦੱਸਣ ਲਈ ਕਿਹਾ ਗਿਆ, ਤਾਂ ਜੋ ਸਕੂਲ ਦੀ ਇਮਾਰਤ ਨੂੰ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਰੰਗ ਬਾਰੇ ਫੈਸਲਾ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕੇ। ਇਸਦਾ ਨਤੀਜਾ ਹੇਠਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ:

ਮਨਪਸੰਦ ਰੰਗ	ਲਾਲ	ਹਰਾ	ਨੀਲਾ	ਪੀਲਾ	ਨਾਰੰਗੀ
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	43	19	55	49	34

ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਓ।
ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ:
   (*i*) ਕਿਹੜਾ ਰੰਗ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਸੰਦ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ?
   (*ii*) ਕਿਹੜਾ ਰੰਗ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪਸੰਦ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ?
   (*iii*) ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਰੰਗ ਹਨ ਅਤੇ ਕਿਹੜੇ-ਕਿਹੜੇ ?

4. ਕਿਸੇ ਕਲੋਨੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਸਰਵੇਖਣ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

ਮਨਪਸੰਦ ਖੇਡ	ਕ੍ਰਿਕੇਟ	ਬਾਸਕਟਬਾਲ	ਤੈਰਾਕੀ	ਹਾਕੀ	ਦੌੜਾਂ
ਦੇਖਣਾ	1240	470	510	430	250
ਭਾਗ ਲੈਣਾ	620	320	320	250	110

ਇੱਕ ਢੁੱਕਵਾਂ ਪੈਮਾਨਾ ਚੁਣ ਕੇ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ।

ਤੁਸੀਂ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ ?

(*i*) ਕਿਹੜੀ ਖੇਡ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹਰਮਨ ਪਿਆਰੀ ਹੈ ?

(*ii*) ਖੇਡਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਸੰਦ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਲੈਣਾ ?

5. **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਸੱਤਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਦਿਨ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੰਮਾਂ 'ਤੇ ਬਿਤਾਇਆ ਗਿਆ ਸਮਾਂ (ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ) ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ-**

ਕਿਰਿਆ (ਕੰਮ)	ਸਕੂਲ	ਸੌਣਾ	ਖੇਡਣਾ	ਟੀ.ਵੀ. ਦੇਖਣਾ	ਪੜ੍ਹਨਾ	ਹੋਰ
ਸਮਾਂ (ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ)	8	8	1	3	2	2

ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ ?

ਸੰਜੋਗ (Chance)

ਕਿਸੇ ਘਟਨਾ ਦੇ ਵਾਪਰਨ ਨੂੰ ਸੰਜੋਗ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਾਧਾਰਨ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਿਸੇ ਘਟਨਾ ਦੇ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਸ਼ਬਦਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

(*i*) ਸੂਰਜ ਪੱਛਮ ਤੋਂ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ।

(*ii*) ਇੱਕ ਕੀੜੀ ਦੀ ਉਚਾਈ 3 ਮੀਟਰ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

(*iii*) ਭਾਰਤ ਅਗਲਾ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਮੈਚ ਜਿੱਤੇਗਾ।

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋਗੇ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਕਹੋਗੇ ਕਿ ਸੂਰਜ ਦਾ ਪੱਛਮ ਤੋਂ ਨਿਕਲਣਾ ਅਸੰਭਵ ਹੈ। ਇੱਕ ਕੀੜੀ ਦੀ ਉਚਾਈ 3 ਮੀਟਰ ਹੋਣਾ ਵੀ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਭਾਰਤ ਅਗਲਾ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਮੈਚ ਜਿੱਤ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਾਰ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਸੰਭਵ ਹਨ।

ਕਿਰਿਆ

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਦੇ ਹੋ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਹੀ ਭਵਿੱਖ ਬਾਣੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚਿੱਤ ਜਾਂ ਪੱਟ ਵਿਚੋਂ ਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ? ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ 10 ਵਾਰ ਉਛਾਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

ਉਛਾਲ ਗਿਣਤੀ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ਨਤੀਜਾ	H	H	T	T	T	H	T	T	H	H

ਇੱਥੇ H ਚਿੱਤ (head) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ T ਪੱਟ (tail) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਚਿੱਤ ਅਤੇ ਪਟ ਲਈ ਕੋਈ ਸੰਭਾਵਿਤ ਨਮੂਨਾ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਚਿੱਤ ਅਤੇ ਪਟ ਦੇ ਆਉਣ ਦਾ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਮੂਨਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਹਰ ਉਛਾਲ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਚਿੱਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜਾਂ ਪਟ। ਇਹ ਸੰਜੋਗ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਉਛਾਲ ਦੇ ਬਾਅਦ ਜਾਂ ਚਿੱਤ ਆਵੇਗਾ ਜਾਂ ਪੱਟ।

ਤੁਸੀਂ ਪਾਸੇ (dice) ਨਾਲ ਜ਼ਰੂਰ ਖੇਡੇ ਹੋਵੋਗੇ। ਇੱਕ ਪਾਸਾ (dice) ਇਕ ਘਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੇ 6 ਫਲਕਾਂ 'ਤੇ 1 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ ਦੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਖਿਆ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਪਾਸਾ ਸੁੱਟਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ ? ਇਹ ਸੰਜੋਗ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਉਛਾਲ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਇਕ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸੰਭਾਵਨਾ (Probability)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਦੇ ਦੋ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਚਿੱਤ ਜਾਂ ਪੱਟ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ (dice) ਲਈ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜੇ 6 ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਆਪਣੇ ਤਜ਼ਰਬੇ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਲਈ ਚਿੱਤ ਜਾਂ ਪੱਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਇੱਕੋ-ਸਮਾਨ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚਿੱਤ ਅਤੇ ਪੱਟ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਲਈ ਇਹ $\frac{1}{2}$ ਹੈ।

ਪਾਸਾ (dice) ਸੁੱਟਣ 'ਤੇ 1, 2, 3, 4, 5 ਜਾਂ 6 ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਭਾਵ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਲਈ 6 ਬਰਾਬਰ ਸੰਭਾਵਿਤ ਨਤੀਜੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1, 2, 3, 4, 5 ਜਾਂ 6 ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ $\left(\frac{1}{6}\right)$ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਘਟਨਾ E ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਨੂੰ P (E) ਵਜੋਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ–

$$P(E) = \frac{\text{ਅਨੁਕੂਲ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ}}{\text{ਕੁੱਲ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ}}$$

ਇਹ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਕੇਵਲ ਜਾਣਕਾਰੀ ਲਈ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਤੇ ਅਧਿਐਨ ਅਸੀਂ ਅਗਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

ਕਈ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਘਟਨਾ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0 ਤੋਂ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਸ ਘਟਨਾ ਦੇ ਵਾਪਰਨ ਦਾ ਕੋਈ ਸੰਜੋਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਉਸ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0 ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸ ਘਟਨਾ ਦਾ ਵਾਪਰਨਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ ਉਸ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 1 ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ (experiment) ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਘਟਨਾ ਦੇ ਵਾਪਰਨ ਦਾ ਸੰਜੋਗ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦਾ ਸਿੱਟਾ ਇਸਦਾ ਪਰਿਣਾਮ (**outcome**) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਦਾ ਸਮੂਹ ਸੈਂਪਲ ਸਪੇਸ (**Sample space**) ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਇੱਕ 'ਘਟਨਾ' (**event**) ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਪਰਿਣਾਮ (outcome) ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

  ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੀਏ–

  ਪ੍ਰਯੋਗ : ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣਾ

  ਪਰਿਣਾਮ : 1, 2, 3, 4, 5 ਜਾਂ 6

  ਸੈਂਪਲ ਸਪੇਸ : {1, 2, 3, 4, 5, 6}

  ਘਟਨਾ : ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਇੱਕ ਥੈਲੇ ਵਿੱਚ 5 ਚਿੱਟੀਆਂ ਅਤੇ 9 ਲਾਲ ਗੇਂਦਾ ਹਨ। ਬਿਨਾਂ ਦੇਖੇ, ਥੈਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਗੇਂਦ (*i*) ਇੱਕ ਚਿੱਟੀ ਗੇਂਦ ਹੈ (*ii*) ਇੱਕ ਲਾਲ ਗੇਂਦ ਹੈ।

ਹੱਲ (*i*) ਥੈਲੇ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ = 5 + 9 = 14

ਚਿੱਟੀਆਂ ਗੇਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 14 ਵਿੱਚੋਂ 5

ਚਿੱਟੀ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{5}{14}$.

(*ii*) ਹੁਣ ਘਟਨਾ ਹੈ : ਲਾਲ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ

ਲਾਲ ਗੇਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 14 ਵਿੱਚੋਂ 9

ਲਾਲ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{9}{14}$.

ਅਸੀਂ ਉੱਪਰ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਚਿੱਟੀ ਅਤੇ ਲਾਲ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ - 3.4

1. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦਾ ਹੋਣਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ, ਕਿਸਦਾ ਹੋਣਾ ਅਸੰਭਵ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸਦਾ ਹੋਣਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਪਰ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ?

(*i*) ਮਾਰੂਤੀ ਕਾਰ ਵਿੱਚ 200 ਲੋਕ ਬੈਠਦੇ ਹਨ।

(*ii*) ਤੁਸੀਂ ਕੱਲ੍ਹ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡੇ ਹੋ।

(*iii*) ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਣ 'ਤੇ ਚਿੱਤ ਆਵੇਗਾ।

(*iv*) ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ 'ਤੇ 8 ਆਵੇਗਾ।

(*v*) ਕਲ੍ਹ ਬੱਦਲਵਾਈ ਹੋਵੇਗੀ।

(*vi*) ਭਾਰਤ ਅਗਲੀ ਟੈਸਟ ਲੜੀ ਜਿੱਤੇਗਾ।

(*vii*) ਅਗਲੀ ਟ੍ਰੈਫਿਕ ਲਾਈਟ ਹਰੀ ਦਿਖੇਗੀ।

2. ਇੱਕ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ 6 ਬੰਟੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ 'ਤੇ 1 ਤੋਂ 6 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਹਨ।
   (*i*) ਸੰਖਿਆ 5 ਵਾਲੇ ਬੰਟੇ ਨੂੰ ਕੱਢਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ ?
   (*ii*) ਸੰਖਿਆ 2 ਵਾਲੇ ਬੰਟੇ ਨੂੰ ਕੱਢਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ ?
3. ਦੋ ਟੀਮਾਂ A ਅਤੇ B ਹਨ। ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਕਿਹੜੀ ਟੀਮ ਖੇਡ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇਗੀ, ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ ਟੀਮ A ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਕਰੇਗੀ ?
4. ਇੱਕ ਥੈਲੇ ਵਿੱਚ 3 ਲਾਲ ਅਤੇ 7 ਹਰੀਆਂ ਗੇਂਦਾਂ ਹਨ। ਬਿਨਾਂ ਦੇਖੇ ਥੈਲੇ ਚੋਂ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੱਢੀ ਹੋਈ ਗੇਂਦ (*i*) ਲਾਲ ਹੋਵੇ (*ii*) ਹਰੀ ਹੋਵੇ।

ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ:

(i) ਕਿਸੇ ਅਸੰਭਵ ਘਟਨਾ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ :

(*a*) -1 (*b*) 0 (*c*) $\frac{1}{2}$ (*d*) 1

(ii) 'GIRL' ਸ਼ਬਦ ਦੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ G ਅੱਖਰ ਚੁਣੇ ਜਾਣ ਦੀ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ :

(*a*) 1 (*b*) $\frac{1}{2}$ (*c*) $\frac{1}{4}$ (*d*) $\frac{1}{3}$

(iii) ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ 'ਤੇ, ਸੰਖਿਆ '4' ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ

(*a*) $\frac{1}{2}$ (*b*) $\frac{1}{3}$ (*c*) $\frac{4}{6}$ (*d*) $\frac{1}{6}$

(iv) ਇੱਕ ਥੈਲੇ ਵਿੱਚ 5 ਚਿੱਟੀਆਂ ਗੇਦਾਂ ਅਤੇ 10 ਕਾਲੀਆਂ ਗੇਂਦਾ ਹਨ। ਥੈਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਚਿੱਟੀ ਗੇਂਦ ਨਿਕਲਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ :

(*a*) $\frac{5}{10}$ (*b*) $\frac{5}{15}$ (*c*) $\frac{10}{15}$ (*d*) 1

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਕਿਸੇ ਸੂਚਨਾ ਸਬੰਧੀ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਤੱਥਾਂ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਰੂਪ ਅੰਕੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
2. ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇਕੱਠੀਆਂ ਕੀਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
3. ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਸੰਗਠਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਅੰਕੜੇ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
4. ਜਿੰਨੀ ਵਾਰ ਇੱਕ ਖਾਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਉਸਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
5. ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ (|) ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਪੰਜ ਦੇ ਸਮੂਹ ਲਈ ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ (卌) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
6. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
7. ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਖੜ੍ਹਵੇਂ ਜਾਂ ਲੇਟਵੇਂ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਰਾਹੀਂ ਚਿੱਤਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
8. ਦੋਹਰੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇੱਕ ਨਜ਼ਰ ਵਿੱਚ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਦੋ ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
9. ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਨਿੱਧ ਮੁੱਲ ਜਾਂ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
10. ਸਧਾਰਨ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ, ਮੱਧਮਾਨ = $\frac{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
11. ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵਾਲਾ ਪ੍ਰੇਖਣ, ਬਹੁਲਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

12. ਮੱਧਿਕਾ ਉਹ ਮੁੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ (ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ) ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਮੱਧ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
13. ਬਹੁਲਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹੀ ਇੱਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਦਾ ਮੁੱਲ ਅਜਿਹਾ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਵੇ।
14. ਮੱਧਮਾਨ, ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਦੇ ਮੁੱਲ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
15. ਸੰਭਾਵਨਾ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤਤਾ ਦਾ ਮਾਪ ਹੈ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ:

1. ਅੰਕੜੇ ਇਕੱਤਰ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਧਾਰਨ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਬਧ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
5. ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਅਨੁਸਾਰ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਅਤੇ ਦੋਹਰੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
6. ਕਿਸੇ ਵੀ ਘਟਨਾ ਦੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
7. ਕਿਸੇ ਵੀ ਘਟਨਾ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 3.1

1. (*i*) 9 (*ii*) 31
2. 2
3. 47
4. (*i*) 54 ਸਾਲ, 23 ਸਾਲ (*ii*) 31 ਸਾਲ (*iii*) 35 ਸਾਲ
5. (*i*) 20.5 (*ii*) 5.9 (*iii*) 5 ਦਿਨ

ਅਭਿਆਸ 3.2

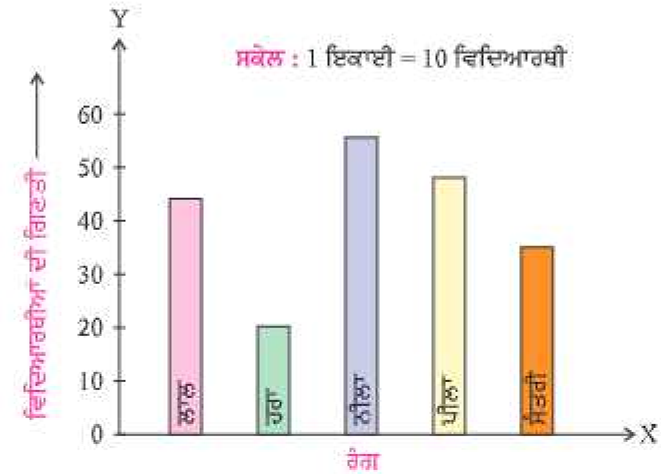
1. 3.86
2. 2 ਅਤੇ 5
3. ਮੱਧਮਾਨ = 17.5, ਬਹੁਲਕ = 20, ਮੱਧਿਕਾ = 20 ; ਨਹੀਂ
4. (*i*) ਬਹੁਲਕ = 38 kg, 43 kg., ਮੱਧਿਕਾ = 40 kg. (*ii*) ਹਾਂ
5. ਮੱਧਿਕਾ = 14 ਬਹੁਲਕ = 14
6. 15.
7. (i) c (ii) a (iii) d (iv) c

ਅਭਿਆਸ 3.3

1.

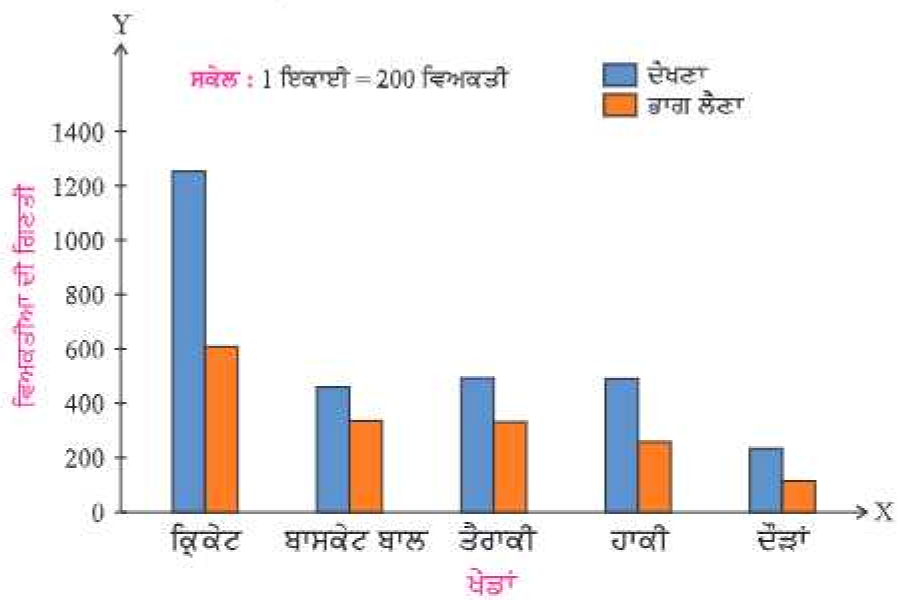
2. (*i*) 140 ; 360 ; 180 (*ii*) 2012 ; 2010

3.



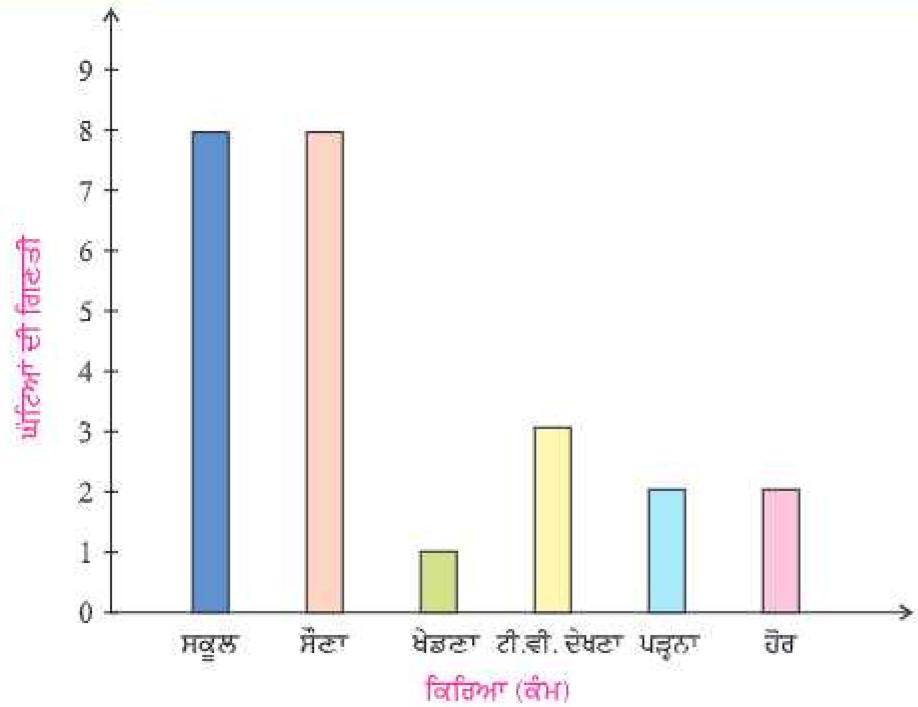
(*i*) ਨੀਲਾ (*ii*) ਹਰਾ (*iii*) 5 ; ਲਾਲ, ਹਰਾ, ਨੀਲਾ, ਪੀਲਾ ਅਤੇ ਸੰਤਰੀ।

4.



(*i*) ਕ੍ਰਿਕੇਟ (*ii*) ਦੇਖਣ ਵਾਲੇ

5.



ਅਭਿਆਸ 3.4

1. (*i*) ਅਸੰਭਵ

(*ii*) ਹੋਣਾ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ

(*iii*) ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ

(*iv*) ਅਸੰਭਵ

(*v*) ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ

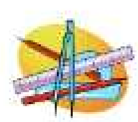
(*vi*) ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ

(*vii*) ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਲਾਜ਼ਮੀ ਨਹੀਂ

2. (*i*) $\frac{1}{6}$ (*ii*) $\frac{1}{6}$ **3.** $\frac{1}{2}$

4. (*i*) $\frac{3}{10}$ (*ii*) $\frac{7}{10}$

5. (*i*) (*b*) (*ii*) (*c*) (*iii*) (*d*) (*iv*) (*b*)



ਪਾਠ 4

P3I2F4

ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਪੜਤਾਲ ਕਰਨਾ ਕਿ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।
2. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕਥਨ ਤੋਂ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਉਣਾ।
3. ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਕਰਨਾ।
4. ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਵਿਧੀਆਂ- ਭੁੱਲ ਅਤੇ ਸੁਧਾਰ ਵਿਧੀ, ਸੰਤੁਲਨ ਵਿਧੀ ਅਤੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨਾ।
5. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੱਲ ਕਰਨਾ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਦੋ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਕਥਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਨੂੰ ਭੁੱਲ ਅਤੇ ਸੁਧਾਰ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਵੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿਚ ਅਸੀਂ ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੇ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਸਮੀਖਿਆ ਕਰਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਾਂਗੇ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਵੀ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

ਯਾਦ ਕਰੋ (ਸਮੀਕਰਨ) Recall (Equations)

ਪ੍ਰਾਇਮਰੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਹੱਲ ਕੀਤੀਆਂ ਸੀ ਜਿਵੇਂ- 7 ਵਿੱਚ ਕੀ ਜੋੜੀਏ ਕਿ 13 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:

$\square + 7 = 13$

ਇਥੇ $\square$ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਨੂੰ $\square$ ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਨਾਲ '=' ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਵੇ।

$\square$ ਵਿੱਚ '6' ਲਿਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ $6 + 7 = 13$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਇਸੇ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ $x + 7 = 13$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਅੱਖਰ 'x' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਇਥੇ 'x' ਨੂੰ 'ਸ਼ਾਬਦਿਕ ਸੰਖਿਆ' ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕਿਸੇ ਅਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ y, z, a, b, c, ਆਦਿ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਕਥਨ ਭਾਵ, $x + 7 = 13$ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਜਾਂ ਵਧੇਰੇ ਚਲਾਂ ਦੇ ਮੇਲ ਤੋਂ ਬਣੇ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਬਦਿਕ ਸੰਖਿਆ 'x' ਨੂੰ 'ਚਲ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਜਿਸ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਚਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲਾ ਸਮੀਕਰਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ-

$$2y + 6 = 7, p = \frac{7}{2}, 2q + 10 = 0$$

$3x^2 + 2x + 6 = 0,\ 2x^2 = 8$ ਸਾਰੇ ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲੇ ਸਮੀਕਰਨ ਹਨ।

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਚਲ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਘਾਤ '1' ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲਾ **ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$2y + 6 = 7, p = \frac{7}{2}, 2q + 10 = 0$ ਸਾਰੇ ਇੱਕ ਚੱਲ ਵਾਲੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਹਨ।

$3x^2 + 2x + 6 = 0, 2x^2 = 8$ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਬਣਤਰ (Formation of an equation)

ਪਗ 1 : ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀ ਜਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ।

ਪਗ 2 : ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਅੱਖਰ x, y, z.......... ਜਾਂ a, b, c, ... ਆਦਿ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ।

ਪਗ 3 : ਗਣਿਤ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ $+, -, \times$ ਅਤੇ $\div$ ਆਦਿ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨ ਨੂੰ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਪਗ 4 : ਸਮੱਸਿਆ ਅਨੁਸਾਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ '=' ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕਥਨਾਂ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਓ।

(ੳ) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਸੱਤ ਗੁਣਾ 42 ਹੈ।

(ਅ) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੱਧੇ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜਨ 'ਤੇ ਜੋੜਫਲ 17 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ੲ) ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ 6 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਓਗੇ ਤਾਂ 7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

(ਸ) ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ 6 ਦਾ ਜੋੜਫਲ 9 ਹੈ।

ਹੱਲ : (ੳ) ਮੰਨ ਲਓ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ।

$\therefore$ $7x = 42$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।

(ਅ) ਮੰਨ ਲਓ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ y ਹੈ। $\therefore$ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅੱਧਾ $= \frac{1}{2}y$

ਇਸ ਵਿਚ 2 ਜੋੜਨ 'ਤੇ $= 2 + \frac{1}{2}y$

ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ, $2 + \frac{1}{2}y = 17$

ਜੋ ਕਿ ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।

(ੲ) ਮੰਨ ਲਓ ਸੰਖਿਆ z ਹੈ, z ਦਾ 6 ਗੁਣਾ $= 6z$

$6z$ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ, $= 6z-5$

ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ, $6z - 5 = 7$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।

(ਸ) $x + 6 = 9$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਥਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ-

(*i*) $x + 4 = 15$ (*ii*) $x - 7 = 3$ (*iii*) $2m = 8$ (*iv*) $\frac{p}{5} - 2 = 6$

ਹੱਲ : (*i*) x ਅਤੇ 4 ਨੂੰ ਜੋੜਨ 'ਤੇ, 15 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*ii*) x ਵਿੱਚੋਂ 7 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*iii*) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ m ਦਾ ਦੁਗਣਾ, 8 ਹੈ।

(*iv*) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ p ਦੇ ਪੰਜਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਚੋਂ 2 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 6 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖੋ।

ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ, ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 44 ਸਾਲ ਹੈ।

ਹੱਲ : ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ ਸਾਡੇ ਲਈ ਅਗਿਆਤ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਉਸਦੀ ਉਮਰ x ਸਾਲ ਹੈ। ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ 'x' ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਭਾਵ $3x$ ਹੈ। ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ $3x$ ਨਾਲੋਂ 5 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਭਾਵ ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ $(3x + 5)$ ਹੈ। ਇਹ ਵੀ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 44 ਸਾਲ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $3x + 5 = 44$

ਇਹ, ਇੱਕ ਚਲ 'x' ਵਾਲਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਕੇ ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਅਭਿਆਸ - 4.1

1. **ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ :**

ਲੜੀ ਨੰ.	ਸਮੀਕਰਨ	ਮੁੱਲ	ਦੱਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ (ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
(i)	$x + 5 = 0$	$x = 5$	
(ii)	$x + 5 = 0$	$x = -5$	
(iii)	$x - 3 = 1$	$x = 3$	
(iv)	$x - 3 = 1$	$x = -3$	
(v)	$2x = 10$	$x = 5$	
(vi)	$\frac{x}{3} = 2$	$x = -6$	
(vii)	$\frac{x}{3} = 2$	$x = 0$	

2. **ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ, ਕੀ ਦਿੱਤਾ ਮੁੱਲ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ?**
   (i) $x + 4 = 11$ $(x = 7)$ (ii) $8x + 4 = 28$ $(x = 4)$
   (iii) $3m - 3 = 0$ $(m = 1)$ (iv) $\frac{x}{5} - 4 = -1$ $(x = 15)$
   (v) $4x - 3 = 13$ $(x = 0)$
3. **ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਭੁੱਲ ਅਤੇ ਸੁਧਾਰ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ।**
   (i) $5x + 2 = 17$ (ii) $3p - 14 = 4$
4. **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖੋ।**
   (i) ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ 4 ਦਾ ਜੋੜਫਲ 9 ਹੈ। (ii) y ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 9 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
   (iii) x ਦਾ ਦਸ ਗੁਣਾ 50 ਹੈ। (iv) x ਦੇ 9 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ 6 ਜੋੜਨ 'ਤੇ 87 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
   (v) ਸੰਖਿਆ y ਦੇ ਪੰਜਵੇਂ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚੋਂ 6 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
5. **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:**
   (i) $x - 2 = 6$ (ii) $3y - 2 = 10$
   (iii) $\frac{x}{6} = 6$ (iv) $7x - 15 = 34$
   (v) $\frac{x}{2} + 2 = 8$

6. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਓ :

(*i*) ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਨਾਲੋਂ 4 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 54 ਸਾਲ ਹੈ।

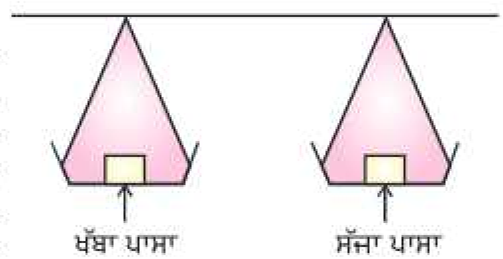
(*ii*) ਇੱਕ ਅਧਿਆਪਕ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਦੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੇ ਅੰਕ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਨਾਲੋਂ 6 ਵੱਧ ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ 86 ਹਨ। (ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ ਨੂੰ x ਲਓ।)

(*iii*) ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਸਿਖਰ ਕੋਣ, ਹਰੇਕ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਦੁਗਣਾ ਹੈ। (ਮੰਨ ਲਓ ਹਰੇਕ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ x ਡਿਗਰੀ ਹੈ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨਾਂ ਕੋਣ ਦਾ ਜੋੜ $180°$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*iv*) ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਪੇਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਅੰਬ ਵੇਚਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 8 ਛੋਟੀਆਂ ਪੇਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਤੋਂ 4 ਵੱਧ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ 100 ਅੰਬ ਹਨ।

ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ (ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਕੇ)

ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਤੋਲਣ ਵਾਲੀ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਰ ਹੋਵੇ, ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਡੰਡੀ ਠੀਕ ਲੇਟਵੀਂ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਤੱਕੜੀ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਭਾਰ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਵੀ ਡੰਡੀ ਦਾ ਸੰਤੁਲਨ ਨਹੀਂ ਵਿਗੜਦਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਭਾਰ ਦੋਹਾਂ ਪੱਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਰੱਖੇ ਜਾਣ ਤਾਂ ਵੀ ਇਹ ਡੰਡੀ ਲੇਟਵੀਂ ਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਦੋਹਾਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਭਾਰ ਦੇ ਹਟਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਦ ਵੀ ਇਹ ਸੰਤੁਲਨ ਬਣਿਆ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।



ਸਮੀਕਰਨ, ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਤੋਲਣ ਵਾਲੀ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪੱਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਰ ਹੋਵੇ।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ, ਖੱਬੇ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਬਣਾਈ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਸਮੀਕਰਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ, $x + 4 = 6$, ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 4 ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $x + 4 - 4 = x$ ਹੈ ਅਤੇ

ਨਵਾਂ $6 - 4 = 2$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਹੈ

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਅਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਜਾਂ $x = 2$

ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ-

(*i*) ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਨੂੰ ਬਣਾਏ ਰੱਖਣ ਲਈ, ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

(*ii*) ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਨੂੰ ਬਣਾਏ ਰੱਖਣ ਲਈ, ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਟਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

(*iii*) ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਨੂੰ ਬਣਾਏ ਰੱਖਣ ਲਈ, ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ (ਜੋ ਕਿ ਸਿਫ਼ਰ ਨਾ ਹੋਵੇ) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

(*iv*) ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਸੰਤੁਲਨ ਨੂੰ ਬਣਾਏ ਰੱਖਣ ਲਈ, ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ (ਜੋ ਕਿ ਸਿਫਰ ਨਾ ਹੋਵੇ) ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

(*v*) ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਇਕੋ ਜਿਹੀ ਗਣਿਤਿਕ ਕਿਰਿਆ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨਤਾ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗੀ।

ਯਾਦ ਰੱਖੋ

ਕਈ ਵਾਰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਲੱਭਣ ਲਈ, ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਪੈ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਸਾਡੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਇਹ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਚਲ ਅਲਗ ਹੋ ਜਾਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਸਮੀਕਰਨ $6x - 4 = 22$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਸਮੀਕਰਨ : $6x - 4 = 22$

ਅਸੀਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ 'x' ਰਹਿ ਜਾਵੇ।

ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 4 ਜੋੜਨ 'ਤੇ

$$6x - 4 + 4 = 22 + 4$$
$$6x = 26$$

ਹੁਣ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\frac{6x}{6} = \frac{26}{6}$$

ਜਾਂ $x = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $x = \frac{13}{3}$ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੱਲ ਕਰੋ : (*i*) $2x + 6 = 12$ (*ii*) $\frac{p}{4} = 5$

ਹੱਲ : (*i*) **ਪਗ I :** ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 6 ਘਟਾਓ

$$2x + 6 - 6 = 12 - 6$$
$$2x = 6$$

ਪਗ II : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

ਜਾਂ $x = 3$, ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

> ਤੁਹਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਹੱਲ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।
> ਆਓ ਅਸੀਂ $x = 3$, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਭਰ ਕੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ
>
> ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= 2x + 6 = 2 \times 3 + 6 = 6 + 6$
>
> $= 12 =$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ
>
> ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਹੱਲ ਦੇ ਸਹੀ ਹੋਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਲਈ ਹੈ।

(*ii*) $\frac{p}{4} = 5$

ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\frac{p}{4} \times 4 = 5 \times 4$$
$$p = 20$$

$\therefore$ $p = 20$ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ - 4.2

1. ਪਹਿਲਾਂ ਚਲ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਪਗ ਲਿਖੋ, ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰੋ।

   (*i*) $x + 1 = 0$ (*ii*) $x - 1 = 5$
   (*iii*) $x + 6 = 2$ (*iv*) $y + 4 = 4$
   (*v*) $y - 3 = 3$

2. ਪਹਿਲਾਂ ਚਲ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਪਗ ਲਿਖੋ, ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰੋ।

   (*i*) $3x = 15$ (*ii*) $\frac{p}{7} = 4$
   (*iii*) $8y = 36$ (*iv*) $20x = -10$

3. ਚੱਲ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਪਗ ਲਿਖੋ, ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $5x + 7 = 17$ (ii) $\frac{20x}{3} = 40$

(iii) $3p - 2 = 46$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰੋ :

(i) $10x + 10 = 100$ (ii) $\frac{-p}{3} = 5$

(iii) $3x + 12 = 0$ (iv) $2q - 6 = 0$

(v) $3p = 0$ (vi) $3s = -9$

ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ (ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਕੇ)

ਆਓ ਕੁਝ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ। ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਾਂਗੇ (ਭਾਵ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਲੈ ਕੇ ਜਾਵਾਂਗੇ)।

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ :-

1. ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ 'ਤੇ ਜੁੜਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਕੇ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਘਟਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਭਾਵ $x + 4 = 10$

$\Rightarrow$ $x = 10 - 4 = 6$ (4 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ)

2. ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਘਟਾਈ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ, ਜਾਂ ਪਦ, ਸਥਾਂਨਾਤਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਜੁੜ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਭਾਵ $y - 6 = 8$

$\Rightarrow$ $y = 8 + 6$ (6 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ)

3. ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਗੁਣਾ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਪਦ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੇ ਬਾਅਦ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਭਾਵ $7z = 14$

$\Rightarrow$ $z = 14 \div 7$ ਜਾਂ $\frac{14}{7} = 2$ (7 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ)

4. ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਪਦ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੇ ਬਾਅਦ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਪਦਾਂ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਭਾਵ $\frac{y}{8} = 5$

$\Rightarrow$ $y = 5 \times 8 = 40$ (8 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ)

ਉਦਾਹਰਨ-1 : $12x - 3 = 21$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ

ਹੱਲ : -3, ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਜਾਣ ਤੇ $+ 3$ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$12x = 21 + 3$ ਜਾਂ $12x = 24$

$x = \frac{24}{12} = 2$ (12 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ)

ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ $x = 2$ ਰੱਖੋ,

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = 12x - 3$$
$$= 12(2) - 3$$
$$= 24 - 3 = 21 = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : - $3(y + 7) = 15$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ

ਹੱਲ : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ।

$$y + 7 = \frac{15}{3}$$

ਜਾਂ $y + 7 = 5$

7 ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ

$$y = 5 - 7$$

ਜਾਂ $y = -2$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ $y = -2$ ਰੱਖੋ

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = 3(y + 7)$$
$$= 3(-2 + 7)$$
$$= 3(5) = 15 = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : (*i*) $\frac{x}{5} + 3 = 1$ (*ii*) $3(x - 2) = 2(x + 1) - 3$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਵੀ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ : $\frac{x}{5} + 3 = 1$

3 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\frac{x}{5} = 1 - 3$$
$$\frac{x}{5} = -2$$
$$x = -2 \times 5 \text{ (5 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ)}$$
$$x = -10$$

ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ $x = -10$ ਭਰੋ

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = \frac{x}{5} + 3 = \frac{-10}{5} + 3$$
$$= -2 + 3 = 1 = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

(*ii*) $3(x - 2) = 2(x + 1) - 3$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਬਰੈਕਟ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕਰਾਂਗੇ

$$3x - 6 = 2x + 2 - 3$$

6 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$3x = 2x + 2 - 3 + 6$$
$$3x = 2x + 5$$

2 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$3x - 2x = 5$$
$$x = 5$$

ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ $x = 5$ ਭਰੋ

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $3(x-2) = 2(x+1)-3$

$3(5-2) = 3 \times 3 = 9$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $2(x+1)-3 = 2(5+1)-3$

$= 12-3 = 9$

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਹੱਲ ਤੋਂ ਸਮੀਕਰਨ ਵੱਲ

ਸਮੀਕਰਨ $\rightarrow$ ਹੱਲ (ਸਧਾਰਨ ਰਸਤਾ)

ਹੱਲ $\rightarrow$ ਸਮੀਕਰਨ (ਉਲਟਾ ਰਸਤਾ)

ਉਦਾਹਰਨ-4 : $x = 5$ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ 3 ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਓ।

ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ	$\downarrow$	$x = 5$	$\uparrow$ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ
ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ	$\downarrow$	$4x = 20$	
ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਓ	$\downarrow$	$4x-3 = 17$	$\uparrow$ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜੋ
ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਚ 4 ਜੋੜੋ	$\downarrow$	$4x+1 = 21$	$\uparrow$ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਚੋਂ 4 ਘਟਾਓ

ਅਭਿਆਸ - 4.3

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $6x + 10 = -2$ (ii) $2y - 3 = 2$

(iii) $\frac{a}{5} + 3 = 2$ (iv) $\frac{3x}{2} = \frac{2}{3}$

(v) $\frac{5}{2}x = -5$ (vi) $2x + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $5(x+1) = 25$ (ii) $2(3x-1) = 10$

(iii) $4(2-x) = 8$ (iv) $-4(2+x) = 8$

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $4 = 5(x-2)$ (ii) $-4 = 5(x-2)$

(iii) $4 + 5(p-1) = 34$ (iv) $6y - 1 = 2y + 1$

4. (i) $x = 2$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ 3 ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਓ।

(ii) $x = -2$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ 3 ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਓ।

5. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(i) ਜੇਕਰ $7x + 4 = 39$, ਤਾਂ $x =$ ……

(a) 6 (b) –4 (c) 5 (d) 8

(ii) ਜੇਕਰ $8m - 8 = 56$ ਤਾਂ $m =$ ……

(a) –4 (b) –2 (c) –14 (d) 8

(iii) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਸਮੀਕਰਨ $-6 + x = -18$ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੀ ਹੈ ?

(a) 10 (b) –13 (c) –12 (d) –16

(iv) ਜੇਕਰ $\frac{x}{2} = 14$, ਤਾਂ $2x + 6 =$ ......

(*a*) 62 (*b*) –64 (*c*) 16 (*d*) –62

(v) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 5 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੈ ?

(*a*) –4 (*b*) –2 (*c*) 2 (*d*) 4

(vi) ਜੇਕਰ 5 ਨੂੰ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਵਿੱਚ ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ – 7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੈ ?

(*a*) –6 (*b*) –5 (*c*) –4 (*d*) 4

ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (Application of simple equations to practical situations)

ਵਿਵਹਾਰਕ ਜੀਵਨ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿਆਪਕ ਕਿਸਮਾਂ ਦੀਆਂ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤਕਨੀਕ ਨਾਲ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਫਿਰ ਵੀ, ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਆਮ ਸੁਝਾਅ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਸਾਬਿਤ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

- ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਕਥਨ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਇਹ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ ?
- ਅਗਿਆਤ ਨੂੰ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਦੇ ਅੱਖਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ।
- ਇਹ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਹੜੇ ਵਿਅੰਜਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਬਣਾਓ।
- ਬਣੇ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ ਨਤੀਜਾ 29 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ।

ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ $= 2x$

ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਨ 'ਤੇ $= 2x + 5.$

ਸਮੱਸਿਆ ਅਨੁਸਾਰ,

$$2x + 5 = 29$$
$$2x = 29 - 5$$
$$2x = 24$$
$$x = \frac{24}{2}$$
$$\Rightarrow \quad x = 12$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ 12 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ 10 ਹੈ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ ; x ਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ $\frac{x}{4}$ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਮੀਕਰਨ : $\frac{x}{4} = 10$

4 ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$x = 10 \times 4$$

ਜਾਂ $x = 40$ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਆਓ ਆਪਣੇ ਹੱਲ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੀਏ। ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਤੇ,

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= \frac{x}{4}$

$\frac{40}{4} = 10 =$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਰਾਧਾ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 49 ਸਾਲ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਰਾਧਾ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਤੋਂ 4 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਰਾਧਾ ਦੀ ਉਮਰ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਰਾਧਾ ਦੀ ਉਮਰ x ਸਾਲ ਹੈ।

$\therefore$ ਰਾਧਾ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ = $(3x + 4)$ ਸਾਲ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਰਾਧਾ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 49 ਸਾਲ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ,

$$3x + 4 = 49$$

$$\Rightarrow \quad 3x = 49 - 4$$

$$3x = 45$$

ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\frac{3x}{3} = \frac{45}{3}$$

$$x = 15$$

$\therefore$ ਰਾਧਾ ਦੀ ਉਮਰ = 15 ਸਾਲ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ - 4.4

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ 7 ਜੋੜਨ 'ਤੇ 57 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ 9 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 43 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ $\frac{1}{5}$ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚੋਂ 4 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. 35 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਲੜਕੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ, ਲੜਕਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਹੈ। ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਲੜਕੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. ਸ਼ਾਮ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ, ਸ਼ਾਮ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਤੋਂ 5 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਸ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 44 ਸਾਲ ਹੈ ਤਾਂ ਸ਼ਾਮ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।
6. ਇਸ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਖਰ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 40° ਹੈ। ਆਧਾਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਸੰਕੇਤ– ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।)
7. ਇਰਫਾਨ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਕੋਲ ਪਰਮੀਤ ਦੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੇ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਨਾਲੋਂ 7 ਬੰਟੇ ਵੱਧ ਹਨ। ਇਰਫਾਨ ਕੋਲ 37 ਬੰਟੇ ਹਨ। ਪਰਮੀਤ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਬੰਟੇ ਹਨ ?
8. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਉਸ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਨਾਲੋਂ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 22 ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. (ਬੀਜਗਣਿਤਕ) ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਗਣਿਤਕ ਕਥਨ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਦੋ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਅਗਿਆਤ ਭਾਵ ਚਲ ਜਾਂ ਸ਼ਾਬਦਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।
2. ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲੇ ਸਮੀਕਰਨ ਜਿਸ ਵਿਚ ਚਲ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਘਾਤ 1 ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਇਕ ਚਲ ਵਾਲਾ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
3. ਜੋ ਸੰਖਿਆ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।
4. ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਵਾਲੇ (ਚਲ ਦੇ) ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ 'ਸਮੀਕਰਨ ਹੱਲ ਕਰਨਾ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
5. ਜੇਕਰ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਖੱਬੇ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਮਾਪਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਵ ਨਹੀਂ ਆਉਂਦਾ।
6. ਇਕ ਸੰਤੁਲਤ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ

   (*i*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਜਾਂ

(*ii*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਚੋਂ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, ਜਾਂ

(*iii*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਾਂ

(*iv*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸੰਤੁਲਨ ਬਣਿਆ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

7. 'ਅਗਿਆਤ' ਵਾਲੀਆਂ ਸਧਾਰਨ ਜਾਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਸਮੇਂ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨ ਦੇ ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਸ ਅਗਿਆਤ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭਣ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ:

1. ਅਗਿਆਤ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਅਰਥ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਲੱਭਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਇਹ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ਕਿ ਅਗਿਆਤ ਦਾ ਕੋਈ ਮੁੱਲ, ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।
5. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਅਤੇ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
6. ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
7. ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 4.1

1. (*i*) ਨਹੀਂ (*ii*) ਹਾਂ (*iii*) ਨਹੀਂ

(*iv*) ਨਹੀਂ (*v*) ਹਾਂ (*vi*) ਨਹੀਂ

(*vii*) ਨਹੀਂ

2. (*i*) ਹਾਂ (*ii*) ਨਹੀਂ (*iii*) ਹਾਂ

(*iv*) ਹਾਂ (*v*) ਨਹੀਂ

3. (*i*) $x = 3$ (*ii*) $p = 6$

4. (*i*) $x + 4 = 9$ (*ii*) $y - 3 = 9$ (*iii*) $10x = 50$

(*iv*) $9x + 6 = 87$ (*v*) $\frac{x}{5} - 6 = 3$

5. (*i*) x ਵਿਚੋਂ 2 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 6 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*ii*) ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ 'y' ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 10 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*iii*) ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ 'x' ਦਾ ਛੇਵਾਂ ਹਿੱਸਾ 6 ਹੋਵੇਗਾ

(*iv*) ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ 7 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ 15 ਘਟਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ 34 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*v*) ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ x ਦੇ ਅੱਧੇ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

6. (*i*) $5x + 4 = 54$ (*ii*) $2x + 16 = 86$

(*iii*) $4x = 180°$ (*iv*) $8x + 4 = 100$

ਅਭਿਆਸ 4.2

1. (*i*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ; $x = -1$
   (*ii*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 1 ਜੋੜੋ ; $x = 6$
   (*iii*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 6 ਘਟਾਓ; $x = -4$
   (*iv*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 4 ਘਟਾਓ; $y = 0$
   (*v*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜੋ; $y = 6$
2. (*i*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ 'ਤੇ ; $x = 5$
   (*ii*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ 'ਤੇ, 7 ; $p = 28$
   (*iii*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ 'ਤੇ : $y = \frac{9}{2}$
   (*iv*) ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 20 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ 'ਤੇ, ; $x = -\frac{1}{2}$
3. (*i*) ਪਗ 1 : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 7 ਘਟਾਓ 'ਤੇ
   ਪਗ 2 : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ, $x = 2$
   (*ii*) ਪਗ 1 : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਤੇ
   ਪਗ 2 : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 20 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ ਤੇ, $x = 6$
   (*iii*) ਪਗ 1 : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜੋ।
   ਪਗ 2 : ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ, $p = 16$
4. (*i*) $x = 9$ (*ii*) $p = -15$ (*iii*) $x = -4$ (*iv*) $q = 3$
   (*v*) $p = 0$ (*vi*) $s = -3$

ਅਭਿਆਸ 4.3

1. (*i*) $x = -2$ (*ii*) $y = \frac{5}{2}$ (*iii*) $a = -5$ (*iv*) $x = \frac{4}{9}$
   (*v*) $x = -2$ (*vi*) $x = 8$
2. (*i*) $x = 4$ (*ii*) $x = 2$ (*iii*) $x = 0$ (*iv*) $x = -4$
3. (*i*) $x = \frac{14}{5}$ (*ii*) $x = \frac{6}{5}$ (*iii*) $p = 7$ (*iv*) $y = \frac{1}{2}$
4. (*i*) ਸੰਭਵ ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ : $10x + 2 = 22$; $\frac{x}{5} = \frac{2}{5}$; $5x - 3 = 7$
   (*ii*) ਸੰਭਵ ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ : $3x = -6$; $3x + 7 = 1$, $3x + 10 = 4$
5. (i) c (ii) d (iii) c (iv) a (v) d (vi) c

ਅਭਿਆਸ 4.4

1. 10 2. 13 3. 35 4. 10 5. 13 ਸਾਲ
6. ਹਰੇਕ ਕੋਣ 70° 7. 6 8. 4 ਇਕਾਈਆਂ, 7 ਇਕਾਈਆਂ

ਪਾਠ 5

S2N9L3

ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ

ਉਦੇਸ਼ :-

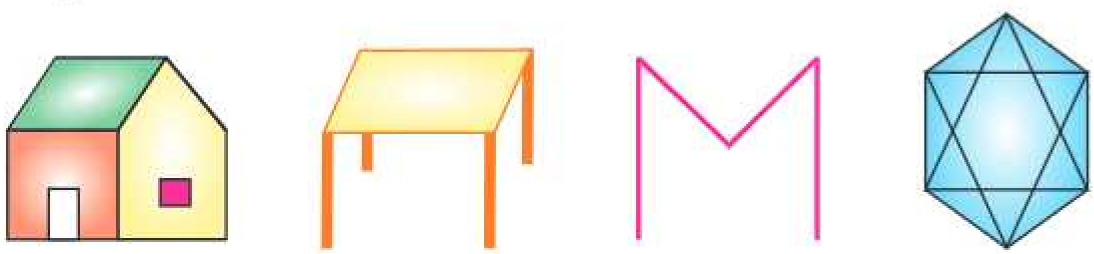
ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਰੇਖਾਵਾਂ, ਰੇਖਾ-ਖੰਡ, ਕਿਰਨਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਬਾਰੇ।
2. ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਅਤੇ ਵੰਡ ਕਰਨ ਬਾਰੇ।
3. ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਬਾਰੇ।
4. ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਸੰਬੰਧਿਤ ਆਕਾਰ ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣ ਬਾਰੇ।
5. ਕੋਣਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨਾਲ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਬਾਰੇ।
6. ਵਿਵਹਾਰਕ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਬਾਰੇ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ, ਜਿਮਾਇਤੀ ਦਾ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭਾਗ ਹਨ, ਜੋ ਸਾਰੇ ਆਕਾਰਾਂ ਅਤੇ ਢਾਂਚਿਆ ਦਾ ਮੂਲ ਆਧਾਰ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਮਨੁੱਖ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਹਰ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਦੇਖ ਸਕਦਾ ਹੈ- ਮੇਜ ਦੇ ਕੋਨੇ 'ਤੇ ਇਮਾਰਤ ਦੀਆਂ ਦੀਵਾਰਾਂ, ਸਤੰਭ ਅਤੇ ਰੈਂਪ 'ਤੇ, ਪੁੱਲ ਦੇ ਨਕਸ਼ੇ ਆਦਿ। ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਾਲ ਹੀ ਆਰਕੀਟੈਕਟ, ਇੰਜੀਨੀਅਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਇਮਾਰਤਾਂ, ਪੁੱਲਾਂ ਆਦਿ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨੀ ਤਾਰਿਆਂ ਅਤੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਸਿਰਫ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੀ ਨਹੀਂ ਸਗੋਂ ਵਧੀਆ ਜੀਵਨ ਨੂੰ ਉੱਚਾ ਚੁੱਕਣ ਵਿੱਚ ਵੀ ਬਹੁਤ ਸਹਾਈ ਹੈ।

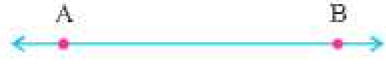
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ?



(i) *(ii)* *(iii)* *(iv)*

ਸਮੀਖਿਆ (Review) :-

1. **ਰੇਖਾ (Line) :** ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਅਨੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਹੈ, ਜਿੰਨਾਂ ਦੀ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਮੋਟਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਦੋਨਾਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ $\overleftrightarrow{AB}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

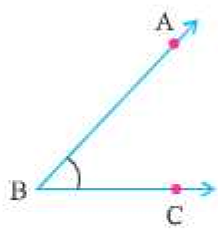


2. **ਕਿਰਨ (Ray) :** ਕਿਰਨ, ਰੇਖਾ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ $\overrightarrow{AB}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

3. **ਰੇਖਾ ਖੰਡ (Line segment) :** ਰੇਖਾ ਖੰਡ, ਰੇਖਾ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸਨੂੰ $\overline{AB}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ (Angles and its Types)

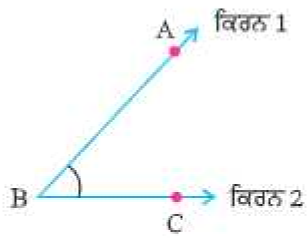
ਕੋਣ (Angle) : ਦੋ ਕਿਰਨਾਂ, ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਬਿੰਦੂ ਸਾਂਝਾ ਹੋਵੇ, ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੋਣ ਨੂੰ ਡਿਗਰੀ (°) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੋਟਰੈਕਟਰ ਨਾਲ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੰਨ੍ਹ '∠' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਥੇ AB ਅਤੇ BC ਨੂੰ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਮ : ਕੋਣ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, 'ਪਹਿਲੀ ਕਿਰਨ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ, ਫਿਰ ਉਸ ਦੋਨਾਂ ਕਿਰਨਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ ਅਤੇ ਫਿਰ ਦੂਜੀ ਕਿਰਨ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।"



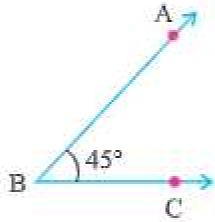
ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਕਿਰਨ BA ਅਤੇ BC, ∠ABC ਜਾਂ ∠CBA ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ (Types of Angles)

1. **ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ (Zero angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 0° ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਕਿਰਨਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਸ ਸਮੇਂ 0° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ∠ABC = 0° ਹੈ

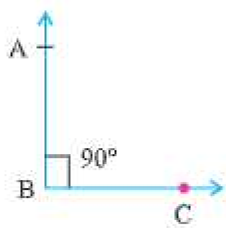
∴ ∠ABC ਇੱਕ ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ ਹੈ।

2. **ਨਿਊਨ ਕੋਣ (Acute angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ, ਉਸਨੂੰ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle ABC = 45^\circ$ ($< 90^\circ$) ($0^\circ < \angle ABC < 90^\circ$)



$\therefore$ $\angle ABC$ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।

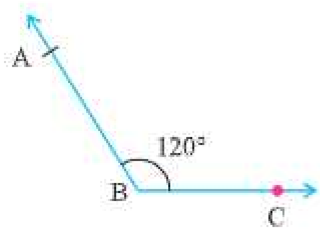
3. **ਸਮਕੋਣ (Right angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 90° ਹੈ, ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜੋ ਕਿਰਨਾਂ 90° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ 'ਲੰਬ ਕਿਰਨਾਂ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle ABC = 90^\circ$



$\therefore$ $\angle ABC$ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।

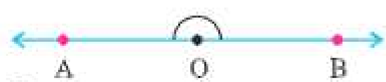
4. **ਅਧਿਕ ਕੋਣ (Obtuse angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ

$\angle ABC = 120^\circ$ ($90^\circ < \angle ABC < 180^\circ$)



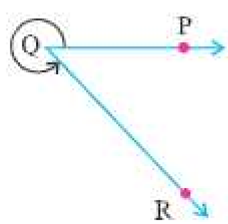
$\therefore$ $\angle ABC$ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।

5. **ਸਰਲ ਕੋਣ (Straight angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 180° ਹੋਵੇ, ਉਸਨੂੰ ਸਰਲ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸਨੂੰ ਸਰਲ ਕੋਣ ਇਸ ਲਈ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਨੋਂ ਕਿਰਨਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle AOB = 180^\circ$



$\therefore$ $\angle AOB$ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਹੈ।

6. **ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ (Reflex angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰਿਫਲੈਕਸ $\angle PQR = 320^\circ$
($180^\circ <$ ਰਿਫਲੈਕਸ $\angle PQR < 360^\circ$)



7. **ਪੂਰਨ ਕੋਣ (Complete angle) :** ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 360° ਹੋਵੇ, ਉਸਨੂੰ ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ $\angle PQR = 360°$

∴ $\angle PQR$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਹੈ।

ਕੋਣਾਂ ਬਾਰੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ :-

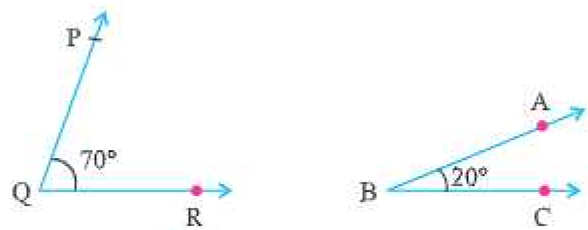
(*i*) **ਪੂਰਕ ਕੋਣ (Complementary angles) :** ਜਦੋਂ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 90° ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦੂਸਰੇ ਕੋਣ ਦਾ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ 70° + 20° = 90° ਤਾਂ 70° ਦਾ ਪੂਰਕ 20° ਅਤੇ 20° ਦਾ ਪੂਰਕ 70° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ

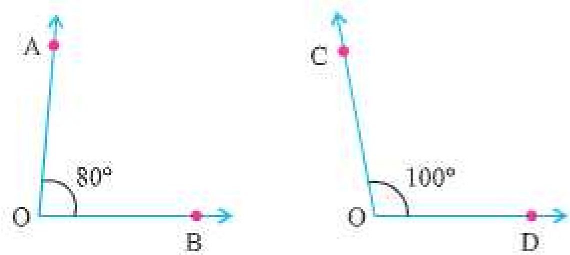
$$\angle PQR + \angle ABC = 70° + 20° = 90°$$

$\angle PQR$, $\angle ABC$ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ ਅਤੇ

$\angle PQR$, $\angle ABC$ ਦਾ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ $\angle ABC$, $\angle PQR$ ਦਾ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹੈ।



(*ii*) **ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ (Supplementary angles) :** ਜਦੋਂ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦੂਸਰੇ ਕੋਣ ਦਾ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ 80° + 100° = 180° ਤਾਂ 80° ਅਤੇ 100° ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ

$$\angle AOB + \angle COD = 80° + 100° = 180°$$

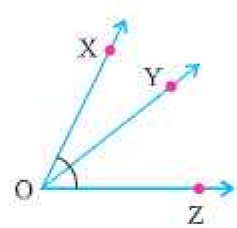
ਇੱਥੇ $\angle AOB$ ਅਤੇ $\angle COD$ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ।

(*iii*) **ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ (Adjacent angles) :** ਦੋ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੇ

(*a*) ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਹੋਵੇ।

(*b*) ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ ਹੋਵੇ।

(*c*) ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਗੈਰ-ਸਾਂਝੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

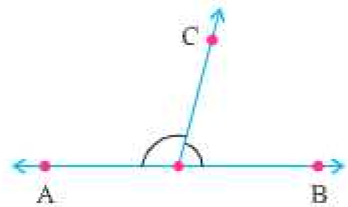


ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle XOY$ ਅਤੇ $\angle YOZ$ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਹਨ ਜਿੰਨਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ O ਅਤੇ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ OY ਹੈ। OX ਅਤੇ OY ਗੈਰ-ਸਾਝੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਭੁਜਾਂ OY ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਹਨ।

(*iv*) **ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ (Linear Pair) :** ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਜਿਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੋਵੇ, ਉਹ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle AOC + \angle COB = 180°$

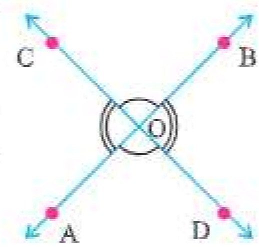
$\therefore$ ਇਹ ਕੋਣ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।



ਰੇਖੀ ਜੋੜ ਦੇ ਕੋਣ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਭਾਵ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*v*) **ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ (Vertically Opposite Angles) :** ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਰਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉੱਥੇ ਚਾਰ ਕੋਣ ਬਣਦੇ ਹਨ।

ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਉਹ ਜੋੜਾ ਜੋ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਉਲਟੇ ਪਾਸੇ ਹੋਵੇ, ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਵਾਂ $\overleftrightarrow{AB}$ ਅਤੇ $\overleftrightarrow{CD}$ ਬਿੰਦੂ O 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। $\angle AOD$ ਅਤੇ $\angle BOC$ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਅਤੇ $\angle AOC$ ਅਤੇ $\angle BOD$ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਜੋੜਾ ਹੈ।

ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਮੇਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ

ਭਾਵ $\angle AOD = \angle BOC$

$\angle AOC = \angle BOD$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*) 38° (*ii*) 63°

ਹੱਲ : (*i*) 38° ਦਾ ਪੂਰਕ ਕੋਣ = (90° – 38°) = 52°

(*ii*) 63° ਦਾ ਪੂਰਕ ਕੋਣ = (90° – 63°) = 27°

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*) 35° (*ii*) 62°

ਹੱਲ : (*i*) 35° ਦਾ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ = (180° – 35°) = 145°

(*ii*) 62° ਦਾ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ = (180° – 62°) = 118°

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦੋ ਪੂਰਕ ਕੋਣ 4 : 5 ਵਿੱਚ ਹਨ। ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਕੋਣ $4x$ ਅਤੇ $5x$ ਹਨ।

$$\therefore \quad 4x + 5x = 90°$$
$$9x = 90°$$
$$x = 10°$$

ਲੋੜੀਂਦੇ ਕੋਣ 4 × 10° ਅਤੇ 5 × 10° ਹਨ।

ਭਾਵ 40° ਅਤੇ 50°

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਦੋ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ 2:7 ਵਿੱਚ ਹਨ। ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਲੋੜੀਂਦੇ ਕੋਣ $2x$ ਅਤੇ $7x$ ਹਨ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, $2x$ ਅਤੇ $7x$ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ।

$$\therefore \quad 2x + 7x = 180^\circ$$
$$9x = 180^\circ$$
$$x = 20^\circ$$

ਲੋੜੀਂਦੇ ਕੋਣ $2 \times 20 = 40^\circ$ ਅਤੇ $7 \times 20 = 140^\circ$ ਹਨ।

ਭਾਵ 40° ਅਤੇ 140°

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਉਹ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਆਪਣੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਵੋ ਇੱਕ ਕੋਣ x ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ $180^\circ - x$ ਹੈ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, ਕੋਣ = 2 × (ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ)

$$x = 2\,(180^\circ - x)^\circ$$
$$x = 360^\circ - 2x$$
$$x + 2x = 360^\circ$$
$$3x = 360^\circ$$
$$x = 120^\circ$$

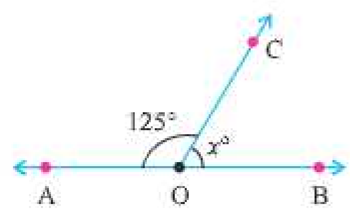
ਲੋੜੀਂਦਾ ਕੋਣ = 120°

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ x ਪਤਾ ਕਰੋ।

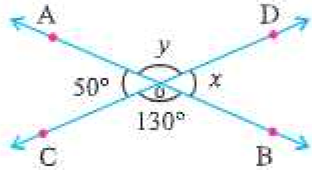
ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle AOC = 125^\circ$

ਇੱਥੇ $\angle AOC$ ਅਤੇ $\angle COB$ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ

$$\therefore \quad \angle AOC + \angle COB = 180^\circ$$
$$125^\circ + x = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 125^\circ$$
$$x = 55^\circ$$



ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



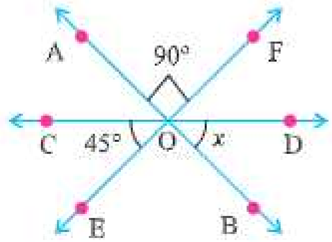
ਹੱਲ : ਇੱਥੇ $\angle AOC$ ਅਤੇ $\angle BOD$ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਨ।

$$\therefore \quad \angle BOD = \angle AOC$$
$$x = 50^\circ$$

ਅਤੇ $\angle AOD$ ਅਤੇ $\angle BOC$ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਨ।

$$\therefore \quad \angle AOD = \angle BOC$$
$$y = 130^\circ$$

ਉਦਾਹਰਨ-8 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AB, CD ਅਤੇ EF ਸਰਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ, ਜੋ ਬਿੰਦੂ O 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇ $\angle COE = 45^\circ$ ਅਤੇ $\angle AOF = 90^\circ$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $\angle DOB$ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ $\angle DOB = x$

ਇੱਥੇ $\angle FOD$ ਅਤੇ $\angle COE$ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਨ।

$\therefore \quad \angle FOD = \angle COE = 45^\circ$

ਹੁਣ, AOB ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ।

$$\therefore \quad \angle AOF + \angle FOD + \angle DOB = 180^\circ$$
$$90^\circ + 45^\circ + x = 180^\circ$$
$$135^\circ + x = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 135^\circ$$
$$x = 45^\circ$$

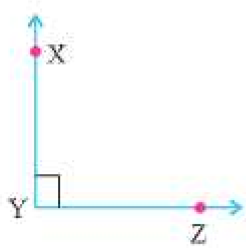
ਲੋੜੀਂਦਾ ਕੋਣ $x = 45^\circ$

$$\therefore \quad \angle DOB = 45^\circ$$

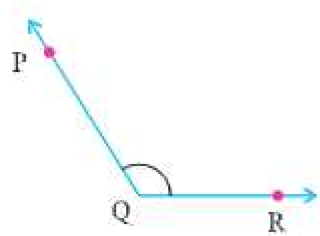
ਅਭਿਆਸ - 5.1

1. **ਹੇਠਾ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਸਮਕੋਣ ਜਾਂ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਦੱਸੋ।**

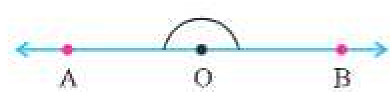
(i)



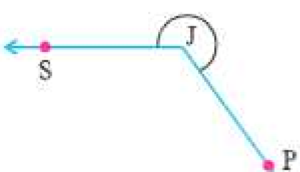
(ii)



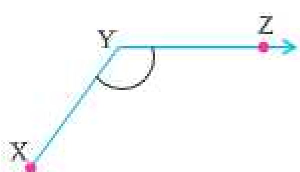
(iii)



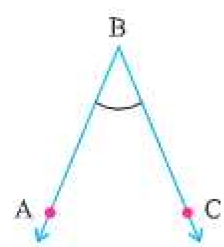
(iv)



(v)



(vi)



2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ

(i) 53° (ii) 90° (iii) 85°

(iv) ਸਮਕੋਣ ਦਾ $\frac{4}{9}$ (v) 0°

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ

(*i*) 55° (*ii*) 105°

(*iii*) 100° (*iv*) ਸਮਕੋਣ ਦਾ $\frac{2}{3}$

(*v*) 270° ਦਾ $\frac{1}{3}$

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਜਾਂ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।

(*i*) 65° ਅਤੇ 115° (*ii*) 112° ਅਤੇ 68°

(*iii*) 63° ਅਤੇ 27° (*iv*) 45° ਅਤੇ 45°

(*v*) 130° ਅਤੇ 50°

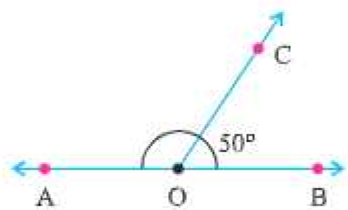
5. ਦੋ ਪੂਰਕ ਕੋਣ 4 : 5 ਵਿੱਚ ਹਨ, ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਦੋ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ 5 : 13 ਵਿੱਚ ਹਨ, ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ਉਹ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਆਪਣੇ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

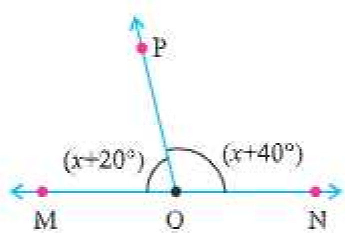
8. ਉਹ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਆਪਣੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

9. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, AOB ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ, ∠AOC ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।



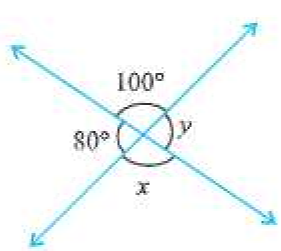
10. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, MON ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ

(*i*) ∠MOP (*ii*) ∠NOP

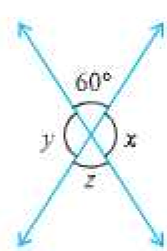


11. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ x, y ਅਤੇ z ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*)

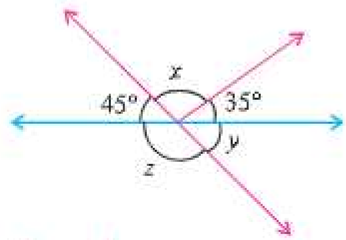


(*ii*)

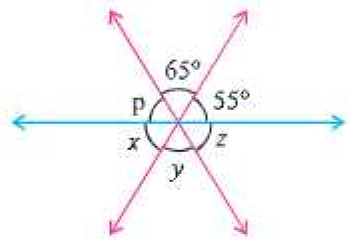


12. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ x, y, z ਅਤੇ p ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ

(*i*)



(*ii*)



13. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣ ਪੂਰਕ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ .... ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*a*) 180° (*b*) 90°

(*c*) 360° (*d*) ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*ii*) ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ .... ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੋਵੇ।

(*a*) ਸੰਪੂਰਕ (*b*) ਪੂਰਕ

(*c*) ਸਮਕੋਣ (*d*) ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(*iii*) ਜੇਕਰ ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹ .... ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

(*a*) ਸਮਕੋਣ (*b*) ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ

(*c*) ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ (*d*) ਸੰਗਤ ਕੋਣ

(*iv*) ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਮੇਸ਼ਾ .... ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

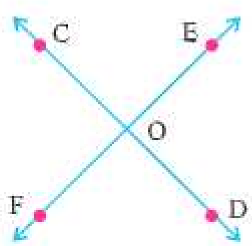
(*a*) ਬਰਾਬਰ (*b*) ਸਿਫਰ

(*c*) 90° (*d*) ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

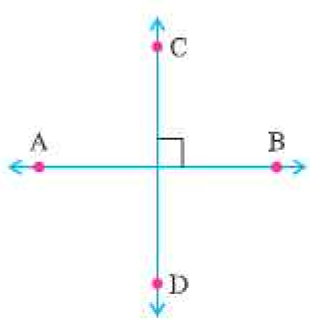
ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ (Pairs of Lines)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕਾਟਵੀਆਂ, ਤਿਰਛੀਆਂ, ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਤੇ ਅਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨਾਲ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਬਣੇ ਕੋਣਾਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

1. **ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ (Intersecting lines) :** ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ CD ਅਤੇ EF ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ O ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।



2. **ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ (Perpendicular lines) :** ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ, ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਲੰਬ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ (ਕੱਟਦੀਆਂ) ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ CD, AB ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ $CD \perp AB$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



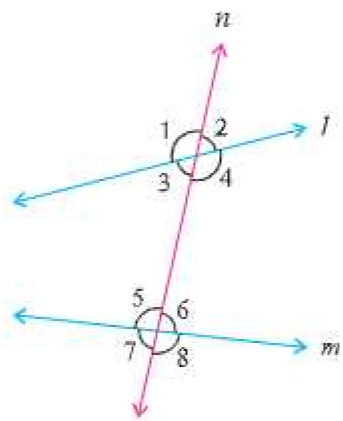
3. ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ (Parallel Lines) : ਇੱਕ ਹੀ ਤਲ 'ਤੇ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ, ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕਦੇ ਵੀ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀਆਂ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਆ l ਅਤੇ m ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ $l \parallel m$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

4. ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ (Transversal line) : ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਉਹ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਹੀ ਤਲ ਉੱਤੇ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਜਾਂ ਅਸਮਾਂਤਰ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ (i) ਵਿੱਚ l, m ਤੇ n ਲਈ ; m, l ਤੇ n ਲਈ ਅਤੇ n, l ਤੇ m ਲਈ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ (ii) ਵਿੱਚ l ਅਤੇ m ਦੀ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ p ਹੈ।

ਅਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਕੋਣ (Angles made by a transversal with non parallel lines)

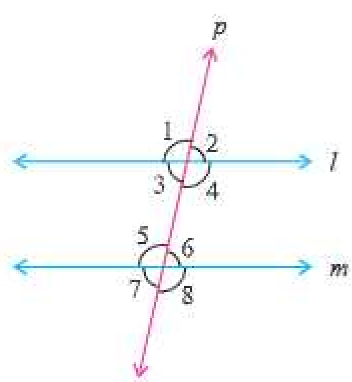
ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਨੂੰ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ n ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣੇ 8 ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ 1 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ ਨਾਮ ਦਿੱਤੇ ਹਨ:-

ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ (Interior angles)	$\angle 3, \angle 4$ $\angle 5, \angle 6$
ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ (Exterior angles)	$\angle 1, \angle 2$ $\angle 7, \angle 8$
ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ (Pairs of corresponding angles)	$\angle 1$ and $\angle 5$ $\angle 2$ and $\angle 6$ $\angle 3$ and $\angle 7$ $\angle 4$ and $\angle 8$
ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ (Pairs of alternate interior angles)	$\angle 3$ and $\angle 6$ $\angle 4$ and $\angle 5$
ਇਕਾਂਤਰ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ (Pairs of alternate exterior angles)	$\angle 1$ and $\angle 8$ $\angle 2$ and $\angle 7$
ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ (Pairs of Co-interior angles)	$\angle 3$ and $\angle 5$ $\angle 4$ and $\angle 6$



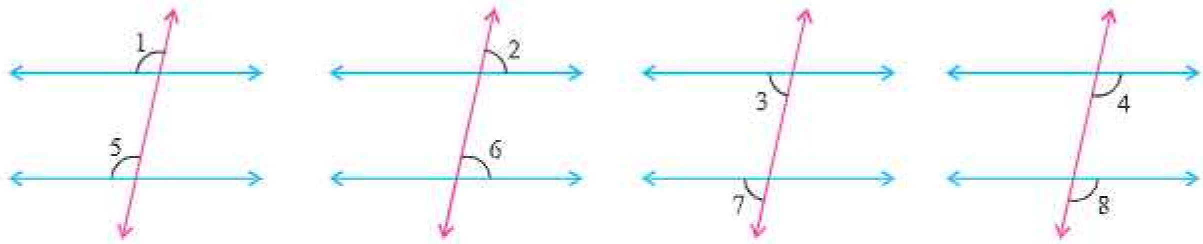
ਚਿੱਤਰ (*i*)

ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ : ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਬਹੁਤ ਰੋਚਕ ਨਤੀਜੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

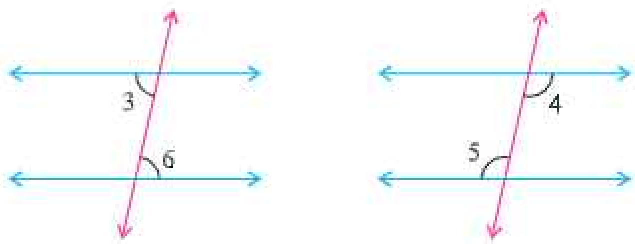


ਚਿੱਤਰ (*ii*)

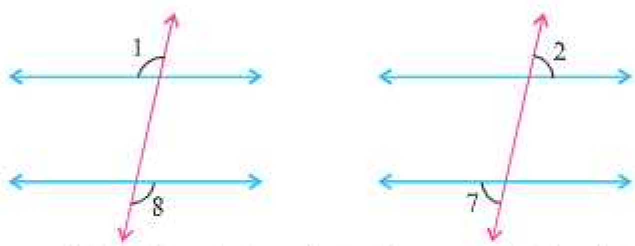
1. ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਭਾਵ $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 4 = \angle 8$.



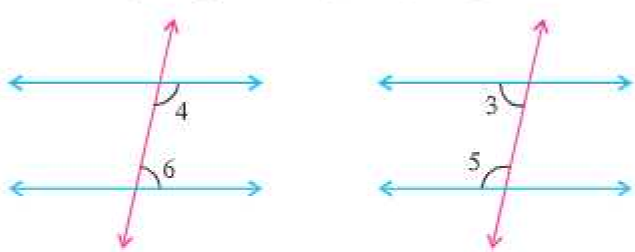
2. ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਭਾਵ $\angle 3 = \angle 6$ ਅਤੇ $\angle 4 = \angle 5$



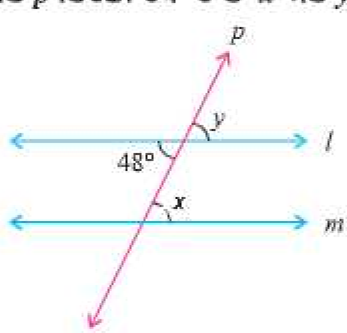
3. ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਕਾਂਤਰ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਭਾਵ $\angle 1 = \angle 8$ ਅਤੇ $\angle 2 = \angle 7$



4. ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਭਾਵ $\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$ ਅਤੇ $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$



ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $l \parallel m$ ਅਤੇ p ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਇੱਥੇ $l \parallel m$ ਹੈ ਅਤੇ p ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਹੈ।

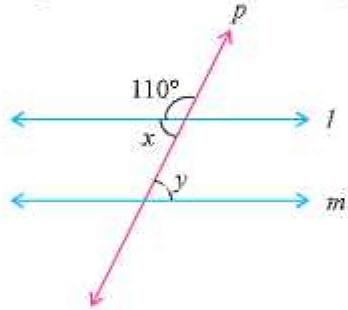
ਤਾਂ $48°$ ਅਤੇ $\angle x$ ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਹਨ।

$\therefore$ $\angle x = 48°$

ਅਤੇ $\angle x$ ਅਤੇ $\angle y$ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਹਨ $\angle y = \angle x$

$\therefore$ $\angle y = 48°$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $l \parallel m$ ਅਤੇ p ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : p ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ।

ਤਾਂ $110° + \angle x = 180°$ [ਰੇਖਾ ਜੋੜਾ]

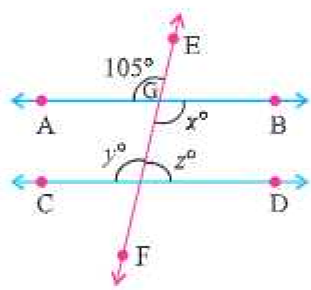
$\angle x = 180° - 110°$

$\angle x = 70°$

$\angle y = \angle x$ [ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ]

$\angle y = 70°$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AB $\parallel$ CD ਅਤੇ EF ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ $\angle AGE = 105°$ ਤਾਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle x$, $\angle y$ ਅਤੇ $\angle z$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ



ਹੱਲ : ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ

$\angle x = \angle AGE = 105°$ [ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ]

$\angle y = \angle x$ [ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ]

$\angle y = 105°$

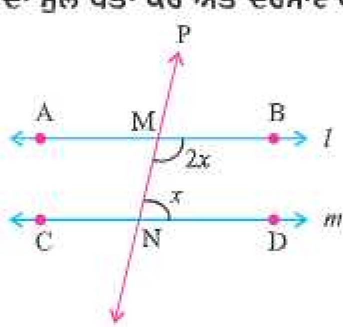
$\angle y + \angle z = 180°$ [ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ]

$105° + \angle z = 180°$

$\angle z = 180° - 105°$

$\angle z = 75°$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦਰਸਾਏ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ

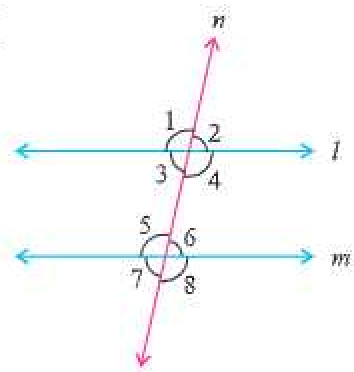


ਹੱਲ :

$$\angle BMN + \angle DNM = 180^\circ \quad \text{(ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ)}$$
$$2x + x = 180^\circ$$
$$3x = 180^\circ$$
$$x = 60^\circ$$
$$\angle BMN = 2x = 2 \times 60 = 120^\circ$$
$$\angle DNM = x = 60^\circ$$

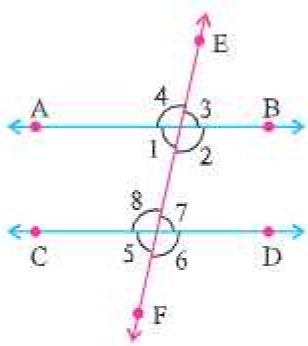
ਅਭਿਆਸ - 5.2

1. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸੰਗਤ ਕੋਣ, ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ, ਇਕਾਂਤਰ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ, ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ, ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ, ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਜੋੜੇ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ।



   (i) $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 6$ (ii) $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 7$
   (iii) $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 4$ (iv) $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 7$
   (v) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 8$ (vi) $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 6$
   (vii) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 5$ (viii) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 4$
   (ix) $\angle 5$ ਅਤੇ $\angle 7$

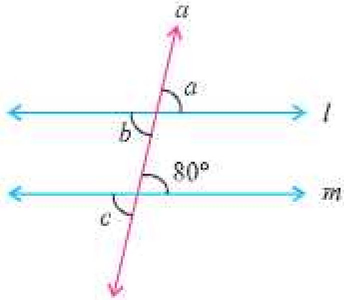
2. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚੋਂ, ਦੱਸੋ



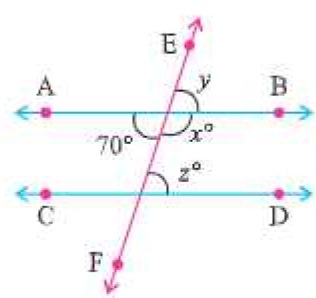
   (i) ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ
   (ii) ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ
   (iii) ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ
   (iv) ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ

3. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ, ਦਰਸਾਏ ਅਗਿਆਤ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

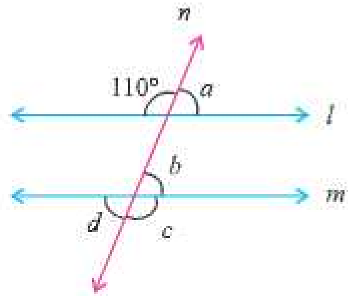
   (i)



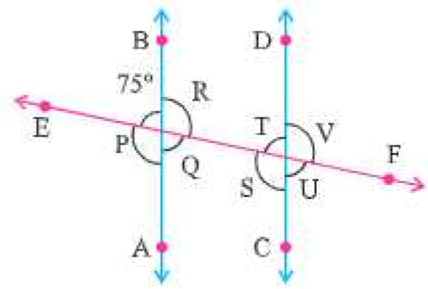
   (ii)



(*iii*)

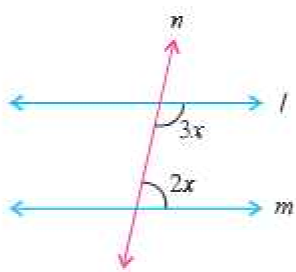


(*iv*)

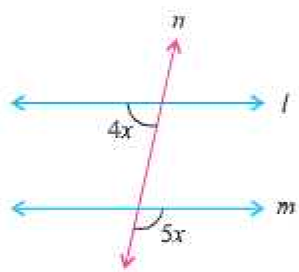


4. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ $l \parallel m$ ਹੈ, ਤਾਂ x ਪਤਾ ਕਰੋ।

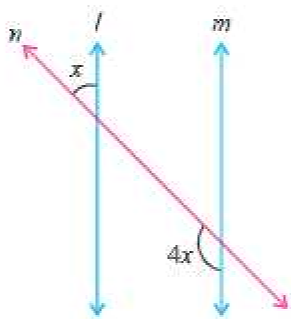
(*i*)



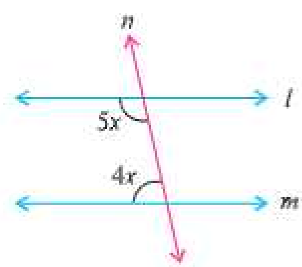
(*ii*)



(*iii*)



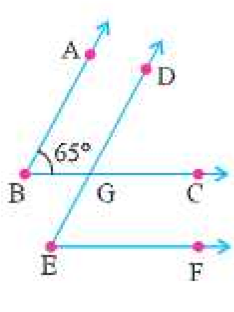
(*iv*)

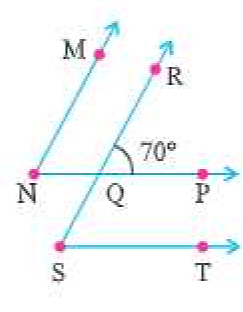


5. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ

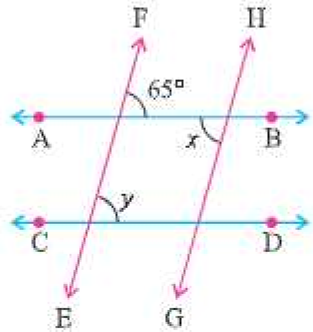
(*a*) (*i*) ∠DGC
(*ii*) ∠DEF

(*b*) (*i*) ∠MNP
(*ii*) ∠RST

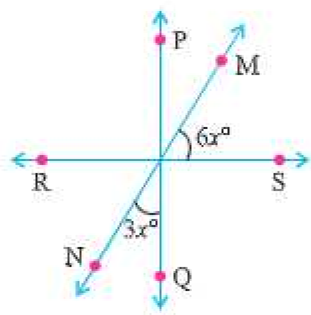




6. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AB ∥ CD ਅਤੇ EF ∥ GH ਹੈ ਤਾਂ $\angle x$ ਅਤੇ $\angle y$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

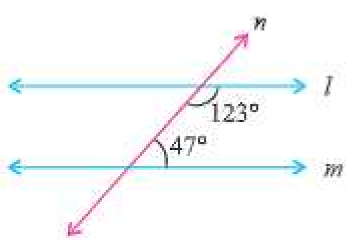


7. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ PQ ⊥ RS ਹੈ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

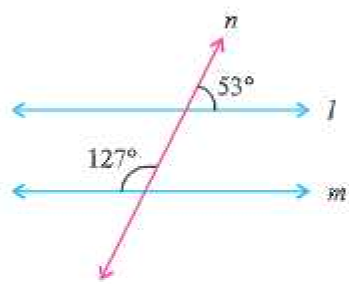


8. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ $l \parallel m$ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

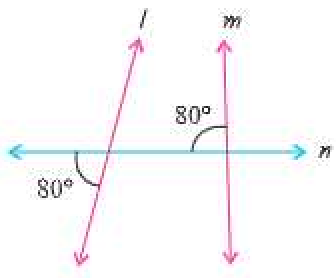
(*i*)



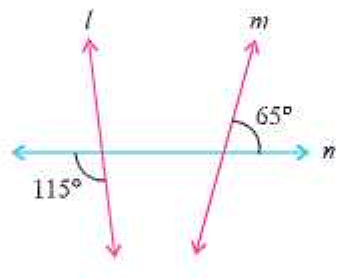
(*ii*)



(*iii*)



(*iv*)



9. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) ਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ .... ਹੈ।

(*a*) 130°, 50° (*b*) 35°, 55°

(*c*) 25°, 75° (*d*) 27°, 53°

(*ii*) ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ .... ਹੈ।

(*a*) $55°, 115°$ (*b*) $65°, 125°$

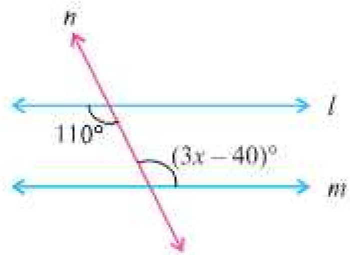
(*c*) $47°, 133°$ (*d*) $40°, 50°$

(*iii*) ਜੇਕਰ ਰੇਖੀ ਜੋੜੇ ਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰਾ ਕੋਣ .... ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*a*) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (*b*) ਅਧਿਕ ਕੋਣ

(*c*) ਸਮਕੋਣ (*d*) ਸਰਲ ਕੋਣ

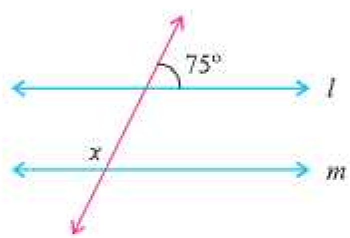
(*iv*) ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ $l \parallel m$ ਹੈ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(*a*) $50°$ (*b*) $60°$

(*c*) $70°$ (*d*) $45°$

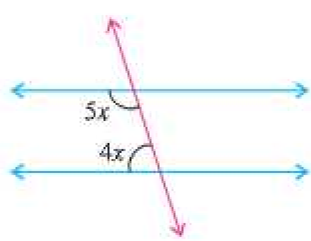
(*v*) ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ $l \parallel m$ ਹੈ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(*a*) $75°$ (*b*) $95°$

(*c*) $105°$ (*d*) $115°$

(*vi*) ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, x ਦਾ ਉਹ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ $l \parallel m$ ਹੋ ਜਾਵੇ।



(*a*) 20 (*b*) 30

(*c*) 60 (*d*) 80

ਮੰਤਵ : ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਬਣੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ

ਉਦੇਸ਼ : ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਬਣੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਪੇਪਰ ਕਟਿੰਗ ਅਤੇ ਪੇਸਟਿੰਗ ਰਾਹੀ ਦਰਸਾਉਣਾਂ।

ਪੂਰਵ ਗਿਆਨ :

(*i*) ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ, ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਅਤੇ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ

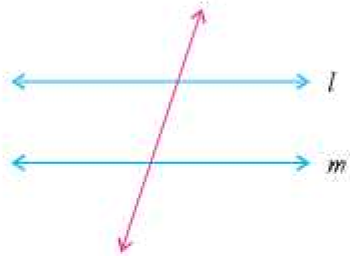
(*ii*) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ

ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮੱਗਰੀ :

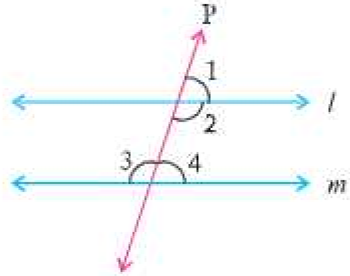
(*i*) ਸਫੈਦ ਚਾਰਟ ਪੇਪਰ
(*ii*) ਕੈਂਚੀ
(*iii*) ਜੁਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ
(*iv*) ਰੰਗਦਾਰ ਸਕੇਚ ਪੈੱਨ
(*v*) ਰੰਗਦਾਰ ਪੇਪਰ
(*vi*) ਗੂੰਦ

ਵਿਧੀ :

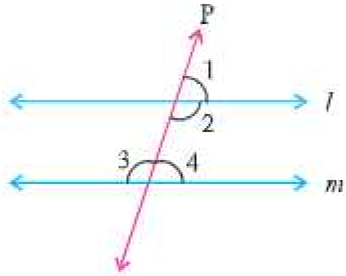
1. ਸਫੈਦ ਚਾਰਟ ਪੇਪਰ ਲਉ ਅਤੇ ਉਸ ਉੱਪਰ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਅਤੇ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ P ਬਣਾਉ।



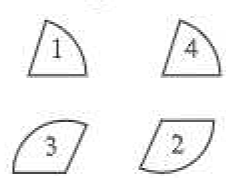
2. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਨਾਮ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਦਿਉ।



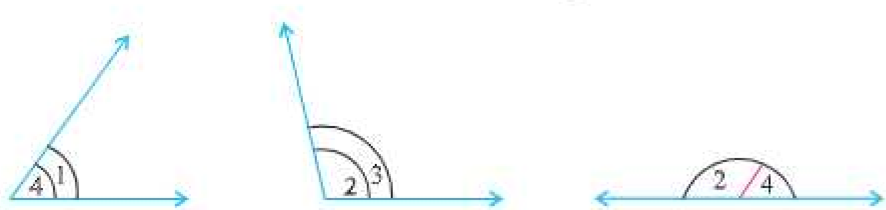
3. ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਰੰਗ ਭਰੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟੋ।



4. ਚਿੱਤਰ 4 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟੋ।



5. ਹੁਣ $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 4$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਨੂੰ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਲਗਾਉ।



ਪ੍ਰੇਖਣ : ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

(*i*) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਬਿਲਕੁਲ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਆ ਰਹੇ ਹਨ।

(*ii*) $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਬਿਲਕੁਲ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਆ ਰਹੇ ਹਨ।

(*iii*) $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਮਿਲ ਕੇ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਨਤੀਜਾ :

1 ਸੰਗਤ ਕੋਣ : $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਹਨ ਇਸ ਲਈ $\angle 1 = \angle 4$

2. ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ : $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $\angle 2 = \angle 3$

3. ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ : $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਹਨ ਇਸ ਲਈ $\angle 2 + \angle 4 = 180°$

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ?

ਉੱਤਰ— ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਹਮੇਸ਼ਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਕਦੇ ਵੀ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ।

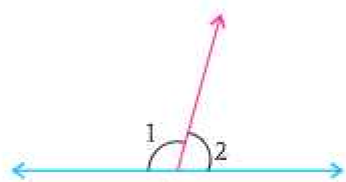
ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਦੱਸੋ ?

ਉੱਤਰ— 180°

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 3. ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸ ਸਮੇਂ ਬਣੇ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੀ ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

ਉੱਤਰ— ਉਹ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 4. ਦਰਸਾਏ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਕਿਸਮ ਦੱਸੋ।



ਉੱਤਰ— $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਦੋ ਕਿਰਨਾਂ ਜਿੰਨਾ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉੱਥੇ ਕੋਣ ਦੀ ਰਚਨਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. (*i*) ਦੋ ਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 90° ਹੋਵੇ।
   (*ii*) ਦੋ ਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੋਵੇ।
3. ਰੇਖੀ ਜੋੜੇ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
4. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਬਣੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾ ਦਾ ਜੋੜ 360° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
5. ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਜੋ ਤਲ ਤੇ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
6. ਜਦੋਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ
   (*i*) ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
   (*ii*) ਇਕਾਂਤਰ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
   (*iii*) ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
   (*iv*) ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ, ਕਿਰਨਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ ਜਾਣਗੇ।
2. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਜਿਵੇਂ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ, ਪੂਰਕ ਕੋਣ, ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ, ਲਾਗਵੇਂ ਅਤੇ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਆਦਿ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨੂੰ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ ਜਾਣਗੇ।
3. ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ ਜਾਣਗੇ।
4. ਜਦੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤਿਰਛੀ ਰੇਖਾ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀ ਵੰਡ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ ਜਾਣਗੇ।
5. ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ, ਇਮਾਰਤਾਂ, ਢਾਂਚਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਵਰਤਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ ਜਾਣਗੇ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 5.1

1. (*i*) ਸਮਕੋਣ (*ii*) ਅਧਿਕ ਕੋਣ
(*iii*) ਸਰਲ ਕੋਣ (*iv*) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ
(*v*) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (*vi*) ਨਿਊਨ ਕੋਣ

2. (*i*) $37°$ (*ii*) $0°$
(*iii*) $5°$ (*iv*) $50°$
(*v*) $90°$

3. (*i*) $125°$ (*ii*) $75°$
(*iii*) $80°$ (*iv*) $120°$
(*v*) $90°$

4. (*i*) ਸੰਪੂਰਕ (*ii*) ਸੰਪੂਰਕ
(*iii*) ਪੂਰਕ (*iv*) ਪੂਰਕ
(*v*) ਸੰਪੂਰਕ

5. $40°$ ਅਤੇ $50°$

6. $50°, 130°$

7. $45°$

8. $90°$

9. $130°$

10. (*i*) $80°$ (*ii*) $100°$

11. (*i*) $x = 100°, y = 80°$ (*ii*) $x = 120°, y = 120°, z = 60°$

12. (*i*) $x = 100°, y = 45°, z = 135°$ (*ii*) $x = 55°, y = 65°, z = 60°, p = 60°$

13. (*i*) $90°$ (*ii*) $180°$
(*iii*) ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ (*iv*) ਬਰਾਬਰ

ਅਭਿਆਸ 5.2

1. (*i*) ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ (*ii*) ਸੰਗਤ ਕੋਣ
(*iii*) ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ (*iv*) ਇਕਾਂਤਰ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ
(*v*) ਇਕਾਂਤਰ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ (*vi*) ਇੱਕੋ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ
(*vii*) ਸੰਗਤ ਕੋਣ (*viii*) ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ
(*ix*) ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ

2. (*i*) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 5$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 6$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 7$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 8$

(*ii*) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 7$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 8$,

(*iii*) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 8$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 7$

(*iv*) $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 3$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 4$, $\angle 5$ ਅਤੇ $\angle 7$, $\angle 6$ ਅਤੇ $\angle 8$

3. (*i*) $a = 80°$ $b = 80°$ $c = 80°$

(*ii*) $x = 110°$ $y = 70°$ $z = 70°$

(*iii*) $a = 70$ $b = 70°$ $c = 110°$ $d = 70°$

(*iv*) P = 105° Q = 75° R = 105° S = 105° T = 75° U = 75° V = 105°

4. (*i*) $x = 36$ (*ii*) $x = 20$

(*iii*) $x = 36$ (*iv*) $x = 20$

5. (*a*) (*i*) 65° (*ii*) 65°

(*b*) (*i*) 70° (*ii*) 70°

6. $x = 65°$ $y = 65°$ 7. $x = 10$

8. (*i*) ਨਹੀਂ (*ii*) ਹਾਂ

(*iii*) ਨਹੀਂ (*iv*) ਹਾਂ

9. (*i*) (*b*) (*ii*) (*c*) (*iii*) (*b*)

(*iv*) (*a*) (*v*) (*c*) (*vi*) (*a*)

ਪਾਠ 6

L5X5J1

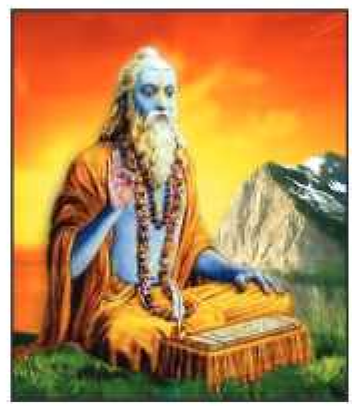
ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

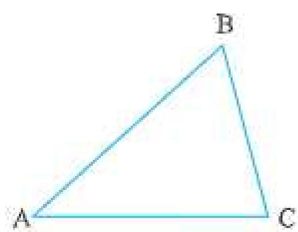
1. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਨ ਕਰਨਾ।
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਅਤੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿਚਲੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
3. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿਚਲੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
4. ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
5. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲਈ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਗੁਣ, ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਗੁਣ ਅਤੇ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਦਾ ਮਾਨ (Our Nations's Pride)



ਬੋਧਾਯਨ (ਲਗਭਗ 800 ਬੀ.ਸੀ.-740ਬੀ. ਸੀ.) ਬੋਧਾਯਨ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਲਿਖੇ ਗਏ ਸੁਲਭ ਸੂਤਰ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਬੋਧਾਯਨ ਸੂਤਰ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਦੇ ਲੇਖਕ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬੋਧਾਯਨ ਸੁਲਭਸੂਤਰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗਣਿਤਕ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਿਹ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਕਈ ਸਕੰਲਪ ਹਨ ਜਿੰਨ੍ਹਾ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਣ ਵਾਲਾ ਬੋਧਾਯਨ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾ ਸੀ ਤੇ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਪੱਛਮੀ ਜਗਤ ਵਿੱਚ ਖੋਜਿਆ ਗਿਆ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਜਾਣ ਕੇ ਹੈਰਾਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ਕਿ ਜੋ ਅੱਜ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਦੇ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਕਈ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਬੋਧਾਯਨ ਦੇ ਸੁਲਭ ਸੂਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਸੀ। ਪਾਈ (π) ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਵੀ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਬੋਧਾਯਨ ਨੇ ਹੀ ਕੀਤੀ ਸੀ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

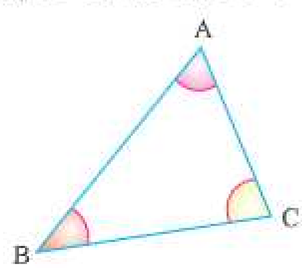


ਤ੍ਰਿਭੁਜ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਤਿੰਨ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਇੱਕ ਬੰਦ ਸਰਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸਿਖਰ, ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ABC ਇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ। ਇਸ ਦੀਆਂ

(*i*) ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ AB, BC, CA ਹਨ।

(*ii*) ਤਿੰਨ ਕੋਣ $\angle BCA$, $\angle BAC$ ਅਤੇ $\angle ABC$ ਜਿੰਨਾ ਨੂੰ $\angle C$, $\angle A$, $\angle B$ (ਕ੍ਰਮਵਾਰ) ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

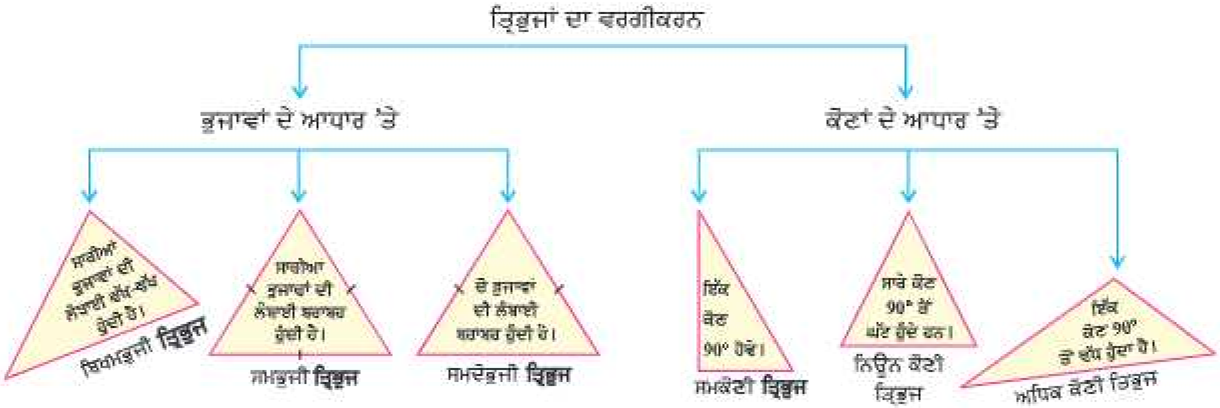
(*iii*) ਤਿੰਨ ਸਿਖਰ A, B, C ਹਨ।
ਇਥੇ A ਭੁਜਾ BC ਦਾ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰ ਹੈ। B ਭੁਜਾ CA ਦਾ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰ ਅਤੇ C ਭੁਜਾ AB ਦਾ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰ ਹੈ।



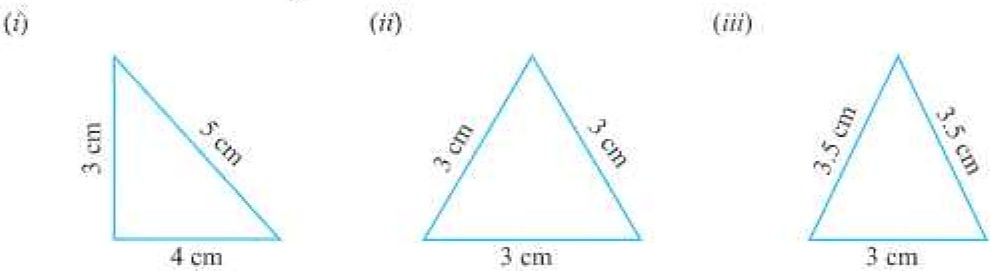
ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ : ΔABC ਵਿਚ, $\angle BAC$, $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle ACB$ ਨੂੰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੋਣ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਹਨ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਨ (Classification of Triangles)

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।

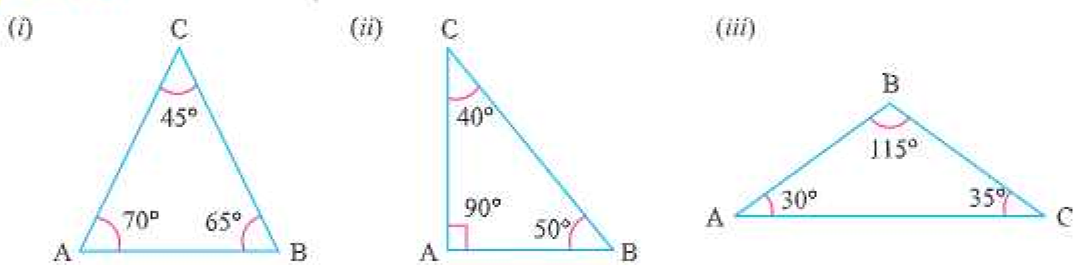


ਹੱਲ : (i) ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

(ii) ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

(iii) ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।

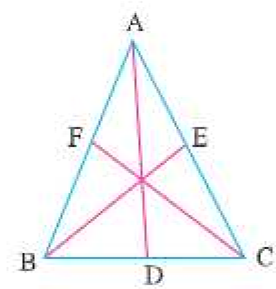


ਹੱਲ : (i) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿਚ, ਸਾਰੇ ਕੋਣ 90° ਤੋਂ ਘੱਟ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

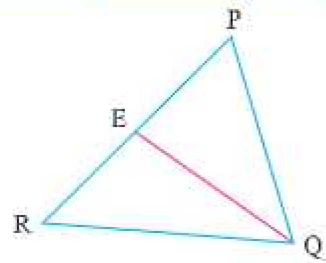
(ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿਚ, $\angle A = 90^\circ$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

(iii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿਚ $\angle B = 115^\circ$ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 90° ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ (Median): ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਨੂੰ ਮੱਧਿਕਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਦਰਸਾਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ΔABC ਵਿੱਚ D, E ਅਤੇ F ਭੁਜਾ BC, ਭੁਜਾ CA, ਭੁਜਾ AB ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਅਤੇ AD, BE ਅਤੇ CF ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹਨ।



ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਬਣਾਉ ਇਸ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ΔPQR ਦੀ ਇੱਕ ਮੱਧਿਕਾ QE ਖਿੱਚੋ।



ਹੱਲ : ΔPQR ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ QE ਲਈ ਸਾਨੂੰ PR ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ E ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ QE ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ :

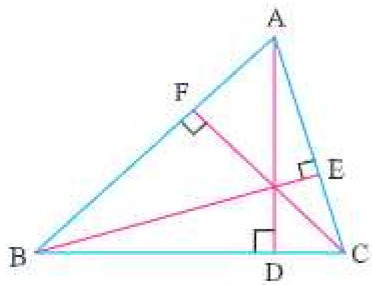
(*i*) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ 'ਕੇਂਦਰਕ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

(*ii*) ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਹਨ।

(*iii*) ਮੱਧਿਕਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ।

(*iv*) ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਚ ਸਾਰੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਹਮੇਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਸਿਖਰਲੰਬ (Altitude) : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ 'ਤੇ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਲੰਬ, ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



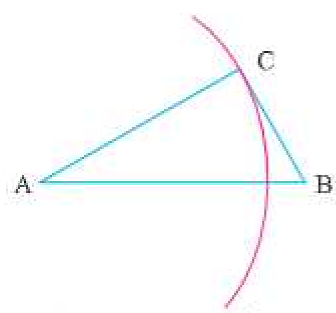
ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, AD, BE ਅਤੇ CF, ΔABC ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਿਖਰ A, B ਅਤੇ C ਤੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁਖ ਭੁਜਾ ਤੇ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਹਨ।

ਕਿਰਿਆ

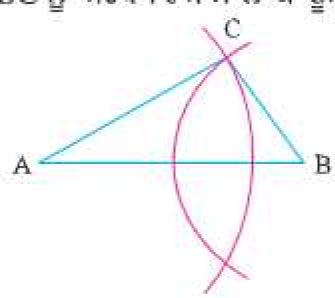
ਕਿਰਿਆ ਰਾਹੀਂ ਸਿਖਰਲੰਬ ਬਣਾਉਣਾ-

ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC :-

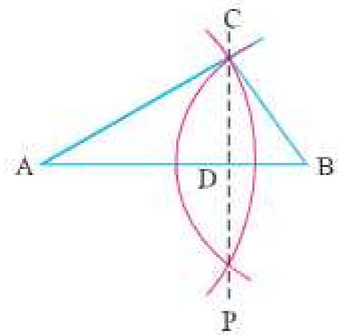
1. A ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AC ਨੂੰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇਕ ਚਾਪ ਖਿੱਚੋ।



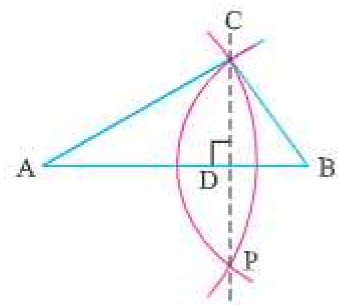
2. B ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਲੈ ਕੇ ਅਤੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ BC ਨੂੰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਦੂਸਰੀ ਚਾਪ ਖਿੱਚੋ।



3. ਦੋਨੋਂ ਚਾਪਾਂ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਸਿਖਰ C ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਉ ਦੂਸਰਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ P ਹੈ।



4. C ਅਤੇ P ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।
5. PC, AB ਨੂੰ ਇਕ ਬਿੰਦੂ D 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।
6. ਹੁਣ CD ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਹੈ।



ਧਿਆਨ ਦਿਓ :

(*i*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸਿਖਰਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(*ii*) ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(*iii*) ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਹਨ।

(*iv*) ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਚ, ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਜੋ ਕਿ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਸਰੇ ਦੋ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਹਨ।

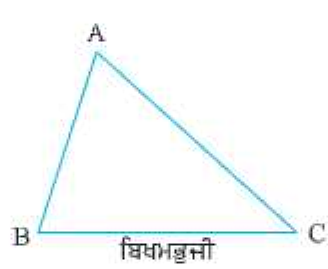
(*v*) ਇਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਚ ਦੋ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਲੰਬ ਅਤੇ ਆਧਾਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਤੀਸਰੀ, ਭੁਜਾ 'ਤੇ ਬਣਿਆ ਲੰਬ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(*vi*) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਇੱਕੋ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

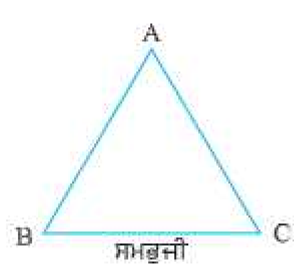
(*vii*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਜਿਸਨੂੰ ਕਿ ਲੰਬ ਕੇਂਦਰ (Orthocentre) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ A ਤੋਂ BC 'ਤੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਖਿੱਚੋ।

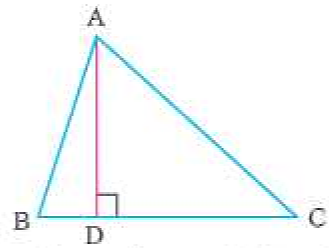
(*i*)



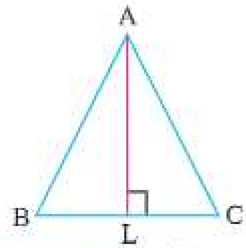
(*ii*)



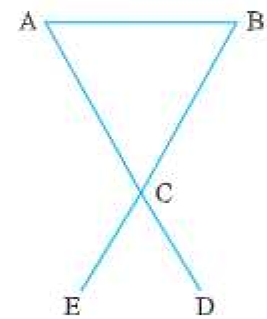
ਹੱਲ : (*a*) ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, AD, A ਤੋਂ BC 'ਤੇ ਸਿਖਰਲੰਬ ਹੈ।



(*b*) ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, AL, ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ BC 'ਤੇ ਸਿਖਰਲੰਬ ਹੈ।



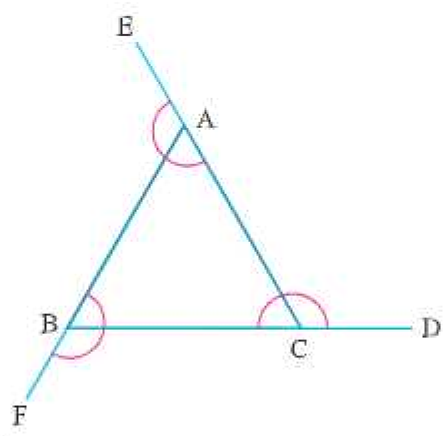
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ (Exterior Angle) : ਜਦੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੂਜਾ ਵਧਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਬਣਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ΔABC, ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ AC ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ D ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ $\angle BCD$ ਇੱਕ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ BC ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ E ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ $\angle ACE$ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਹੋਵੇਗਾ।



ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਜੋ ਕਿ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਤੀਸਰੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਲਾਗਵਾਂ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ $\angle ACE$ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਹੈ ਤਾਂ $\angle BCA$, $\angle ACE$ ਦਾ ਲਾਗਵਾਂ ਅੰਦਰਲਾ ਕੋਣ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਦੋਵੇਂ ਕੋਣ $\angle CAB$ ਅਤੇ $\angle CBA$ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ$180°$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਲਾਗਵਾਂ ਅੰਦਰਲਾ ਕੋਣ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।



$\therefore$ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ΔABC ਵਿੱਚ,

$\angle BAC + \angle BAE = 180°$

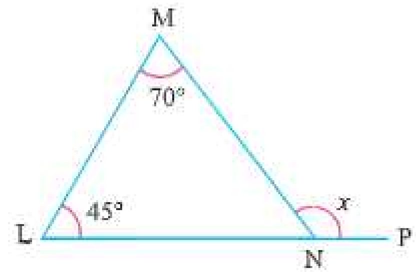
$\angle CBA + \angle CBF = 180°$

$\angle ACB + \angle ACD = 180°$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਗੁਣ (Exterior angle property of a triangle)

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ, ਉਸ ਦੇ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle LMN = 70^\circ$

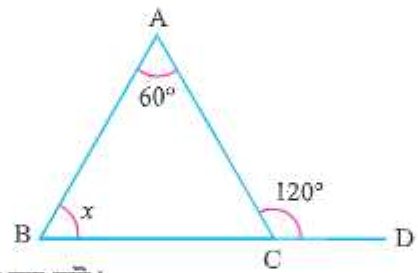
ਅਤੇ $\angle MLN = 45^\circ$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ

$$\angle LMN + \angle MLN = \angle MNP$$
$$70^\circ + 45^\circ = x$$
$$115^\circ = x$$

ਭਾਵ $x = 115^\circ$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ ਕੋਣ x ਪਤਾ ਕਰੋ।

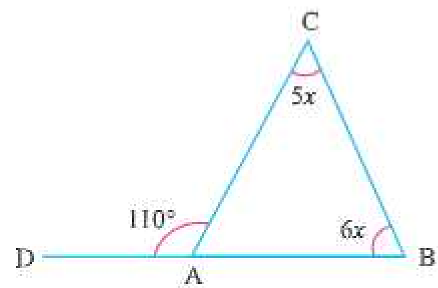


ਹੱਲ : ΔABC ਵਿਚ, $\angle A = 60^\circ$, ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ $\angle ACD = 120^\circ$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ

$$60^\circ + x = 120^\circ$$
$$x = 120^\circ - 60^\circ$$
$$x = 60^\circ$$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle BCA$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿਚ $\angle ACB = 5x$, $\angle CBA = 6x$

ਅਤੇ $\angle CAD = 110^\circ$

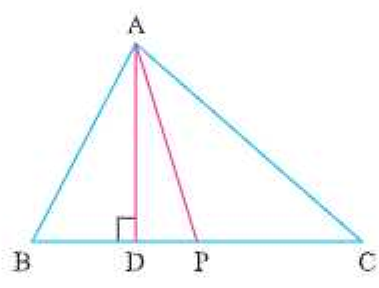
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ

$$\angle ACB + \angle CBA = \angle CAD$$
$$5x + 6x = 110^\circ$$
$$11x = 110^\circ$$
$$x = \frac{110^\circ}{11}$$
$$x = 10^\circ$$

$\therefore$ $\angle CBA = 6 \times 10^\circ = 60^\circ$

$\angle ACB = 5 \times 10^\circ = 50^\circ$

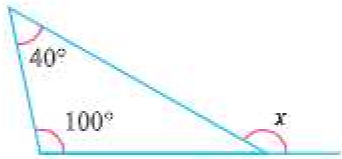
ਅਭਿਆਸ - 6.1



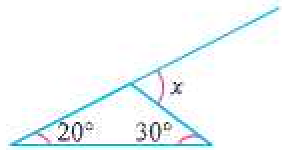
1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ P ਭੁਜਾ BC ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਤਾਂ
   (i) BP = ...
   (ii) $\angle ADC$ = ...
   (iii) BD = BC (ਸਹੀ/ਗਲਤ)
   (iv) AD, ΔABC ਦਾ .... ਹੈ।
   (v) AP, ΔABC ਦਾ .... ਹੈ।
2. (a) ਇੱਕ ΔABC ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਉਸਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ AD, BE ਅਤੇ CF ਖਿਚੋ।
   (b) ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਇਸਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ। ਇਨਾਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ
   (c) ਇਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਖਿਚੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = BC ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਵੀ ਖਿਚੋ।

3. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

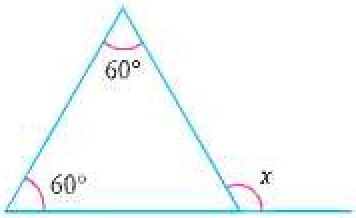
(*i*)



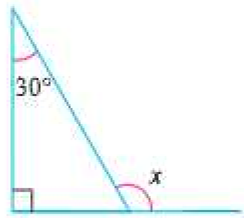
(*ii*)



(*iii*)

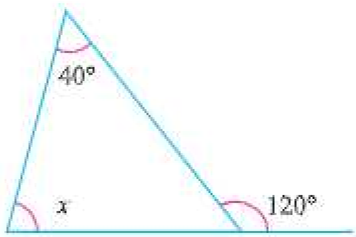


(*iv*)

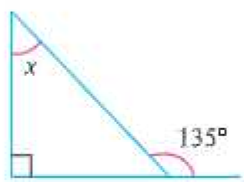


4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

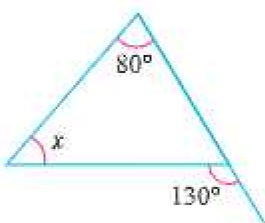
(*i*)



(*ii*)



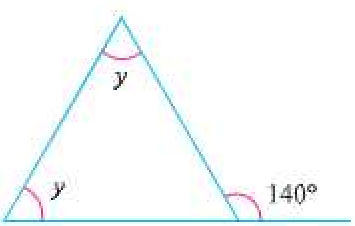
(*iii*)



(*iv*)

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*)



(*ii*)

(*iii*)

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਗੁਣ : ΔABC ਵਿੱਚ, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$.

ਇਸ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਲਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

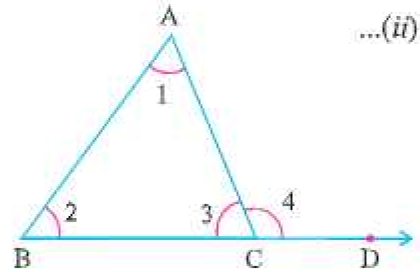
ਇਥੇ $\angle 1$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$, ΔABC ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਹਨ ਅਤੇ $\angle 4$ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ [ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਗੁਣ] ...(*i*)

(*i*) ਵਿੱਚ $\angle 3$ ਨੂੰ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਜੋੜਨ 'ਤੇ

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 3$ ...(*ii*)



ਪਰੰਤੂ $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ

$\therefore \quad \angle 4 + \angle 3 = 180°$

(*ii*) ਤੋਂ

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

ਜਾਂ $\quad \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$

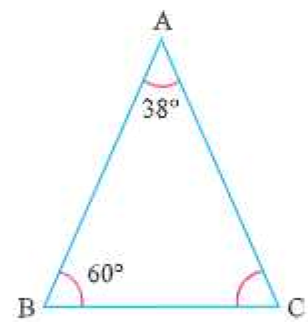
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਕੀ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ 50°, 70°, 90° ਕੋਣ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?

ਹੱਲ : $50° + 70° + 90° = 210°$

ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਗੁਣ)

$\therefore$ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ 50°, 70° ਅਤੇ 90° ਕੋਣ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle C$ ਪਤਾ ਕਰੋ



ਹੱਲ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

ਜਾਂ $\quad 38° + 60° + \angle C = 180°$

$98° + \angle C = 180°$

$\angle C = 180° - 98°$

$\angle C = 82°$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ $(3x + 4)°$, $(2x + 8)°$ ਅਤੇ $(3x + 8)°$ ਹਨ। ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$(3x + 4)° + (2x + 8)° + (3x + 8)° = 180°$

$(8x + 20)° = 180°$

$(8x)° = 180° - 20°$

$(8x)° = 160°$

$x = \frac{160}{8} = 20°$

$\therefore \quad x = 20°$

$\therefore$ ਲੋੜੀਂਦੇ ਕੋਣ $= (3x + 4)°, (2x + 8)°$ ਅਤੇ $(3x + 8)°$

$= (3 \times 20 + 4)°, (2 \times 20 + 8)°$ ਅਤੇ $(3 \times 20 + 8)°$

$= 64°, 48°, 68°$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 3 : 4 : 5 ਹੈ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ $3x$, $4x$ ਅਤੇ $5x$ ਹੈ।

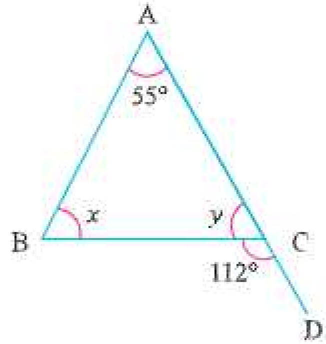
ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ

$$(3x) + (4x) + (5x) = 180^\circ$$
$$(12x) = 180^\circ$$
$$x = \frac{180^\circ}{12}$$
$$x = 15^\circ$$

ਲੋੜੀਂਦੇ ਕੋਣ $= 3 \times 15^\circ, 4 \times 15^\circ, 5 \times 15^\circ$

$\therefore \quad = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ΔABC ਵਿਚ, AC ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ D ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

$\therefore \quad 55^\circ + x = 112^\circ$ [ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ]

ਜਾਂ $x = 112^\circ - 55^\circ$

$x = 57^\circ$ ...(1)

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ

$55^\circ + x + y = 180^\circ$ (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਗੁਣ)

$55^\circ + 57^\circ + y = 180^\circ$ (1 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ 'ਤੇ)

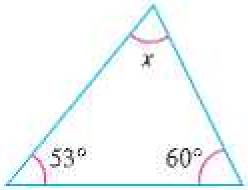
$$112^\circ + y = 180^\circ$$
$$y = 180^\circ - 112^\circ$$
$$y = 68^\circ$$

ਅਭਿਆਸ - 6.2

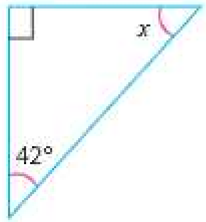
1. ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਨਾਲ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ :
   - (a) 35°. 70°, 65°
   - (b) 70°. 50°, 60°
   - (c) 90°, 80°, 20°
   - (d) 60°, 60°, 60°
   - (e) 90°, 90°, 90°

2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

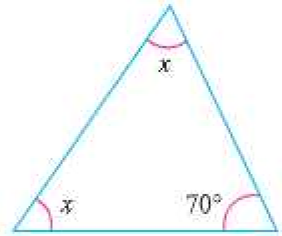
(*i*)



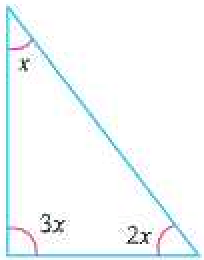
(*ii*)



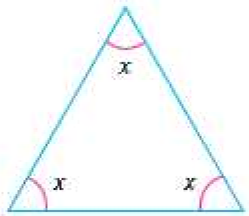
(*iii*)



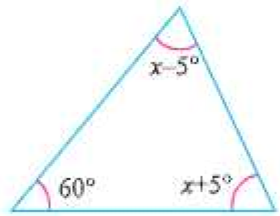
(*iv*)



(*v*)

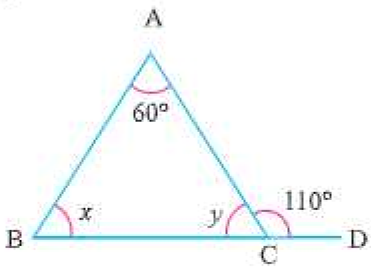


(*vi*)

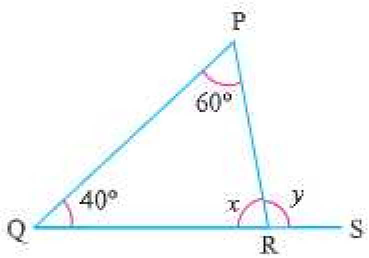


3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

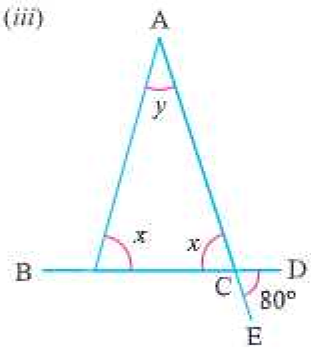
(*i*)



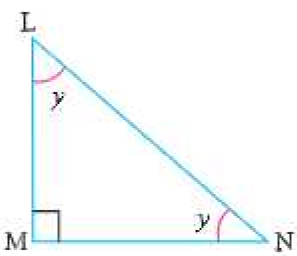
(*ii*)



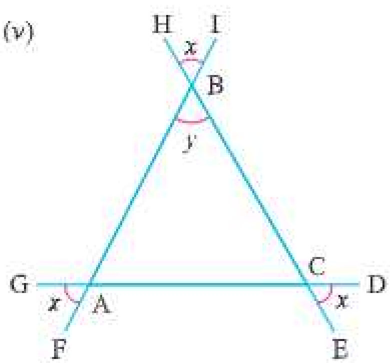
(*iii*)



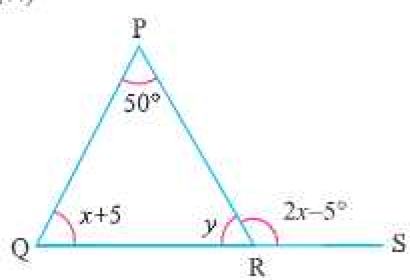
(*iv*)



(*v*)



(*vi*)



4. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 5 : 6 : 7 ਹੈ। ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 60° ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 4 : 8 ਹੈ। ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ, $\angle B = 50°$, $\angle C = 62°$ ਤਾਂ $\angle A$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਚ ਦੋ ਨਿਊਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 2 : 3 ਹੈ। ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ $(2x + 20)°$, $(x + 30)°$ ਅਤੇ $(2x - 10)°$ ਹਨ। ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

9. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ .... ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

(*a*) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (*b*) ਅਧਿਕ ਕੋਣ

(*c*) ਸਮਕੋਣ (*d*) ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ

(*ii*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਮਾਪਾਂ ਨਾਲ ਤਿਕੋਣ ਸੰਭਵ ਹੈ ?

(*a*) $30°, 40°, 100°$ (*b*) $60°, 60°, 70°$

(*c*) $60°, 50°, 70°$ (d) $90°, 89°, 92°$

(*iii*) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਕੋਣ $45°$ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਤੀਸਰਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*a*) $45°$ (*b*) $60°$

(*c*) $100°$ (*d*) $90°$

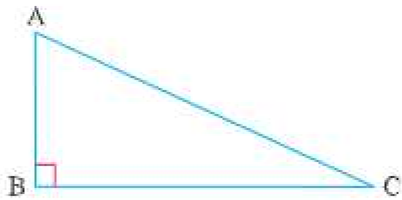
(*iv*) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਅਧਿਕ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ .... ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

(*a*) 2 (*b*) 1

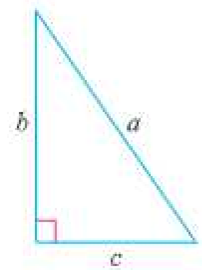
(*c*) 3 (*d*) 4

ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ

ਈਸਾ ਦੀ ਛੇਵੀਂ ਸਦੀ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਯੂਨਾਨੀ ਦਾਰਸ਼ਨਿਕ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਨੇ, ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਾਲ ਸੰਬਧਿਤ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਅਤੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੁਣ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ, ਅਤੇ ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਨਾਮ ਤੋਂ ਹੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇਸ ਗੁਣ ਦਾ ਗਿਆਨ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਦੇਸ਼ਾ ਦੇ ਲੋਕਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਸੀ। ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤਕ ਬੋਧਯਾਨ 'ਨੇ ਵੀ ਇਸ ਗੁਣ ਦੇ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੱਤੀ ਸੀ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

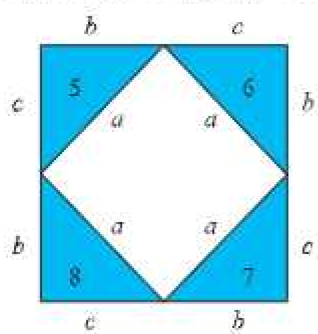


ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਉਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਮ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਸਮਕੋਣ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ '**ਕਰਨ**' ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਬਾਹਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

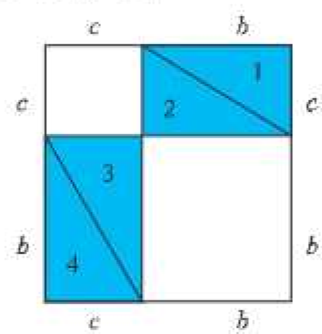


ΔABC ਵਿੱਚ, ਸਿਖਰ B ਉਤੇ ਸਮਕੋਣ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, AC ਇਸ ਦਾ ਕਰਨ ਹੈ। $\overline{AB}$ ਅਤੇ $\overline{BC}$ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀਆਂ ਦੋ ਬਾਹਾਂ ਹਨ।

ਕਿਸੇ ਵੀ ਮਾਪ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਲੈ ਕੇ ਉਸਦੇ ਅੱਠ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪ ਬਣਾਉ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦੇ 'ਕਰਨ' ਦਾ ਮਾਪ a ਇਕਾਈ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ b ਇਕਾਈ ਅਤੇ c ਇਕਾਈ ਹੈ। ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਮਾਪ ਵਾਲੇ ਦੋ ਵਰਗ ਬਣਾਉ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ $b + c$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ। ਹੁਣ ਆਪਣੇ ਅੱਠ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਵਰਗ A ਅਤੇ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ B ਵਿੱਚ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

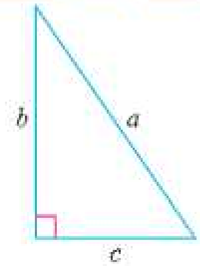


ਵਰਗ A



ਵਰਗ B

ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਵਰਗ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਭਾਵ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ਅਤੇ ਰੱਖੇ ਗਏ ਅੱਠ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ।



ਅੰਤ ਵਿਚ ਵਰਗ A ਦਾ ਢੱਕਿਆ ਖੇਤਰਫਲ = ਵਰਗ B ਦਾ ਢੱਕਿਆ ਖੇਤਰਫਲ

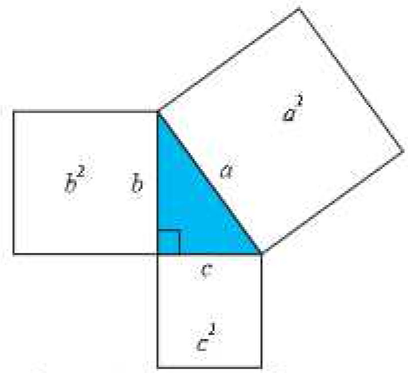
ਜਾਂ ਵਰਗ A ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਵਰਗ B ਦੇ ਅੰਦਰ ਦੋਨੋਂ ਅਣ-ਢੱਕੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਜੋੜ

ਭਾਵ, $a^2 = b^2 + c^2$

ਇਹ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ

ਕਰਨ ਉੱਪਰ ਬਣਿਆ ਵਰਗ = ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਬਾਹਾਂ ਉਪਰ ਬਣੇ ਦੋਨੋਂ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ।

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ, ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਪੂਰਨ ਗੁਣ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਕਿਸੇ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਚ ਕਰਨ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਦੋਨੋ ਬਾਹਾਂ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਇੱਕ ਵਰਗਕਾਰ ਕਾਗਜ਼ ਲੈ ਕੇ,ਉਸ ਉੱਪਰ ਇਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉ। ਇਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉੱਪਰ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਸਿੱਧ ਕੀਤੇ ਰੂਪ ਦੀ ਵਿਹਾਰਕ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ।

ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਉੱਪਰ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਹੁਣ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਉੱਪਰ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਕੀ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਅਜਿਹੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਉਲਟ ਸਮੱਸਿਆ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿਖਾਵਾਂਗੇ ਕਿ ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ (Pythagoras Theorem)

ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਕਰਨ ਦਾ ਵਰਗ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

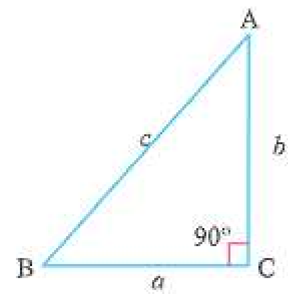
ਹੁਣ ਸਮਕੋਣ ΔABC ਵਿੱਚ, $\angle C = 90°$

$$\therefore \quad AB^2 = BC^2 + AC^2$$

ਜੇ $AB = c, BC = a, AC = b$

ਤਾਂ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

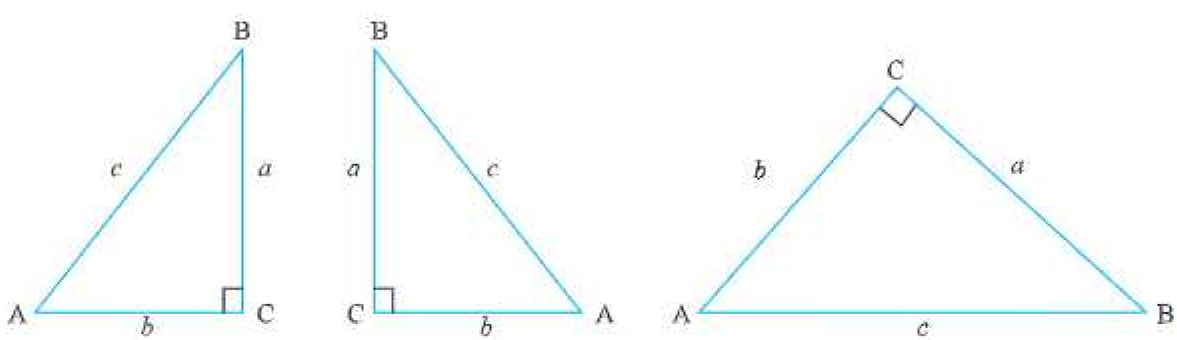


ਸਮਕੋਣ ΔABC ਵਿੱਚ 'ਕਰਨ' AB ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਬਾਹਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਪੜਤਾਲ

ਉਪਰਲਾ ਨਤੀਜਾ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਕਿਰਿਆ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕਿਰਿਆ : ਮੰਨ ਲਉ ਤਿੰਨ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ T_1, T_2 ਅਤੇ T_3 ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਹਨ। ਹਰ ਇੱਕ ਦਾ ਨਾਮ ΔABC ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle C = 90°$ ਹੈ।



ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ a, b ਅਤੇ ਕਰਨ c ਨੂੰ ਮਾਪੋ ਅਤੇ a^2, b^2 ਅਤੇ c^2 ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਕੇ ਸਾਰਣੀ ਭਰੋ।

ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ	ਮਾਪ			ਗਣਨਾ				
	a	b	c	a^2	b^2	c^2	a^2+b^2	$c^2-(a^2+b)$
T_1								
T_2								
T_3								

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰੇਕ ਵਾਰ, $c^2-(a^2+b^2)=0$

ਇਸ ਲਈ $c^2=a^2+b^2$.

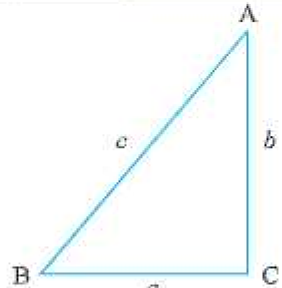
ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਕਰਨ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਹੈ

ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ

$c^2=a^2+b^2$ [ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਦੁਆਰਾ]

$\Rightarrow \quad c^2>a^2$ ਅਤੇ $c^2>b^2$

$\Rightarrow \quad c>a$ ਅਤੇ $c>b$



ਦੇਖੋ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਕਰਨ, ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਕਰਨ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਜੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾਂ ਦਾ ਵਰਗ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ΔABC ਵਿੱਚ, ਜੇ $AB^2=BC^2+AC^2$ ਤਾਂ ΔABC, C 'ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਤ੍ਰਿਗੁਟ (Pythagorean triplets) :

ਤਿੰਨ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b, c (ਇਸੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ) ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਤ੍ਰਿਗੁਟ $c^2=a^2+b^2$

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ

ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਂਵਾਂ 3, 4, 5 ਲਉ। ਮਨੰ ਲਉ $a=3$, $b=4$, $c=5$

$\therefore \quad a^2+b^2 = 3^2+4^2 = 9+16 = 25$

$c^2 = 5^2 = 25$

$\therefore \quad a^2+b^2 = c^2$

$\therefore$ **3, 4, 5 ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਤ੍ਰਿਭੁੱਜ ਹਨ।**

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਤ੍ਰਿਗੁਟ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨ (3, 4, 5) (5, 12, 13) (6, 8, 10) (7, 24, 25), (8, 15, 17) ਆਦਿ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਹੇਠਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈਂ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

(*i*) **6 cm, 8 cm, 10 cm** (*ii*) **5 cm, 8 cm, 11 cm**

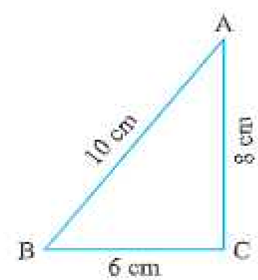
ਹੱਲ : (*i*) ΔABC ਵਿੱਚ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ AB = 10 cm

$\therefore \quad (BC)^2+(AC)^2 = 6^2+8^2 = 36+64 = 100 = 10^2$

$\Rightarrow \quad (BC^2)+(AC^2) = (10)^2 \quad ....(1)$

ਅਤੇ $(AB)^2 = (10)^2 \quad ....(2)$

(1) ਅਤੇ (2) ਤੋਂ $(AB)^2 = (BC)^2+(AC)^2$



ਇਸ ਲਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 6 cm, 8 cm ਅਤੇ 10 cm ਹਨ, ਉਹ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

(*ii*) ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ AB = 11 cm

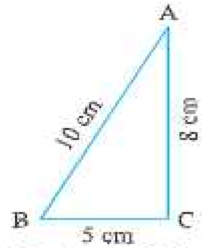
ਹੁਣ $(AB)^2 = (11)^2 = 121$

$(BC)^2 + (AC)^2 = 5^2 + 8^2 = 25 + 64$

or $(BC)^2 + (AC)^2 = 89$

ਪਰੰਤੂ $89 \neq 121$

∴ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 5 cm, 8 cm ਅਤੇ 11 cm ਹਨ, ਉਹ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

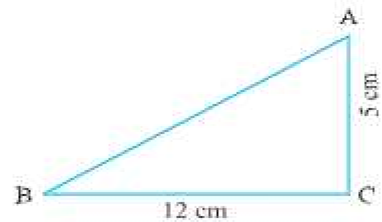


ਉਦਾਹਰਨ-2 : ΔABC ਵਿੱਚ ∠C = 90° ਹੈ। ਜੇਕਰ AC = 5 cm ਅਤੇ BC = 12 cm ਹੋਵੇ ਤਾਂ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ

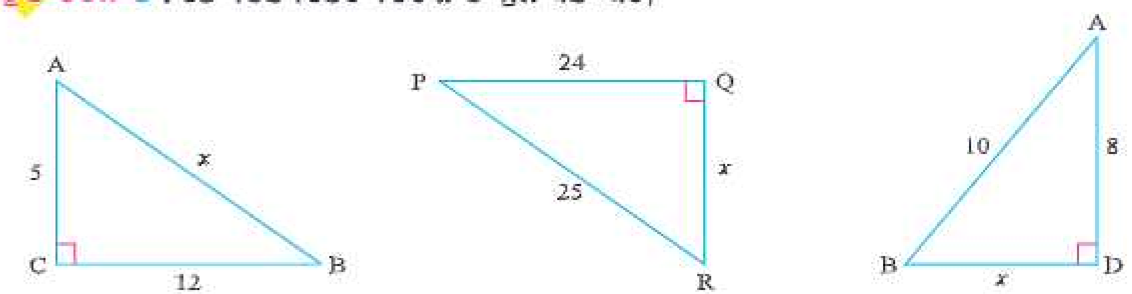
ਹੱਲ : AC = 5 cm, BC = 12 cm

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਤੋਂ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$= 5^2 + 12^2$$
$$= 25 + 144$$
$$= 169 = 13^2$$
$$\Rightarrow AB = 13 \text{ cm}$$



ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ,



ਹੱਲ : (*i*) ΔABC ਵਿੱਚ, ∠C = 90°, ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਤੋਂ

$$AB^2 = BC^2 + CA^2$$
$$x^2 = 12^2 + 5^2$$
$$x^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2$$
$$\Rightarrow x = 13 \text{ cm}$$

(*ii*) ΔPQR ਵਿੱਚ ∠Q = 90°, ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਤੋਂ

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$
$$25^2 = 24^2 + x^2$$
$$625 = 576 + x^2 \Rightarrow x^2 = 625 - 576$$
$$x^2 = 49 = 7^2$$
$$\Rightarrow x = 7 \text{ cm}$$

(*iii*) ΔABD ਵਿੱਚ ∠ADB = 90°, ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਤੋਂ

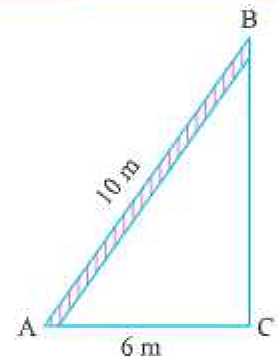
$$AB^2 = BD^2 + AD^2$$
$$10^2 = x^2 + 8^2$$
$$100 = x^2 + 64 \Rightarrow x^2 = 100 - 64$$
$$\Rightarrow x^2 = 36 = 6^2$$
$$\Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਇੱਕ 10 m ਲੰਬੀ ਪੌੜੀ ਇਕ ਦੀਵਾਰ ਨਾਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੀ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਪੌੜੀ ਦਾ ਹੇਠਲਾ ਹਿੱਸਾ ਦੀਵਾਰ ਤੋਂ 6 m ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ। ਪੌੜੀ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ AB ਇੱਕ ਪੌੜੀ ਹੈ ਅਤੇ BC ਇਸ ਦੀ ਉਚਾਈ ਹੈ। AB = 10 m, AC = 6 m

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$
$$= 10^2 - 6^2$$
$$= 100 - 36$$
$$= 64$$
$$BC^2 = 64 = 8^2$$
$$\therefore \quad BC = 8$$



ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਉਚਾਈ = 8 m

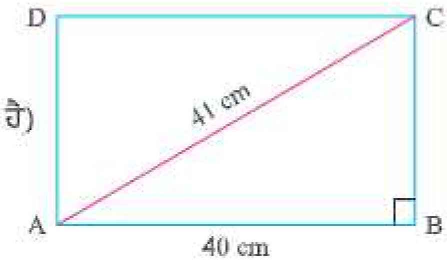
ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 40 cm ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ 41 cm ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ

AB = 40 cm ਅਤੇ ਵਿਕਰਨ AC = 41 cm

ΔABC ਵਿਚ $\angle B = 90°$ (ਆਇਤ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ 90° ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ)

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ



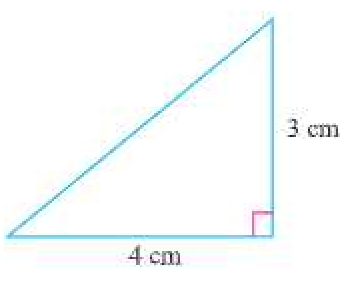
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$\Rightarrow \quad 41^2 = 40^2 + BC^2$$
$$BC^2 = 41^2 - 40^2$$
$$= 1681 - 1600 = 81 = 9^2$$
$$BC = 9 \text{ cm}$$

ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ $= 2(AB + BC) = 2(40 + 9) \text{ cm} = (2 \times 49) = 98 \text{ cm}$

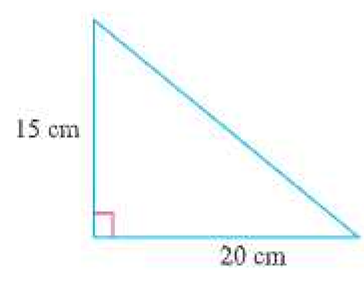
ਅਭਿਆਸ - 6.3

1. ਹੇਠਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਅਗਿਆਤ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ

(*i*)



(*ii*)



2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ

(*i*) 4*cm*, 5*cm*, 7*cm*

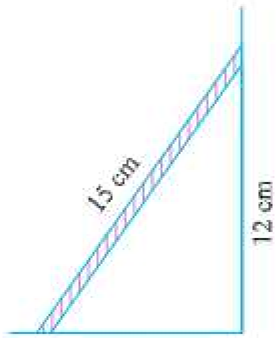
(*ii*) 1.5*cm*, 2*cm*, 2.5*cm*

(*iii*) 2*cm*, 2*cm*, 5*cm*

ਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਮਕੋਣ ਹਨ ਤਾਂ ਸਮਕੋਣ ਵੀ ਦੱਸੋ।

3. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 15 cm ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 17 cm ਹੈ।

4. ਇੱਕ 15 m ਲੰਬੀ ਪੌੜੀ ਨੂੰ ਦੀਵਾਰ ਤੋਂ 12 m ਉੱਚਾਈ ਤੇ ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ 'ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪੌੜੀ ਦਾ ਹੇਠਲਾ ਸਿਰਾ ਦੀਵਾਰ ਤੋਂ 'a' ਇਕਾਈ ਦੂਰ ਹੈ। ਪੌੜੀ ਦੀ ਦੀਵਾਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



5. ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ 5 cm ਹੈ। ਜੇਕਰ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 8 cm ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੇ ਵਿਕਰਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕਰਨ ਦਾ ਵਰਗ 50 m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸ ਦੇ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ΔABC ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿੱਥੇ $\angle C = 90^\circ$ ਜੇਕਰ AC = 8 cm ਅਤੇ BC = 6 cm ਹੋਵੇ ਤਾਂ AB ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਤ੍ਰਿਗੁਟ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ?

   (*i*) (5, 7, 12) (*ii*) (3, 4, 5)
   (*iii*) (8, 9, 10) (*iv*) (5, 12, 13)

9. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

   (*i*) ΔABC ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ $\angle A = 40^\circ$ ਅਤੇ $\angle B = 55^\circ$ ਤਾਂ $\angle C$ ਦਾ ਮੁੱਲ
   (*a*) 75° (*b*) 80°
   (c) 95° (*d*) 85°

   (*ii*) ਜੇਕਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ 35°, 35° ਅਤੇ 110° ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹ ਹੈ।
   (*a*) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (*b*) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
   (*c*) ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (*d*) ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ

   (*iii*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।
   (*a*) ਸਮਕੋਣ (*b*) ਅਧਿਕ ਕੋਣ
   (*c*) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (*d*) ਸਰਲ ਕੋਣ

   (*iv*) ਇੱਕ ਤਿਭੁਜ ਜਿਸ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ 35°, 55° ਅਤੇ 90° ਹਨ ਉਹ ਹੈ।
   (*a*) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (*b*) ਸਮਕੋਣ ਭੁਜੀ
   (*d*) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (*d*) ਸਮਦੋਭੁਜੀ

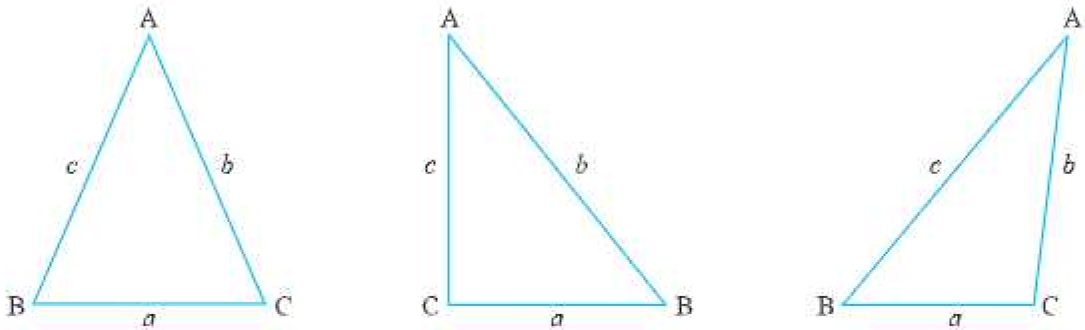
   (*v*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਕੋਣ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।
   (*a*) 40°, 65°, 75° (*b*) 50°, 56°, 74°
   (*c*) 72°, 63°, 45° (*d*) 67°, 42°, 81°

   (*vi*) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੇਠਾਂ ਹੈ :
   (*a*) 6, 4, 10 (*b*) 5, 3, 7
   (*c*) 7, 8, 9 (*d*) 3.6, 5.4, 8

   (*vii*) ਇਸ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 6 cm ਅਤੇ 8 cm ਹਨ। ਕਰਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ।
   (*a*) 14*cm* (*b*) 10*cm*
   (*c*) 11*cm* (*d*) 12*cm*

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਸਮਾਨਤਾ (Triangle In equality)

ਹੇਠ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਬਣਾਓ-ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ



ਮੰਨ ਲਓ BC = a, AC = b ਅਤੇ AB = C

ਹੁਣ ਇਹਨਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਮਾਪੋ

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ

$$a + b > c, b + c > a, c + a > b$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਕਿ

ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ ?

(*a*) **8, 10, 15** (*b*) **18, 10, 6**

(*c*) **6, 2, 8**

ਹੱਲ : (*a*) ਕਿਉਂਕਿ $8 + 10 > 15, 10 + 15 > 8, 15 + 8 > 10$

ਇਸ ਲਈ, 8, 10, 15 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

(*b*) ਕਿਉਂਕਿ $10 + 6 < 18$ ਇਸ ਲਈ 10, 6, 18 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ।

(*c*) ਕਿਉਂਕਿ $6 + 2 = 8$ ਜੋ ਕਿ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 6, 2, 8 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ΔABC ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ O ਹੈ। ਦਿਖਾਉ ਕਿ

(*i*) **OA + OB > AB** (*ii*) **OB + OC > BC**

(*iii*) **OC + OA > AC** (*iv*) **2 (OA + OB + OC) > AB + BC + CA**

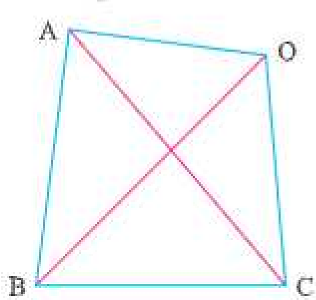
ਹੱਲ : (*i*) OA, OB ਅਤੇ AB, ΔOAB ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

∴ OA + OB > AB (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ)

(*ii*) OB, OC ਅਤੇ BC, ΔOBC ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ

∴ OB + OC > BC (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ)

(*iii*) OC, OA ਅਤੇ AC, ΔOAC ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ



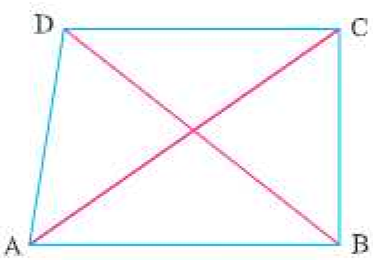
$\therefore$ OC + OA > AC (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ)

(*i*), (*ii*) ਅਤੇ (*iii*) ਨੂੰ ਜੋੜਨ 'ਤੇ

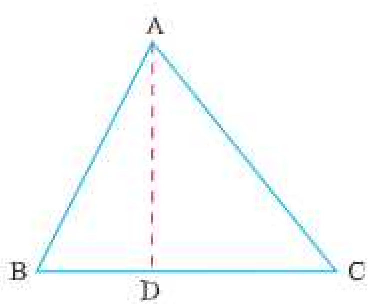
$$OA + OB + OB + OC + OC + OA > AB + BC + AC$$
$$2OA + 2OB + 2OC > AB + BC + AC$$
$$2(OA + OB + OC) > AB + BC + AC$$

ਅਭਿਆਸ - 6.4

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ?
   - (*a*) 8*cm*, 10*cm*, 18*cm*
   - (*b*) 6*cm*, 4*cm*, 8*cm*
   - (*c*) 35*cm*, 38*cm*, 40*cm*
   - (*d*) 3*cm*, 4*cm*, 10*cm*
2. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ O, ΔABC ਦੇ ਅੰਦਰਵਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚਿੰਨ੍ਹ >, < ਜਾਂ = ਚੁਣੋ ਤਾਂ ਜੋ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨ ਠੀਕ ਹੋਣ।
   - (*a*) OA + OB ☐ AB
   - (*b*) OB + OC ☐ BC
   - (*c*) OA + OC ☐ AC
3. ABCD ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।
   ਕੀ AB + BC + CD + DA > AC + BD ?



4. AD, $\angle ABC$ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਹੈ ?
   ਕੀ AB + BC + CA > 2AD ?



5. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 4 cm ਅਤੇ 6 cm ਹਨ। ਕਿਹੜੀਆਂ ਦੋ ਮਾਪ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਕਿਰਿਆ

ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਇਕ ਹੀ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ

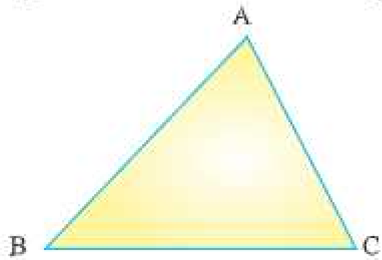
ਉਦੇਸ਼ : ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਕੇਂਦਰਕ ਬਾਰੇ ਵਰਨਣ ਕਰਨਾ

ਪਿਛਲਾ ਲੋੜੀਂਦਾ ਗਿਆਨ : ਸਿਖਰ, ਕੋਣ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ, ਪੇਪਰ ਮੋੜਨ ਦਾ ਗਿਆਨ, ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਬਾਰੇ।

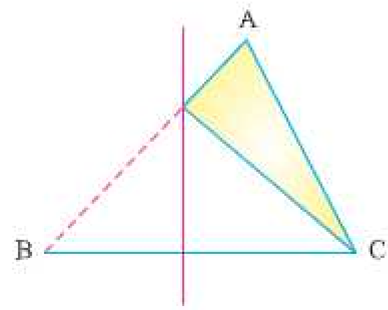
ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮਾਨ : ਇੱਕ ਸਫੈਦ ਚਾਰਟ ਪੇਪਰ, ਕੈਂਚੀ, ਰੰਗਦਾਰ ਪੈਨਸਿਲ, ਫੁੱਟਾ ਆਦਿ।

ਵਿਧੀ :

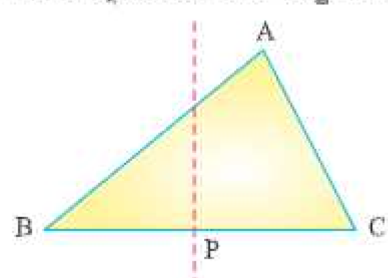
1. ਇੱਕ ਸਫੈਦ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕੱਟੋ। ਆਪਣੀ ਪਸੰਦ ਦੇ ਰੰਗ ਭਰੋ।



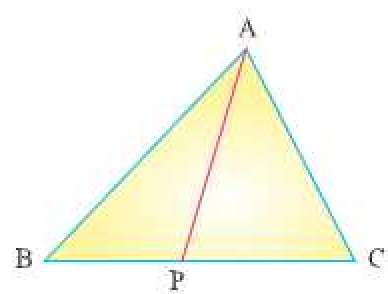
2. ΔABC ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮੋੜੋ ਕਿ ਸਿਖਰ B, C 'ਤੇ ਆਵੇ ਅਤੇ ਭੁਜਾ BC ਦੇ ਦੋ ਹਿੱਸੇ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਢੱਕਣ।



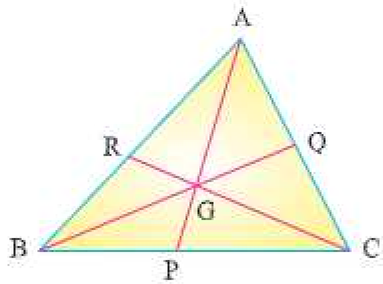
3. ਤ੍ਰਿਭੁਜ 'ਤੇ ਬਣੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ P ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ।



4. AP ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।



5. ਰੇਖਾ ਖੰਡ AP ਸਿਖਰ A ਤੋਂ ਭੁਜਾ BC 'ਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਹੈ।
6. ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ, ਸਿਖਰ B ਅਤੇ C ਤੋਂ ਮੱਧਿਕਾ BQ ਅਤੇ CR ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।



ਨਿਰੀਖਣ : ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ AP, BQ ਅਤੇ CR ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ G 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ

ਨਤੀਜਾ : ਸਾਰੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ G ਤੋਂ ਗੁਜ਼ਰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਸ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੇਂਦਰਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. **ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ?**

ਉੱਤਰ— 3 ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. **ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਜਿਹੜੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਸ ਨੂੰ ਕੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ?**

ਉੱਤਰ— ਕੇਂਦਰਕ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 3. **ਕੀ ਮੱਧਿਕਾ ਜਿਸ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਉਤੇ ਮਿਲਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ?**

ਉੱਤਰ— ਹਾਂ

ਕਿਰਿਆ

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੋਣ ਜੋੜ ਗੁਣ

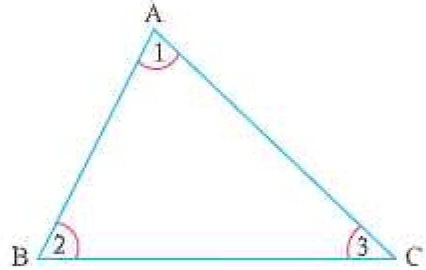
ਉਦੇਸ਼ : ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਿਛਲਾ ਲੋੜੀਂਦਾ ਗਿਆਨ : ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦਾ ਗਿਆਨ ਅਤੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ

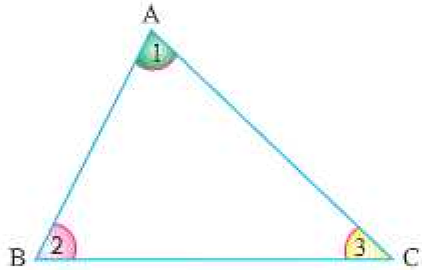
ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮਾਨ : ਸਫੈਦ ਰੰਗ ਦੀ ਸ਼ੀਟ, ਕੈਂਚੀ, ਗੂੰਦ ਰੰਗਦਾਨ ਪੈੱਨ ਅਤੇ ਫੁੱਟਾ ਆਦਿ।

ਵਿਧੀ :

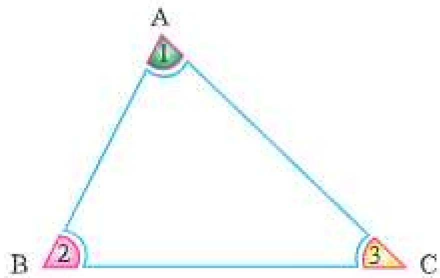
1. ਇਕ ਸਫੈਦ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ ΔABC ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ $\angle 1$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਨਾਮ ਦਿਉ।



2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਕਾਗਜ਼ ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਟੋ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰੇ ਵੱਖਰੇ ਰੰਗ ਭਰੋ।



3. ਤਿੰਨੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟੋ



4. ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾ ਕੇ ਬਿੰਦੂ O ਲਿਖੋ।

5. ਕੱਟੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੇਸਟ ਕਰੋ ਤਾਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰ O ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹੇਠ ਦਰਸਾਏ ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣ।

ਨਿਰੀਖਣ : ਤਿੰਨ ਕੋਣ $\angle 1$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਚਿਤਰ ਵਿਚ ਇਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਨਤੀਜਾ : ਤਿਕੋਣ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੋਣ ਜੋੜ ਗੁਣ ਕੀ ਹੈ ?

ਉਤਰ— ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. ਕੀ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ 60°, 70°, 80° ਕੋਣਾਂ ਨਾਲ ਸੰਭਵ ਹੈ ?

ਉੱਤਰ— ਨਹੀਂ, ਕਿਉਂਕਿ $60^\circ + 70^\circ + 80^\circ = 210^\circ$ ਹੈ।

ਕਿਰਿਆ

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ, ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

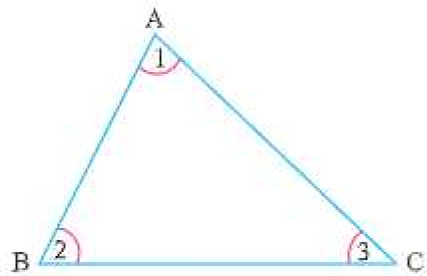
ਉਦੇਸ਼ : ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਿਛਲਾ ਲੋੜੀਂਦਾ ਗਿਆਨ : ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਅਤੇ ਅੰਦਰਲੇ ਸਾਹਮਣੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ।

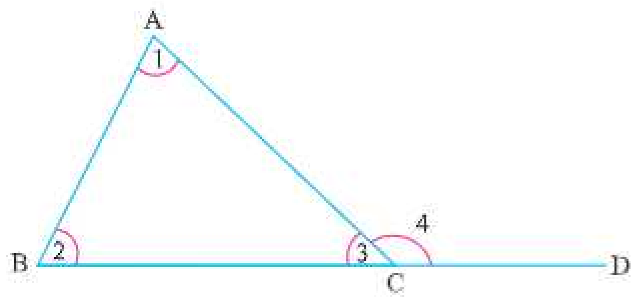
ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮਾਨ : ਸਫੇਦ ਰੰਗ ਦਾ ਕਾਗਜ਼, ਕੈਂਚੀ, ਗੂੰਦ ਸਕੈਚ ਪੈੱਨ ਆਦਿ।

ਵਿਧੀ :

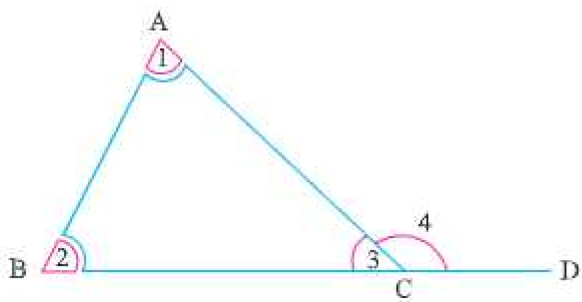
1. ਇਕ ਸਫੈਦ ਰੰਗ ਦਾ ਪੇਪਰ ਲਉ ਅਤੇ ΔABC ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ $\angle 1$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਨਾਮ ਦਿਉ।



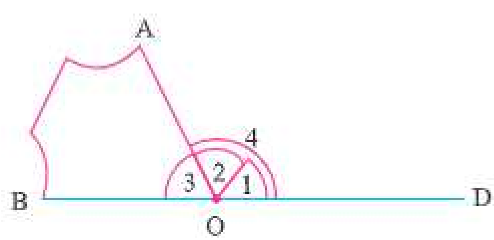
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਆਧਾਰ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ D ਤੱਕ ਵਧਾਉ। ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ $\angle ACD$ ਬਣਿਆ ਹੈ।



3. ਕੋਣ 1 ਅਤੇ 2 ਨੂੰ ਕੱਟੋ।



4. $\angle ACD$ ਦੇ ਨਾਲ 1 ਅਤੇ 2 ਨੂੰ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਪੇਸਟ ਕਰੋ।



ਨਿਰੀਖਣ : ਕੋਣ 1 ਅਤੇ 2 ਜੋ ਕਿ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਟ ਕੇ $\angle ACD$ ਵਿਚ ਫਿੱਟ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

ਨਤੀਜਾ : ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਉਸਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. **ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਗੁਣ ਕੀ ਹੈ ?**

ਉੱਤਰ— ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਉਸਦੇ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. **ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਚ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਕੀ ਮਾਪ ਹੈ ?**

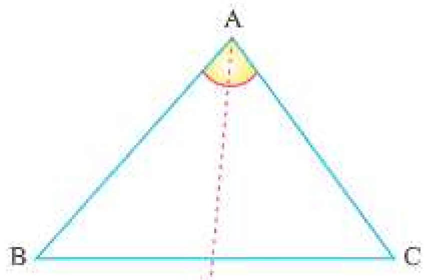
ਉੱਤਰ— $120°$

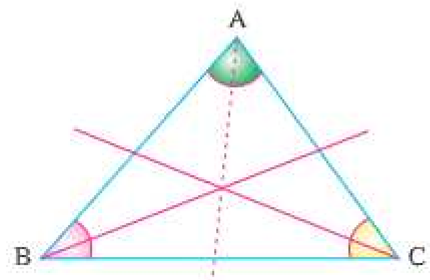
ਕਿਰਿਆ

ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

ਪੂਰਨ ਗਿਆਨ : ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਕੋਣ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਬਾਰੇ ਗਿਆਨ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮਾਨ : ਇੱਕ ਕਾਗਜ 'ਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਕੱਟੋ। ਸਿਖਰ A ਨੂੰ ਪੇਪਰ ਮੋੜਨ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਕਰੋ। ਕੋਣ A ਦੇ ਸਮਦੋਭਾਜਕ ਦੀ ਬਣੀ ਹੋਈ ਕਰੀਜ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ–





ਨਿਰੀਖਣ : ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਸਨਦੁਭਾਜਕ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਉਸ ਨੂੰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੇਂਦਰ (Incentre) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੇਂਦਰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਿਖਣ ਦੇ ਨਤੀਜੇ : ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਜਿਸ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੇਂਦਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. **ਕੋਣ ਦੋਭਾਜਕ ਕੀ ਹੈ ?**

ਉੱਤਰ— ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਜੋ ਕਿ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਦਾ ਕੋਣ ਦੋਭਾਜਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. **ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਕੋਣ ਦੋਭਾਜਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?**

ਉੱਤਰ— ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਦੋਭਾਜਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨਾਲ ਬਣੀ ਹੋਈ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ।
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $180°$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੋਣ ਜੋੜ ਗੁਣ)
3. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਉਸਦੇ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
4. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

5. ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਦਾ ਵਰਗ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ)
6. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਉਸ ਦੇ ਸਨਮੁਖ ਭੁਜਾ ਉਪਰ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਲੰਬ ਨੂੰ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
7. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸਨਮੁਖ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
8. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਸਨੂੰ ਕੇਂਦਰਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
9. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਉਸ ਨੂੰ ਲੰਬ ਕੇਂਦਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ (Learning Outcomes)

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਅਤੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਖਿੱਚਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਅਤੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿਚਲੇ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿਚਲੇ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਗੁਣ, ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਗੁਣ ਅਤੇ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
5. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤੀਸਰੇ ਅਗਿਆਤ ਕੋਣ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 6.1

1. (*i*) PC (*ii*) 90°
(*iii*) ਗਲਤ (*iv*) ਸਿਖਰ ਲੰਬ
(*v*) ਮੱਧਿਕਾ
2. (*b*) ਸਾਰੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ
3. (*i*) 140° (*ii*) 50°
(*iii*) 120° (*iv*) 120°
4. (*i*) 80° (*ii*) 45°
(*iii*) 50° (*iv*) 130°
5. (*i*) 70° (*ii*) 70°
(*iii*) 20°

ਅਭਿਆਸ 6.2

1. (*i*) ਨਹੀਂ (*ii*) ਹਾਂ
(*iii*) ਨਹੀਂ (*iv*) ਹਾਂ
(*v*) ਨਹੀਂ
2. (*i*) 67° (*ii*) 48
(*iii*) 55° (*iv*) 30°
(*v*) 60° (*vi*) 60°

3. (*i*) $x = 50°, y = 70°$ (*ii*) $x = 80°, y = 100°$
(*iii*) $x = 80°, y = 20°$ (*iv*) $y = 45°$
(*v*) $x = 60°, y = 60°$ (*vi*) $x = 60°, y = 65°$

4. 50°, 60°, 70°

5. 40°, 80°

6. 68°

7. 36°, 54°

8. 76°, 58°, 46°

9. (*i*) *a* (*ii*) *c*
(*iii*) *d* (*iv*) *b*

ਅਭਿਆਸ 6.3

1. (*i*) 5*cm* (*ii*) 25*cm*

2. (*i*) ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।
(*ii*) ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਭੁਜਾ 2.5 *cm* ਦਾ ਸਨਮੁਖ ਕੋਣ
(*iii*) ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

3. 9*m*

4. 9*cm*

5. 6*cm*

6. 5*m* ਹਰੇਕ

7. 10cm

8. (*i*) ਨਹੀਂ (*ii*) ਹਾਂ
(*iii*) ਨਹੀਂ (*iv*) ਹਾਂ

9. (*i*) *d* (ii) *a*
(*iii*) C (iv) *b*
(v) d (vi) *a*
(*vii*) *b*

ਅਭਿਆਸ 6.4

1. (*b*) ਅਤੇ (*c*)

2. (*a*) > (*b*) > (c) >

3. ਹਾਂ

4. ਹਾਂ

5. 3cm ਅਤੇ 9cm ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ

ਪਾਠ 7

Q9F8V1

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :

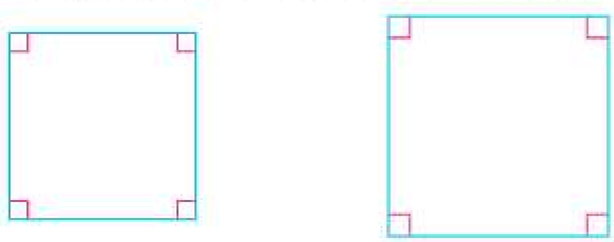
1. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਦੋ ਚਿੱਤਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।
2. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ SSS, SAS, ASA ਅਤੇ R.H.S. ਬਾਰੇ।
3. ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗਾ ਦੀ ਪਛਾਣ ਅਤੇ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨਾ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ, ਜਿਵੇਂ- ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਨਿਯਮ ਆਦਿ....। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਜਮਾਇਤੀ ਸੰਕਲਪ "ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ" ਨੂੰ ਸਿੱਖਣ ਲਈ ਤਿਆਰ ਹੋ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹੋਗੇ।

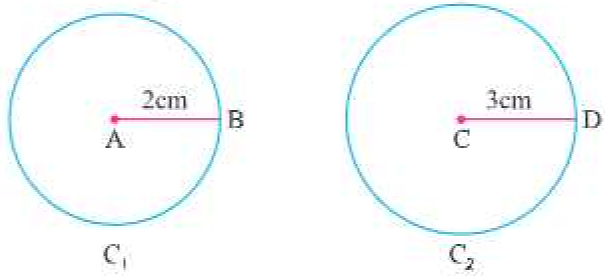
ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (Congruence) : ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਸਾਡਾ ਵਾਹ ਬਹੁਤ ਕਿਸਮ ਦੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਤਸਵੀਰਾਂ ਨਾਲ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੁਝ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਿਲਕੁਲ ਹੀ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਆਓ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅੱਗੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵੀ ਇੱਕੋ ਆਕਾਰ/ਮਾਪ ਅਤੇ ਇੱਕੋ ਸ਼ਕਲ ਵਾਲੇ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ?

(*a*) ਹੇਠਾਂ ਦੋ ਵਰਗ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਵੱਖੋ-ਵੱਖਰੇ ਹਨ ਪਰ ਸ਼ਕਲ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਹੈ।



(*b*) ਇੱਥੇ ਦੋ ਡਾਕ ਟਿਕਟਾਂ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਸ਼ਕਲ ਦੋਵੇਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਹਨ।

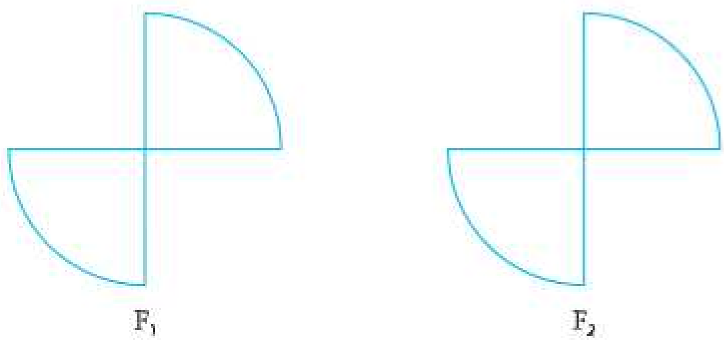
(*c*) ਇਹ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਸ਼ਕਲ ਦੇ ਹਨ ਪਰੰਤੂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਆਕਾਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੈ।



ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਡਾਕ ਟਿਕਟਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਸ਼ਕਲ ਦੋਵੇਂ ਸਮਾਨ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਉਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਸਰਲ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਵਸਤਾਂ ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ ਉਸ ਸਮੇਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਸ਼ਕਲਾਂ ਬਿਲਕੁਲ ਇਕ ਸਮਾਨ ਹੋਣ। ਦੋ ਵਸਤਾਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਸ਼ਕਲ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਨੂੰ ਹੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਾ ਗੁਣ ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਦੋਵੇਂ ਕਿਸਮਾਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਅਤੇ ਵਸਤੂਆਂ 'ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿਚ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (Congruence of plane figures)

ਦੋਵੇਂ ਚਿੱਤਰ F_1 ਅਤੇ F_2 ਦੀ ਸ਼ਕਲ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ?



ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਤੱਥ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ (superimposition) ਨਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇਸ ਮੰਤਵ ਲਈ ਅਸੀਂ F_1 ਨੂੰ ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਉੱਪਰ ਟਰੇਸ ਕਰ ਲਵਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ F_2 ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਾਂਗੇ। ਜੇਕਰ ਦੋਵੇਂ ਚਿੱਤਰ F_1 ਅਤੇ F_2 ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕਦੇ ਹੋਣਗੇ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੇ।

ਜੇਕਰ F_1 ਅਤੇ F_2 ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਲਿਖਾਂਗੇ $F_1 \cong F_2$.

ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਚਿੰਨ '$\cong$' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (Congruence among line segments)

ਦੋ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ = ਰੇਖਾ ਖੰਡ CD ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 3.5cm

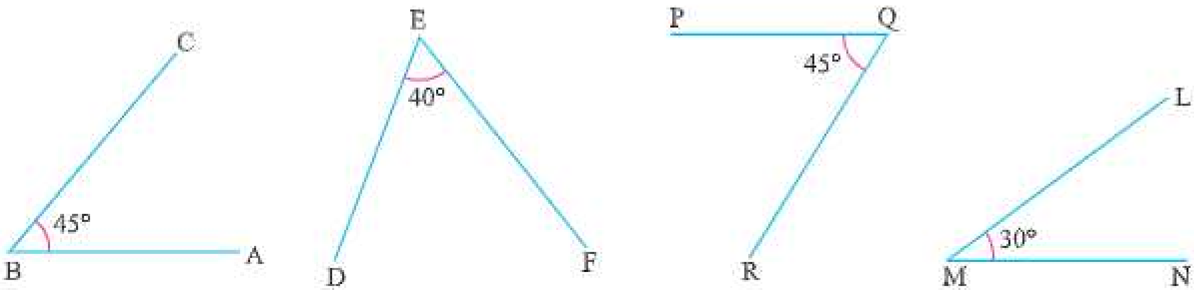
$\therefore$ AB $\cong$ CD ਪਰੰਤੂ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ $\neq$ PQ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਜਿਵੇਂ 3cm $\neq$ 3.5cm

$\therefore$ ਇਸ ਲਈ AB ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਅਤੇ PQ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵੀ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪੜਤਾਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ AB ਦੀ ਟਰੇਸ ਕੀਤੀ ਕਾਪੀ ਨੂੰ CD ਅਤੇ PQ ਉੱਪਰ ਰੱਖ ਕੇ ਵੇਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ। AB ਅਤੇ CD ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਚਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਦੋਂ ਕਿ AB ਅਤੇ PQ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰਾਂ ਨਹੀਂ ਢੱਕਦੇ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (Congruence of angles)

ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

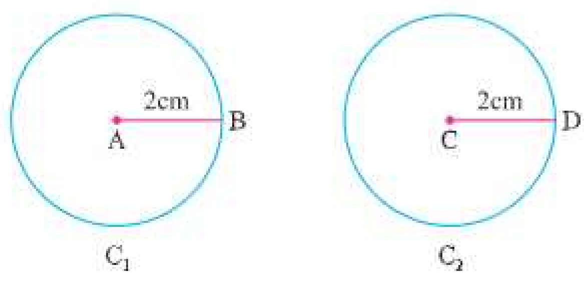


$\angle ABC$ ਦੀ ਟਰੇਸ ਕੀਤੀ ਹੋਈ ਕਾਪੀ ਨੂੰ $\angle DEF$ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਦੀ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਸ਼ਿਸ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬਿੰਦੂ B, ਬਿੰਦੂ E ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਕਿਰਨ BA ਕਿਰਨ ED ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਵੇ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਰਨ BC ਕਿਰਨ EF ਉਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਨਹੀ ਹੋ ਰਹੀ, ਇਸ ਲਈ, $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle DEF$ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਹੁਣ ਤੁਸੀ ਖੁਦ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਨਿਮਨ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ?

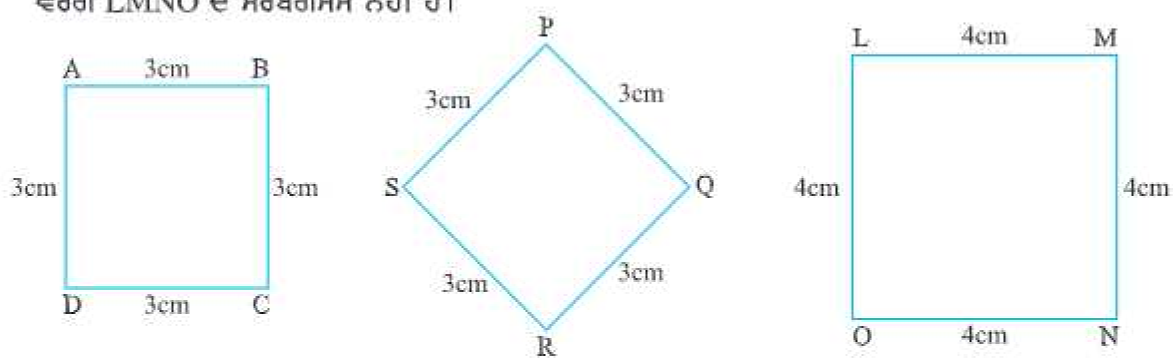
(*i*) $\angle PQR$ ਅਤੇ $\angle LMN$ (*ii*) $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle PQR$

ਕੁਝ ਹੋਰ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (Congruence of some more plane figures)

(*i*) ਜੇਕਰ ਦੋ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਚੱਕਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਚੱਕਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ $C_1 \cong$ ਚੱਕਰ C_2।

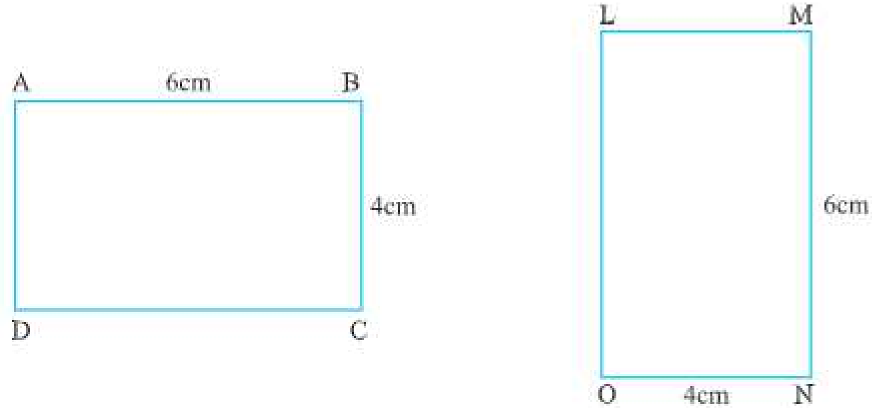


(*ii*) ਦੋ ਵਰਗ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣ। ਇਸੇ ਤਰਾਂ ਸਰਬਗੰਸਮ ਵਰਗਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵਰਗ ABCD $\cong$ ਵਰਗ PQRS ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਵਰਗ ABCD, ਵਰਗ LMNO ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹੈ।



(*iii*) ਦੋ ਆਇਤ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਲੰਬਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੋੜਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣ। ਇਸੇ ਤਰਾਂ ਦੋ ਸਰਬੰਗਸਮ ਆਇਤ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਲੰਬਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੋੜਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਆਇਤ ABCD ≅ ਆਇਤ LMNO.

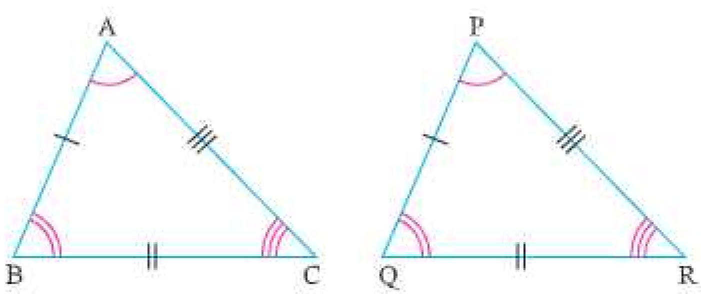


ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (Congruence of Triangles)

ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਕਿਹਾ ਜਾਵੇਗਾ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ ਸਮਾਨ ਹੋਣ। ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਤੇ ਦੋਵੇਂ ਇਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰਾਂ ਢੱਕ ਲੈਣ। ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਭ ਪੱਖੋਂ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਭਾਵ

$$AB = PQ$$
$$CA = RP, BC = QR$$
$$\angle BAC = \angle QPR$$
$$\angle ABC = \angle PQR$$
$$\angle ACB = \angle PRQ$$



ਇੱਥੇ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ਹਨ। ਇਹਨਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਜੇਕਰ ਇਕ ਦੂਸਰੇ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਿਖ਼ਰ A ਸਿਖ਼ਰ Q ਉੱਪਰ, ਸਿਖ਼ਰ C, ਸਿਖ਼ਰ R ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਹੋ ਜਾਣਗੇ ਇਸੇ ਤਰਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB. BC ਅਤੇ AC, ΔPQR ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ PQ. QR ਅਤੇ PR ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਹੋ ਜਾਣਗੀਆਂ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਸਿਖਰਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਚਿੰਨ੍ਹ $\leftrightarrow$ ਰਾਹੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸੰਗਤ ਸਿਖਰ : $A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$

ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ : $AB = PQ, BC = QR, CA = RP$

ਸੰਗਤ ਕੋਣ : $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$

ਉਪਰੋਕਤ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਲਈ ਅਸੀਂ $\Delta BCA \cong \Delta QRP$ ਜਾਂ $\Delta CAB \cong \Delta RPQ$ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਪਰੰਤੂ ਨਿਮਨ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਣਾ ਬਿਲਕੁਲ ਗਲਤ ਹੋਵੇਗਾ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ਜਾਂ $\Delta CAB \cong \Delta PQR$.

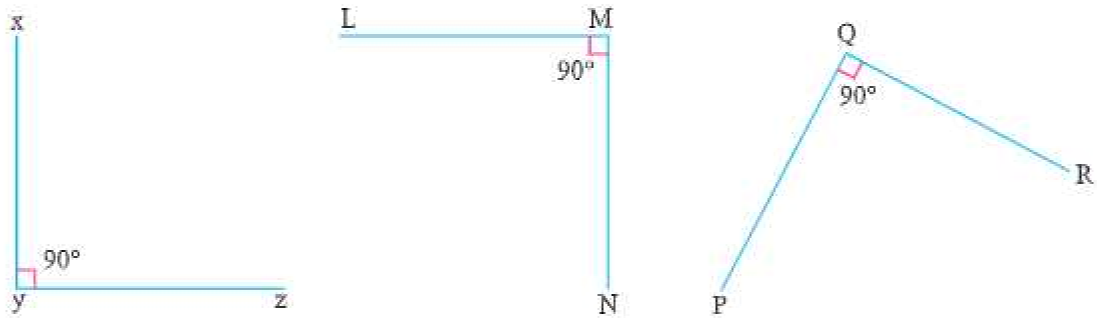
ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕੇਵਲ ਕੋਣ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਹੀ ਨਹੀਂ ਬਲਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਦਾ ਸੰਗਤ ਹੋਣਾ ਵੀ ਲਾਜ਼ਮੀ ਹੈ।

ਨੋਟ : ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ (corresponding parts of congruent triangles) ਨੂੰ ਛੋਟੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ c.p.c.t. ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈਆਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਹੇਠ ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ?

(*a*)

(*b*)



ਹੱਲ : (*a*) ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 4*cm*

ਰੇਖਾ ਖੰਡ MN ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 5*cm*

ਰੇਖਾ ਖੰਡ PQ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 4*cm*

ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ = ਰੇਖਾ ਖੰਡ PQ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

$\therefore \quad AB \cong PQ$

(*b*) ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ

$\angle XYZ = 90^\circ$

$\angle LMN = 90^\circ$

$\angle PQR = 90^\circ$

ਹੁਣ $\angle XYZ = \angle LMN = \angle PQR = 90^\circ$

$\therefore \quad \angle XYZ \cong \angle LMN \cong \angle PQR$

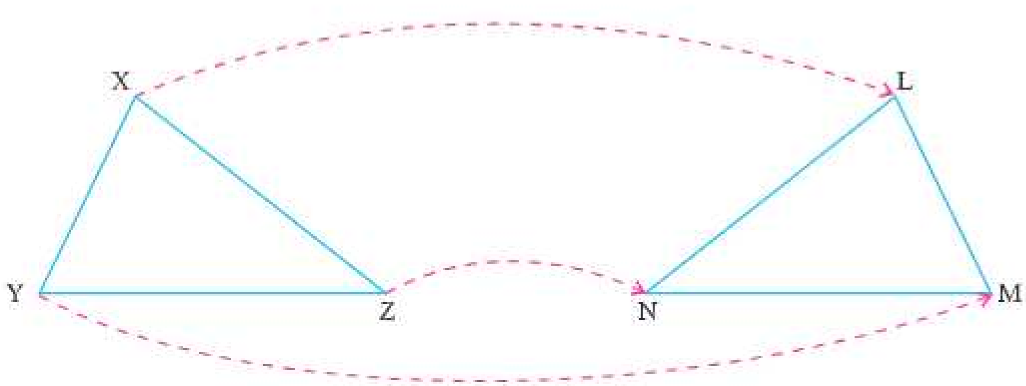
ਉਦਾਹਰਨ-2 : ΔXYZ ਅਤੇ ΔLMN ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ

$XYZ \leftrightarrow LMN$ ਭਾਵ $\Delta XYZ \cong \Delta LMN$

ΔXYZ ਦੇ ਨਿਮਨ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ ΔLMN ਵਿੱਚੋਂ ਲਿਖੋ।

(*i*) YZ (*ii*) $\angle Y$ (*iii*) ZX

ਹੱਲ : ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ :



ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ XYZ ↔ LMN.

ਭਾਵ X ↔ L, Y ↔ M, Z ↔ N

ਇਸ ਲਈ

(i) YZ = MN

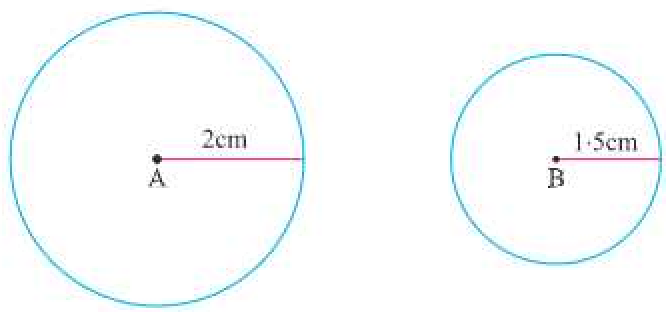
(ii) ∠Y = ∠M

(iii) ZX = NL

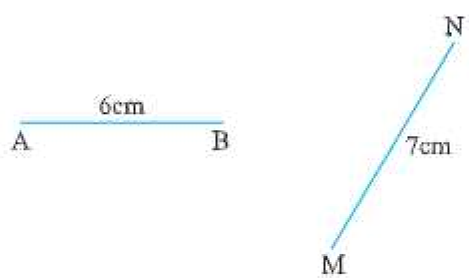
ਅਭਿਆਸ - 7.1

1. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਚਿੱਤਰ ਪਛਾਣੋ ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖੋ।

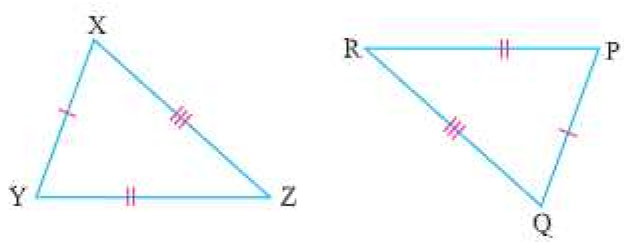
(i)



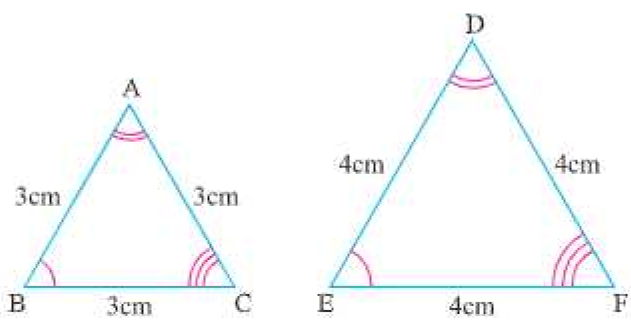
(ii)



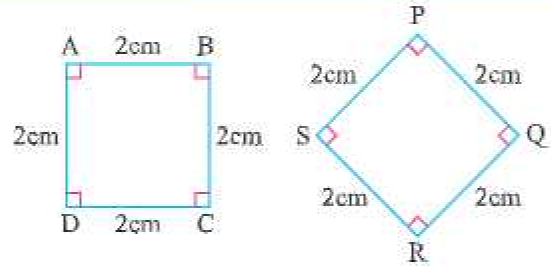
(iii)



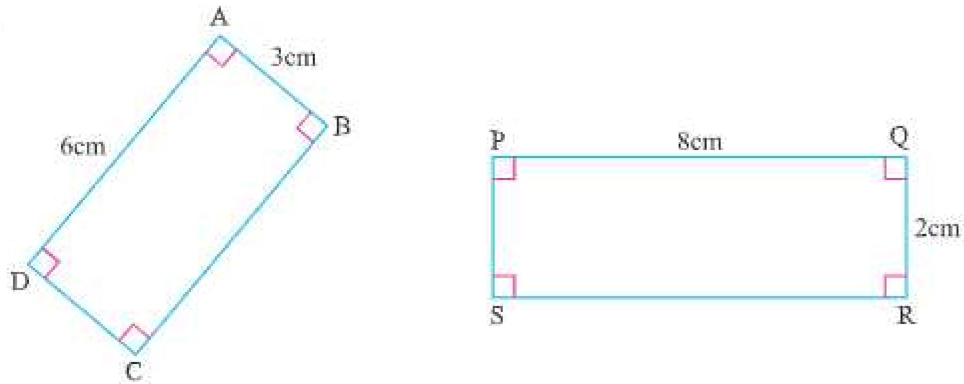
(iv)



(*v*)



(*vi*)



2. ਜੇਕਰ ਸੁਮੇਲ PQR $\leftrightarrow$ OMN ਅਨੁਸਾਰ $\Delta PQR \cong \Delta DMN$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਫਿਰ ਸਾਰੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਸੰਗਤ ਭਾਗ ਲਿਖੋ।

3. ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਦੋ ਜੋੜੇ ਬਣਾਓ।

4. ਜੇਕਰ $\Delta ABC \cong \Delta ZYX$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ΔZYX ਦੇ ਉਹ ਭਾਗ ਲਿਖੋ ਜੋ ΔABC ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹਨ :

(*i*) $\angle B$ (*ii*) CA

(*iii*) AB (*iv*) $\angle C$

5. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

(*i*) ਜੇਕਰ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ ਅਨੁਸਾਰ ABC $\leftrightarrow$ XYZ ਹੋਵੇ ਤਾਂ

(*a*) $\angle A = \angle Z$ (*b*) $\angle X = \angle B$

(*c*) $\angle A = \angle X$ (*d*) $\angle C = \angle X$

(*ii*) ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੇ ਜੇਕਰ

(*a*) ਉਹ ਸਮਾਂਤਰ ਹੋਣ।

(*b*) ਉਹ ਇਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟਦੇ ਹੋਣ।

(*c*) ਉਹ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਭਾਗ ਹੋਣ।

(*d*) ਉਹ ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਹੋਣ।

(*iii*) ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ΔABC ਅਤੇ ΔLMN ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ

AB = LM, BC = MN ਅਤੇ ਜੇਕਰ AC = $5cm$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ LN = ... ਹੋਵੇਗੀ :

(*a*) $3cm$ (*b*) $15cm$

(*c*) $5cm$ (*d*) ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ

6. ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। (ਸਹੀ / ਗਲਤ)

7. ਆਇਤ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਨਮੁਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। (ਸਹੀ / ਗਲਤ)

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ (Criteria for congruence of triangles)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਲਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸੁਮੇਲ ਸਥਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਇਸਦਾ ਫੈਸਲਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਛੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤਰਤੀਬ ਅਨੁਸਾਰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ। ਇਸ ਗੱਲ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਨਿਮਨ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

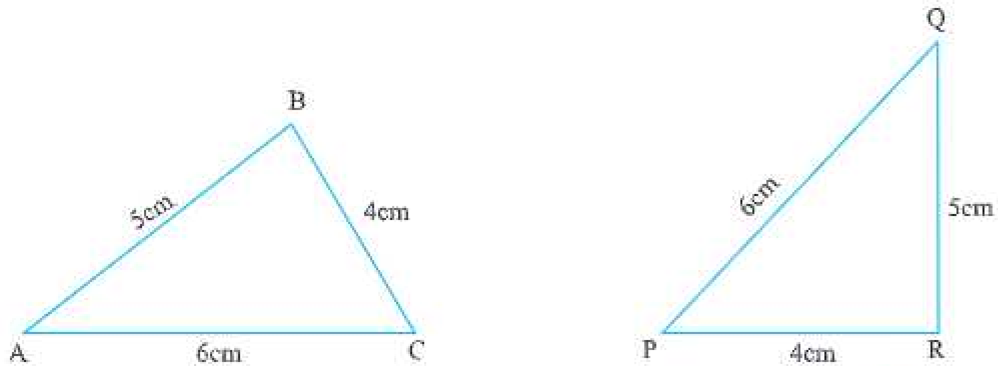
SSS (ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ : ਭੁ–ਭੁ–ਭੁ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਭੁਜਾ–ਭੁਜਾ–ਭੁਜਾ।

ਇਸ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਜੇਕਰ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨੋਂ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਕਿਰਿਆ

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = $5cm$, BC = $4cm$ ਅਤੇ CA = $6cm$ ਹੋਵੇ।

ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ PQ = $5cm$, QR = $5cm$ ਅਤੇ RP = $4cm$ ਹੋਵੇ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



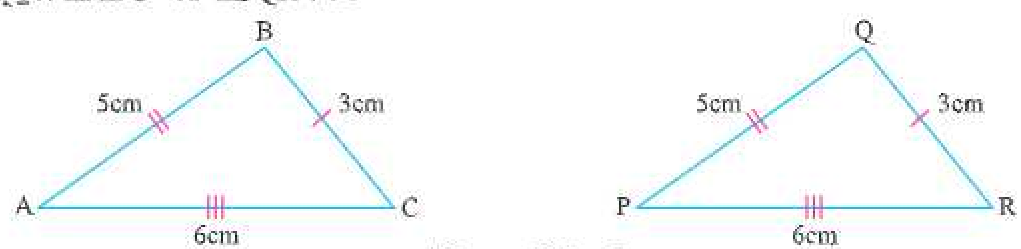
ਹੁਣ ΔABC ਨੂੰ ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਟਰੇਸ ਕਰੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਸਨੂੰ ΔPQR ਉੱਪਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ C ਬਿੰਦੂ P ਉੱਪਰ ਆਵੇ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ A ਬਿੰਦੂ Q ਉੱਪਰ ਆਵੇ, ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ B ਬਿੰਦੂ R ਉੱਪਰ ਆਵੇ। ਅਸੀ ਵੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ΔABC, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔPQR ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰਾਂ ਢਕ ਲਵੇਗੀ।

> ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ।

$\therefore \quad \Delta ABC \cong \Delta QRP$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਵਿੱਚ AB = $5cm$, BC = $3cm$, CA = $6cm$ ਅਤੇ QR = $3cm$, RP = $6cm$ ਅਤੇ PQ = $5cm$ । ਪਤਾ ਲਗਾਓ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਲਈ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਿਯਮ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਵਿੱਚ

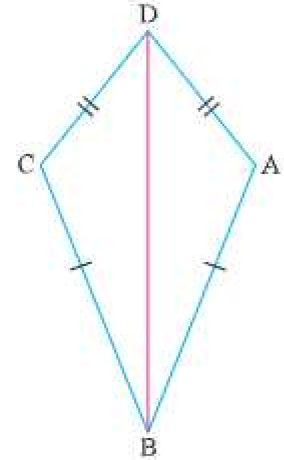


$$AB = PQ = 5cm$$
$$BC = QR = 3cm$$
$$CA = RP = 6cm$$

SSS (ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਉਪਰੋਕਤ ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ $A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q$ ਅਤੇ $C \leftrightarrow R$

$\therefore \quad \Delta ABC \cong \Delta PQR.$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AD = CD ਹੈ ਅਤੇ AB = CB ਹੈ। ਕੀ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ ਹੈ ?



ਹੱਲ : ΔABD ਅਤੇ ΔCBD ਵਿੱਚ

AD = CD (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

AB = CB (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

DB = DB (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

$\therefore$ ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ (SSS) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ।

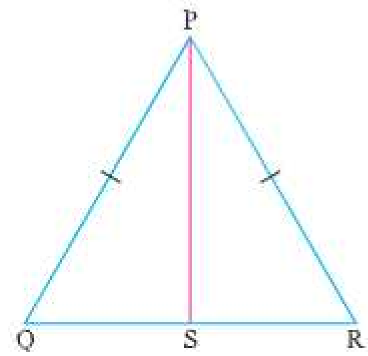
ਭਾਵ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ PQ = PR ਹੈ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ S ਭੁਜਾ QR ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

(*i*) ΔPSQ ਅਤੇ ΔPSR ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨੋ ਜੋੜੇ ਲਿਖੋ।

(*ii*) ਕੀ $\Delta PSQ \cong \Delta PSR$? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

(*iii*) ਕੀ $\angle Q = \angle R$? ਕਿਉਂ ?



ਹੱਲ : ΔPQR ਵਿੱਚ

PQ = PR

ਅਤੇ S, ਭੁਜਾ QR ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

(*i*) ΔPSQ ਅਤੇ ΔPSR ਵਿੱਚ

PQ = PR (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

PS = PS (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

QS = RS [ਕਿਉਂਕਿ S, QR ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ]

(*ii*) ਹਾਂ, ਉਪਰੋਕਤ ਭਾਗ (*i*) ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ

$\Delta PSQ \cong \Delta PSR$ (ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ)

(*iii*) ਹਾਂ,

$\because \quad \Delta PSQ \cong \Delta PSR$

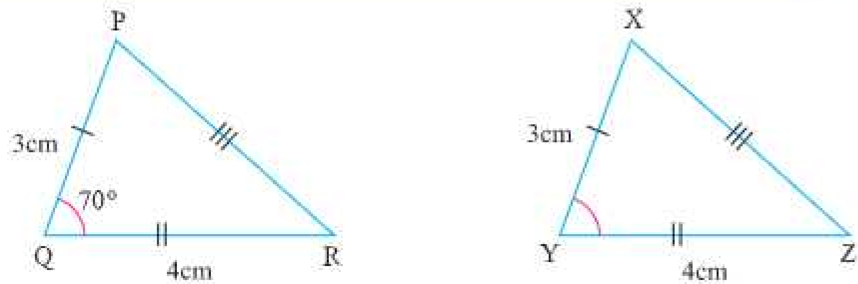
$\therefore \quad \angle Q = \angle R$ (c.p.c.t)

SAS (ਭੁਜਾ-ਕੋਣ-ਭੁਜਾ) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ : ਭੁਜਾ-ਕੋਣ-ਭੁਜਾ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜੇਕਰ ਇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦੂਸਰੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਕਿਰਿਆ

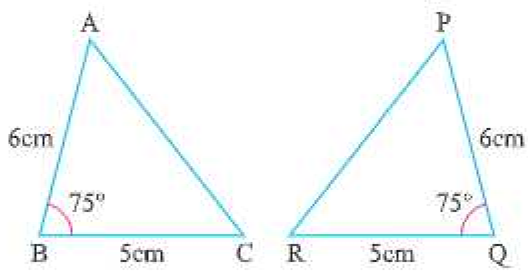
ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਯੰਤਰ (ਡੀ) ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ΔPQR ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $PQ = 3cm$, $QR = 4cm$ ਅਤੇ $\angle Q = 70^\circ$ ਹੋਵੇ।

ਇਸ ਤਰਾਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔXYZ ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ XY = 3 cm, YZ = 4 cm ਅਤੇ $Y = 70^\circ$ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

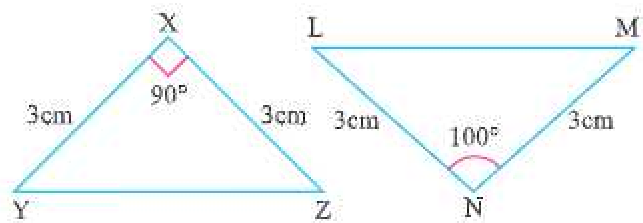


ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ΔPQR ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ΔXYZ ਉੱਪਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਭੁਜਾ PQ, ਭੁਜਾ XY ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਭੁਜਾ QR, ਭੁਜਾ YZ ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕੋਣ Q, ਕੋਣ Y ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਵੇ। ਅਸੀਂ ਵੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਭੁਜਾ PR ਭੁਜਾ XZ ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ। ਇਸ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ ਹੈ।

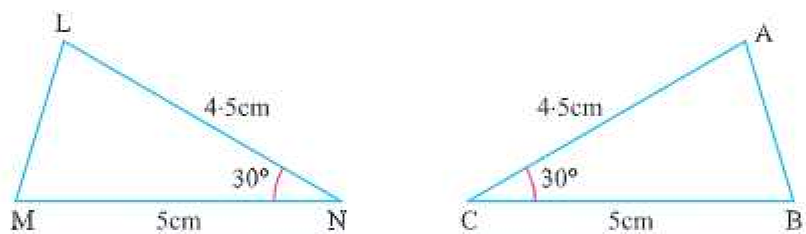
ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੁਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਜਿਹੜੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।



(i)



(ii)



(iii)

ਹੱਲ : *(i)* ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਵਿੱਚ

$$AB = PQ = 6cm$$
$$BC = QR = 5cm$$
$$\angle ABC = \angle PQR = 75^\circ$$

SAS ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ,

ਜਿਸ ਵਿੱਚ $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$ ਅਤੇ $C \leftrightarrow R$.

ਇਸ ਲਈ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ਹੈ।

(ii) ΔXYZ ਅਤੇ ΔLMN ਵਿੱਚ

$$XY = NL$$
$$XZ = NM$$

ਪਰੰਤੂ $\angle YXZ \neq \angle LNM$ ($\because 90° \neq 100°$)

ਇਸ ਲਈ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

$\therefore$ ΔXYZ ਅਤੇ ΔLMN ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।

(*iii*) ΔLMN ਅਤੇ ΔABC ਵਿੱਚ

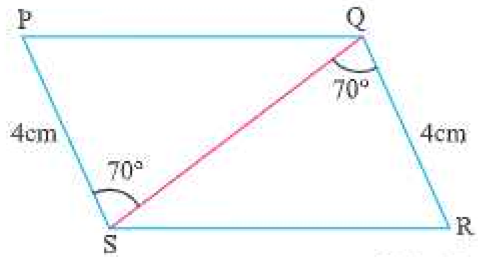
$$MN = BC = 5cm$$
$$LN = AC = 4.5cm$$
$$\angle LNM = \angle ACB = 30°$$

ਇਸ ਲਈ SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ,

ਜਿਸ ਵਿੱਚ $L \leftrightarrow A, N \leftrightarrow C, M \leftrightarrow B$

ਇਸ ਲਈ $\Delta LNM \cong \Delta ACB$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਵਿੱਚ $PS = 4cm$, $QR = 4cm$, $\angle PSQ = 70°$, $\angle RQS = 70°$. ਵਿਖਾਓ ਕਿ $\Delta PSQ \cong \Delta RQS$ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ SQ ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਦਾ ਵਿਕਰਨ ਹੈ।



ਹੱਲ : ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਵਿਕਰਨ SQ, ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਨੂੰ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ΔPSQ ਅਤੇ ΔRQS ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ΔPSQ ਅਤੇ ΔRQS ਵਿੱਚ

$PS = RQ = 4cm$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

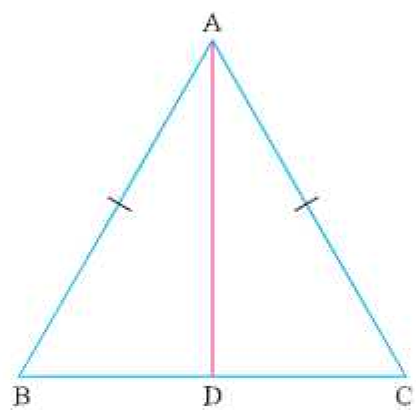
$SQ = QS$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

$\angle PSQ = \angle RQS = 70°$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਇਸ ਲਈ SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਜਿੱਥੇ $P \leftrightarrow R$, $S \leftrightarrow Q$ ਅਤੇ $Q \leftrightarrow S$ ਹੈ।

$\therefore$ $\Delta PSQ \cong \Delta RQS$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $AB = AC$ ਹੈ ਅਤੇ AD, $\angle BAC$ ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੈ।



(*i*) **ΔADB ਅਤੇ ΔADC ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ ਲਿਖੋ।**

(*ii*) **ਕੀ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ਹੈ ? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।**

(*iii*) **ਕੀ $\angle B = \angle C$ ਹੈ ? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।**

ਹੱਲ : (*i*) ΔADB ਅਤੇ ΔADC, ਵਿੱਚ, ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਹਨ :

$AB = AC$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$AD = AD$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

$\angle BAD = \angle CAD$ ($\because$ AD, $\angle BAC$ ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੈ)

(*ii*) ਹਾਂ, ਉਪਰੋਕਤ ਭਾਗ (*i*) ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ $\Delta BAD \cong \Delta CAD$

ਭਾਵ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$

(*iii*) ਕਿਉਂਕਿ $A \leftrightarrow A$, $D \leftrightarrow D$ ਅਤੇ $B \leftrightarrow C$

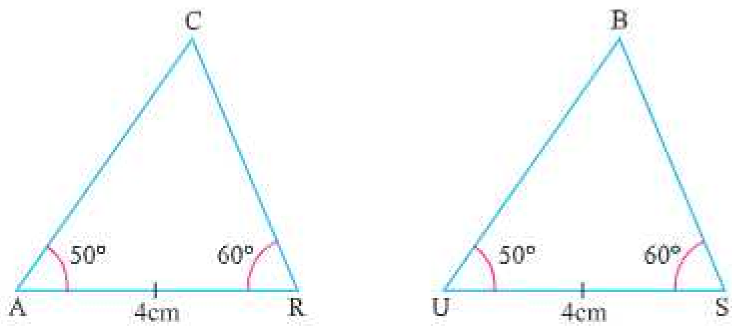
$\therefore \quad \angle B = \angle C$ (c. p. c. t.)

ASA (ਕੋਣ-ਭੁਜਾ-ਕੋਣ) : ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਕੋਣ–ਭੁਜਾ–ਕੋਣ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋ ਤਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੀਆਂ, ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਾਲੀ ਭੁਜਾ ਦੂਸਰੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸੰਗਤ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।

ਕਿਰਿਆ

ਇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔCAR ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AR = 4cm$, $\angle A = 50^\circ$ ਅਤੇ $\angle R = 60^\circ$ ਹੋਵੇ।

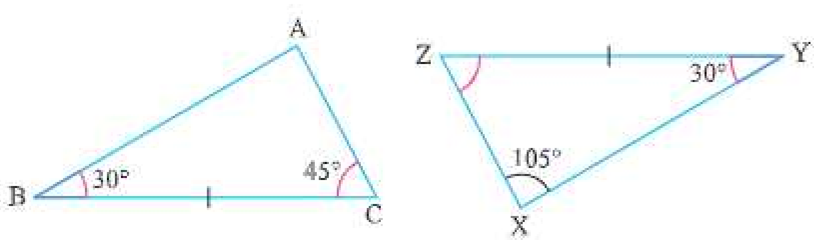
ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔBUS ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ US = 4cm $\angle U = 50^\circ$ ਅਤੇ $\angle S = 60^\circ$ ਹੋਵੇ ਜਿਵੇਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਹੁਣ ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ΔCAR ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ΔBUS ਉੱਪਰ ਇਸ ਤਰਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਭੁਜਾ AR ਭੁਜਾ US ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਕੋਣ $\angle A$ ਕੋਣ $\angle U$ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇ, ਕੋਣ $\angle R$, $\angle S$ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਅਸੀਂ ਵੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ΔCAR ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ΔBUS ਨੂੰ ਢੱਕ ਲਵੇਗੀ।

$\therefore \quad \Delta CAR \cong \Delta BUS$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\angle Y = 30^\circ$ ਹੈ ਅਤੇ $\angle X = 105^\circ$, BC = YZ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$



ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ $\angle Y = 30^\circ, \angle X = 105^\circ$

ΔXYZ ਵਿੱਚ,

$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$ ($\because$ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨਾਂ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ)

$105^\circ + 30^\circ + \angle Z = 180^\circ$

$135^\circ + \angle Z = 180^\circ$

$$\angle Z = 180° - 135°$$
$$\angle Z = 45°$$

ਹੁਣ ΔABC ਅਤੇ ΔXYZ ਵਿੱਚ

$\angle B = \angle Y = 30°$

$\angle C = \angle Z = 45°$

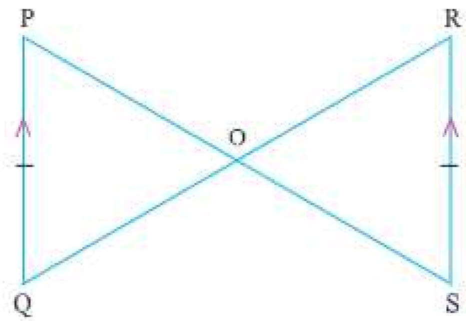
$BC = YZ$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\therefore$ ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ

$$\Delta ABC \cong \Delta XYZ$$

ਉਦਾਹਰਨ-8 : ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $PQ \parallel RS$ ਅਤੇ $PQ = RS$ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ :

(*i*) $\Delta POQ \cong \Delta SOR$ (*ii*) $PO = OS$ ਅਤੇ $QO = RO$



ਹੱਲ : (*i*) ΔPOQ ਅਤੇ ΔSOR ਵਿੱਚ,

$PQ = RS$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\angle PQO = \angle SRO$ (ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ)

$\angle QPO = \angle RSO$ (ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ)

$\therefore$ ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ

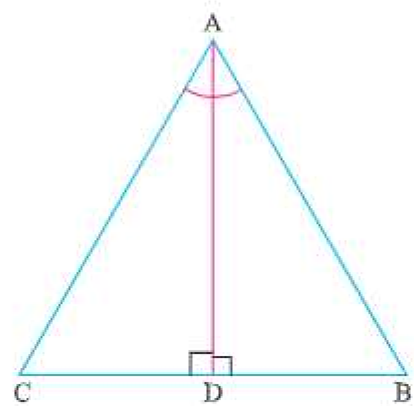
$\Delta POQ \cong \Delta SOR$

(*ii*) ਭਾਗ (*i*) ਅਨੁਸਾਰ, $\Delta POQ \cong \Delta SOR$

$\therefore$ $PO = OS$ (ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ) (c.p.c.t.)

$QO = RO$ (ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ) (c.p.c.t.)

ਉਦਾਹਰਨ-9 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔABC ਵਿੱਚ $\angle A$ ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ AD ਭੁਜਾ BC ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਹੈ।



(*i*) ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ADB ਅਤੇ ADC ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਲਿਖੋ।

(*ii*) ਕੀ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ਹੈ ? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

(*iii*) ਕੀ $AB = AC$? ਕਿਓ ?

ਹੱਲ : (*i*) ΔADB ਅਤੇ ΔADC ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਹਨ :

$\angle ADB = \angle ADC$ (ਹਰੇਕ ਕੋਣ $90°$)

$\angle BAD = \angle CAD$ (ਕਿਉਂਕਿ AD, $\angle A$ ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੈ)

$AD = AD$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

(*ii*) $\therefore$ ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ਹੈ।

(*iii*) ਅਤੇ $A \leftrightarrow A, D \leftrightarrow D, B \leftrightarrow C$ ਸੰਗਤ ਸਿਖ਼ਰ ਹਨ।

$\therefore$ AB = AC (c.p.c.t.)

ਨੋਟ : ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਤੀਸਰਾ ਕੋਣ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਗੁਣ ਲਗਾ ਕੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸੰਗਤ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਅਤੇ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਤੀਸਰਾ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਸਿੱਧ ਕਰਕੇ ਇਸਨੂੰ ਕੋਣ-ਭੁਜਾ-ਕੋਣ (ASA) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਢਾਲ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

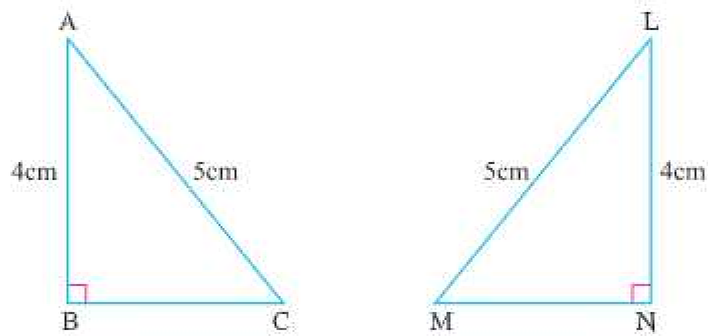
ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ (RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ)

RHS ਤੋਂ ਭਾਵ, ਸਮਕੋਣ (Right Angle), ਕਰਨ (Hypotenuse), ਭੁਜਾ (Side) ਹੈ। RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਰਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੂਸਰੀ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਰਨ ਅਤੇ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।

ਕਿਰਿਆ

ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔABC ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle C = 90^\circ$, ਕਰਨ AC = 5cm ਅਤੇ ਭੁਜਾ AB = 4cm ਹੋਵੇ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ LMN ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle M = 90^\circ$, ਕਰਣ LM = 5cm ਅਤੇ ਭੁਜਾ LN = 4cm ਹੋਵੇ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ΔABC ਦੀ ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਟਰੇਸ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ΔLMN ਉੱਪਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਭੁਜਾ AB ਭੁਜਾ LN ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਭੁਜਾ AC ਭੁਜਾ LM ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਭੁਜਾ BC ਭੁਜਾ MN ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ।

ਇਸ ਤੋਂ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ $\Delta ABC \cong \Delta LNM$

ਉਦਾਹਰਨ-10 : ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਦੇ ਕੁਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਜੇਕਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖੋ।

(*i*) $\angle B = 90^\circ, AC = 8cm, BC = 6cm$

$\angle Q = 90^\circ, PR = 8cm, QR = 6cm$

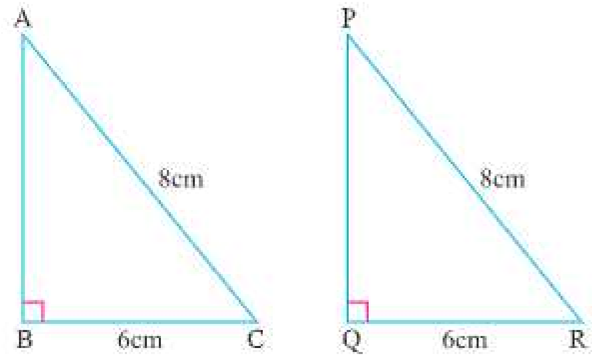
(*ii*) $\angle A = 90^\circ, AC = 4cm, BC = 5cm$

$\angle Q = 90^\circ, QP = 4cm, RP = 6cm$

ਹੱਲ : (*i*) ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਵਿੱਚ,

$\angle B = \angle Q$ (ਹਰੇਕ 90°)

ਕਰਨ AC = ਕਰਨ PR = 8cm

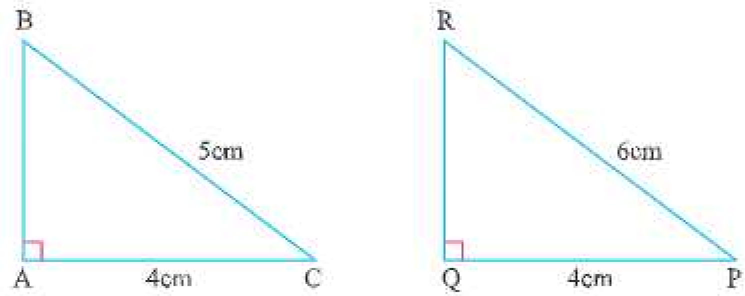


ਭੁਜਾ BC = ਭੁਜਾ QR = 6cm

∴ RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

(*ii*) ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਵਿੱਚ $\angle A = \angle Q = 90°$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)



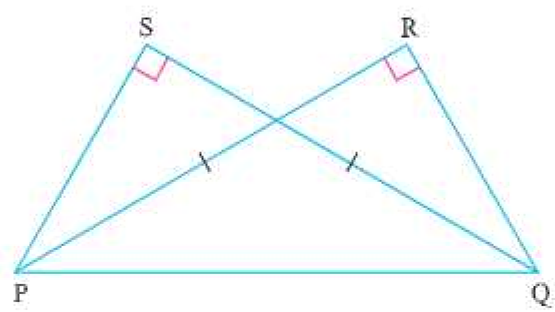
ਭੁਜਾ AC = ਭੁਜਾ QP = 4*cm*

ਪਰੰਤੂ ਕਰਨ BC ≠ ਕਰਨ RS

5*cm* ≠ 6*cm*

∴ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-11 : ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ ΔPQR ਅਤੇ ΔPQS ਕ੍ਰਮਵਾਰ R ਅਤੇ S ਉੱਪਰ ਸਮਕੋਣੀ ਹਨ ਅਤੇ PR = QS ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ΔPQR ਅਤੇ ΔPQS ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਵਿਖਾਓ ਕਿ $\angle PQR = \angle QPS$.



ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ΔPQR ਅਤੇ ΔPQS ਵਿੱਚ

$\angle R = \angle S$ = 90°

ਭੁਜਾ PR = ਭੁਜਾ QS (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

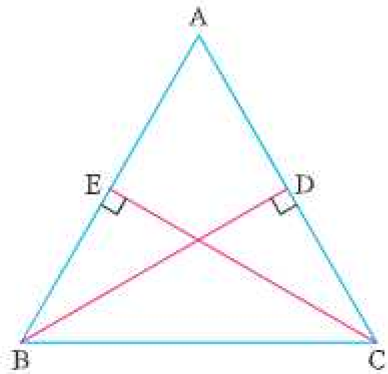
ਕਰਨ PQ = ਕਰਨ PQ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

∴ RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ

$\Delta PQR \cong \Delta QPS$

∴ $\angle PQR = \angle QPS$ (c.p.c.t.)

ਉਦਾਹਰਨ-12 : ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ BD ਅਤੇ CE, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔABC ਦੇ ਸਿਖ਼ਰਲੰਬ ਹਨ ਜਿਸ ਵਿੱਚ BD = CE ਵੀ ਹੈ।



(i) ΔBCE ਅਤੇ ΔCBD ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ ਲਿਖੋ।

(ii) ਕੀ $\Delta BCE \cong \Delta CBD$? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

(iii) ਕੀ $\angle EBC = \angle DCB$? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ : ΔBCE ਅਤੇ ΔCBD, ਵਿੱਚ

$\angle BEC = \angle BDC = 90°$

ਕਰਨ BC = ਕਰਨ CB

ਭੁਜਾ CE = ਭੁਜਾ BD (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

(ii) ਹਾਂ, ਭਾਗ (i) ਅਨੁਸਾਰ $\Delta BCE \cong \Delta CBD$ (RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ)
ਜਿਸ ਦੇ ਸਿਖਰ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਸੰਗਤ ਹਣ :
$B \leftrightarrow C, C \leftrightarrow B, E \leftrightarrow D$

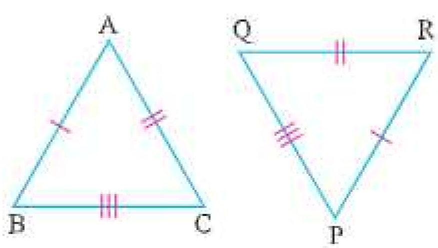
(iii) ਹਾਂ, ਭਾਗ (ii) ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਉਂਕਿ $\Delta BCE \cong \Delta CBD$,

∴ $\angle EBC = \angle DCB$ (c.p.c.t.)

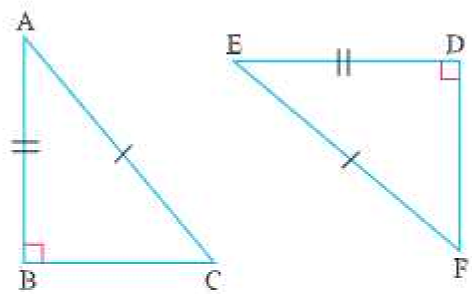
ਅਭਿਆਸ - 7.2

1. ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਜੇਕਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਿਯਮ ਲਿਖੋ।

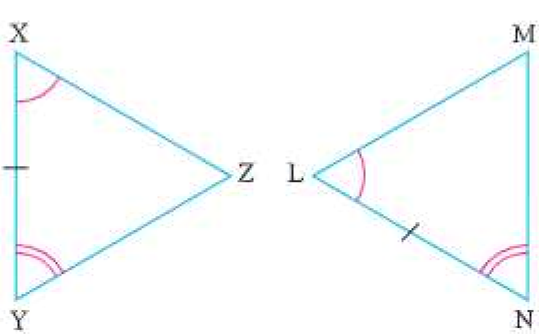
(i)



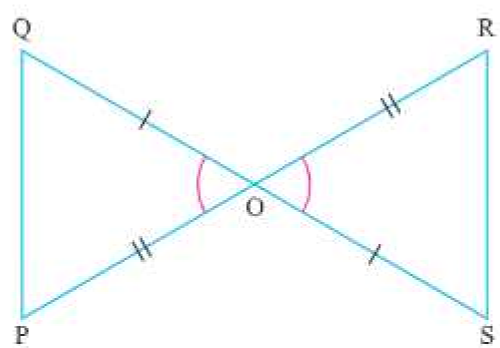
(ii)



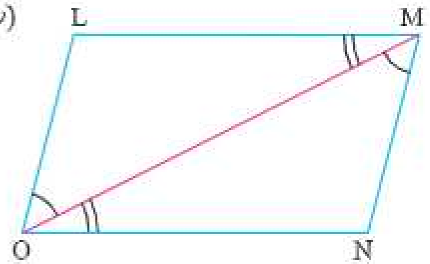
(iii)



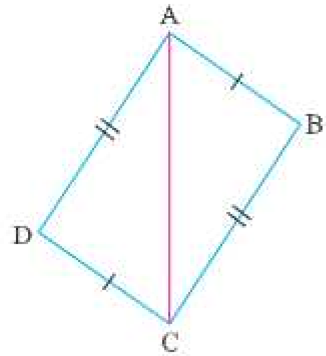
(iv)



(v)

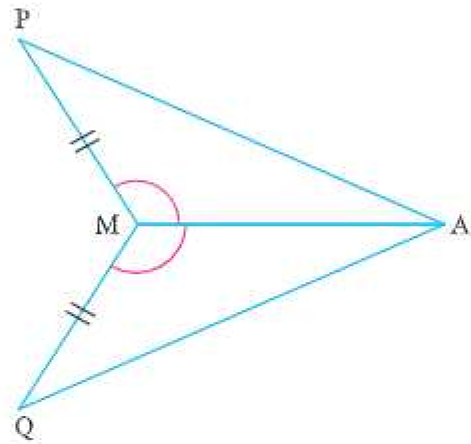


(vi)



2. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗਾਂ ਲਈ ਢੁਕਵੇਂ ਕਾਰਨ ਲਿਖੋ।

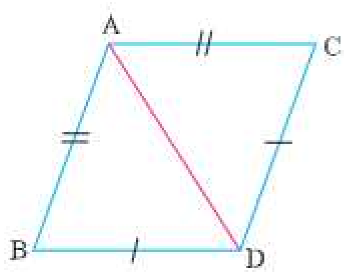
ਪਗ	ਕਾਰਨ
(i) PM = QM	....
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	....
(iii) AM = AM	....
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	....



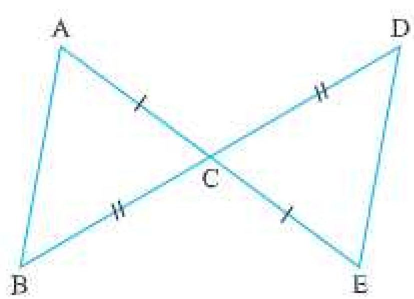
3. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AB = AC ਅਤੇ BD = DC. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ

(i) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

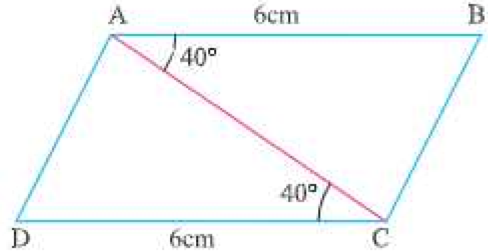
(ii) $\angle B = \angle C$



4. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AC = CE ਅਤੇ BC = CD. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\Delta ACB \cong \Delta ECD$.



5. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ :



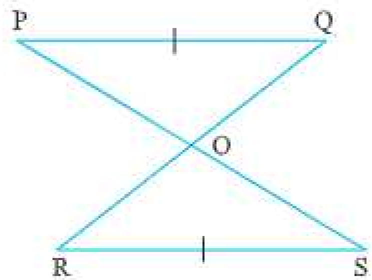
(*i*) ΔADC ਅਤੇ ΔCBA ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ ਲਿਖੋ।

(*ii*) ਕੀ $\Delta ADC \cong \Delta CBA$? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

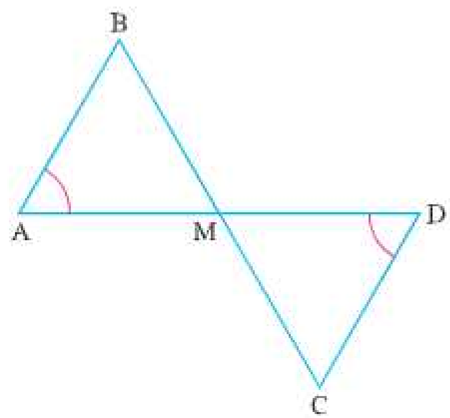
(*iii*) ਕੀ $AD = CB$? ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

6. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $PQ \parallel RS$ ਅਤੇ $PQ = RS$. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ

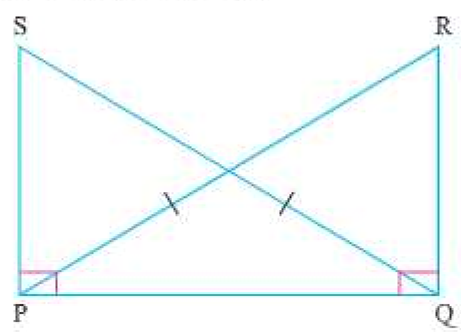
(*i*) $\Delta POQ \cong \Delta SOR$ (*ii*) $\angle POQ = \angle SOR$



7. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਭੁਜਾ AD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ M ਹੈ ਅਤੇ $\angle A = \angle D$. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\Delta AMB \cong \Delta DMC$



8. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $SP \perp PQ$, $RQ \perp PQ$ ਅਤੇ $PR = QS$

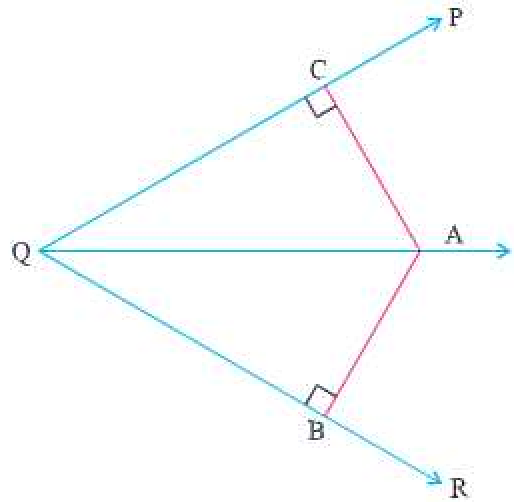


(*i*) ΔPQR ਅਤੇ ΔSPQ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ ਲਿਖੋ।

(*ii*) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\Delta PQR \cong \Delta QPS$

9. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $AB \perp QR$, $AC \perp QP$ ਅਤੇ $QC = QB$. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ

(*i*) $\Delta QAB \cong \Delta QAC$ (*ii*) $\angle AQB = \angle AQC$



10. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(*a*) ASA (*b*) SAS

(*c*) SSS (*d*) AAA

(*ii*) ਜੇਕਰ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ਹੈ, ਤਾਂ ਸਹੀ ਕਥਨ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰੋ।

(*a*) $\angle A = \angle Q$ (*b*) $\angle A = \angle R$

(*c*) $\angle A = \angle P$ (*d*) $AB = QR$

(*iii*) ਜੇਕਰ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ ਅਤੇ $AB = DE$ ਹੈ, ਤਾਂ ਫਿਰ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਲਿਖੋ।

(*a*) SSS (*b*) ASA

(*c*) SAS (*d*) RHS

11. ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਤੇ SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ। **(ਸਹੀ / ਗਲਤ)**

12. ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। **(ਸਹੀ / ਗਲਤ)**

13. ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਚਿੰਨ੍ਹ '=' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। **(ਸਹੀ / ਗਲਤ)**

ਕਿਰਿਆ

ਉਦੇਸ਼ : ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

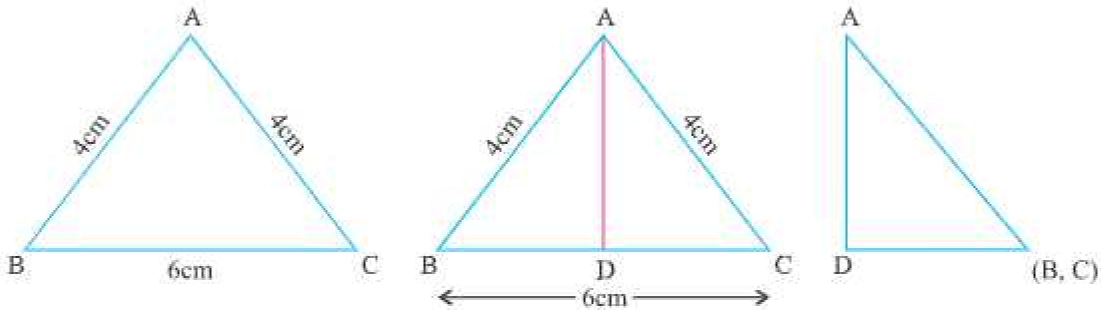
ਪੂਰਵ ਗਿਆਨ : ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੂੰ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਹੈ।

ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮੱਗਰੀ : ਰੰਗਦਾਰ ਕਾਗਜ਼, ਜਿਉਮੈਂਟਰੀ ਬਾਕਸ, ਰੰਗਦਾਰ ਪੈੱਨਸਿਲਾਂ।

ਵਿਧੀ :

1. ਕਿਸੇ ਰੰਗਦਾਰ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ΔABC ਬਣਾਓ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AB = AC = 4$ cm, $BC = 6$ cm.
2. ΔABC ਕੱਟੋ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮੋੜੋ ਕਿ AB ਭੁਜਾ ਅਤੇ AC ਭੁਜਾ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਣ। ਉਂਗਲਾਂ ਦੇ ਦਾਬ ਨਾਲ ਕਰੀਜ਼ (ਤਹਿ) ਬਣਾਓ।

3. ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਿਖ਼ਰ C, ਸਿਖ਼ਰ B ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ BC ਭੁਜਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਭਾਗ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਉੱਪਰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।



ਨਿਰੀਖਣ : ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ∠B ਅਤੇ ∠C ਇਕ ਦੂਸਰੇ ਉੱਪਰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਭੁਜਾ AB ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਭੁਜਾ AC ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਨਤੀਜਾ : $m\angle B = m\angle C$

∴ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ, ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1. **ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ?**

ਉੱਤਰ— 2

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2. **ਇੱਕ ਤਿਕੋਣ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?**

ਉੱਤਰ— 3

ਪ੍ਰਸ਼ਨ 3. **ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?**

ਉੱਤਰ— 2

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ?

1. ਇੱਕੋ ਸ਼ਕਲ ਅਤੇ ਆਕਾਰ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
2. ਦੋ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ '≅' ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
3. ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
4. ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
5. ਸਮਾਨ ਮਾਪ ਵਾਲੇ ਕੋਣ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
6. ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮਾਂ ਦੇ ਅਨੁਰੂਪ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸੰਗਤ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
7. **ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ (SSS) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ :** ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤੇ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
8. **ਭੁ-ਕੋ-ਭੁ (SAS) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ :** ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤੇ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
9. **ਕੋ-ਭੁ-ਕੋ (ASA) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ :** ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤੇ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
10. **RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ :** ਸਮਕੋਣ (Right Angle), ਕਰਨ (Hypotenuse), ਭੁਜਾ (side), ਜੇਕਰ ਦੋ ਸਮਕੋਣੀ ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਵੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੀਆਂ।
11. ਕੋ–ਕੋ–ਕੋ (AAA) ਅਤੇ ਭੁ–ਭੁ–ਕੋ (SSA) ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੈ।
2. ਨਿਯਮਾਂ SSS, SAS, ASA, RHS ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੈ।
3. ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ ਲਿਖਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹੈ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 7.1

1. (*i*) ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ (*ii*) ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ
(*iii*) $\Delta XYZ \cong \Delta QPR$ (*iv*) ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ
(*v*) $\square ABCD \cong \square PQRS$ (*vi*) ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ

2. ਸਿਖ਼ਰ : $P \leftrightarrow O, Q \leftrightarrow M, R \leftrightarrow N$
ਭੁਜਾਵਾਂ: $PQ \leftrightarrow OM, QR \leftrightarrow MN, RP \leftrightarrow NO$
ਕੋਣ : $\angle PQR \leftrightarrow \angle OMN, \angle QRP \leftrightarrow \angle MNO, \angle RPQ \leftrightarrow \angle NOM$

4. (*i*) $\angle Y$ (*ii*) XZ
(*iii*) ZY (*iv*) $\angle X$

5. (*i*) *c* (*ii*) *d*
(*iii*) *c*

6. ਸਹੀ **7.** ਸਹੀ

ਅਭਿਆਸ 7.2

1 (*i*) SSS (*ii*) RHS
(*iii*) ASA (*iv*) SAS
(*v*) ASA (*vi*) SSS

2. (*i*) ਦਿੱਤਾ ਹੈ (*ii*) ਦਿੱਤਾ ਹੈ
(*iii*) ਸਾਂਝਾ (*iv*) SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ

5. (*i*) $AC = AC, DC = AB, \angle DCA = \angle BAC$
(*ii*) Yes, SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ
(*iii*) Yes, c.p.c.t.

8. (*i*) $PQ = QP, QR = SP, \angle PQR = \angle QPS$

10. (*i*) *d* (*ii*) *c* (*iii*) *b*

11. ਗਲਤ **12.** ਗਲਤ **13.** ਗਲਤ

ਪਾਠ 8

D1P1R8

ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ

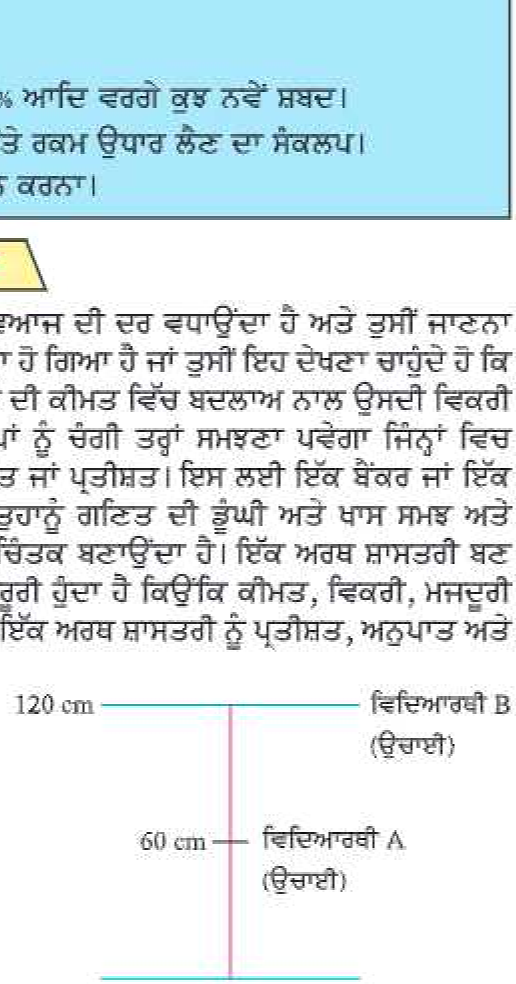
ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ:

1. ਆਪਣੇ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ।
2. ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ।
3. ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਸੰਕਲਪ।
4. ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਭਾਵ ਤੋਂ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਸੰਕਲਪ।
5. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾ ਸੰਕਲਪ।
6. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ, ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ।
7. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
8. ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ, ਵੇਚ ਮੁੱਲ, ਲਾਭ, ਹਾਨੀ, ਲਾਭ % ਅਤੇ ਹਾਨੀ % ਆਦਿ ਵਰਗੇ ਕੁਝ ਨਵੇਂ ਸ਼ਬਦ।
9. ਇਕ ਖਾਸ ਸਮੇਂ ਦੀ ਮਿਆਦ ਲਈ ਇੱਕ ਖਾਸ ਵਿਆਜ ਦਰ 'ਤੇ ਰਕਮ ਉਧਾਰ ਲੈਣ ਦਾ ਸੰਕਲਪ।
10. ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ ਅਤੇ ਰਾਸ਼ੀ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਮੰਨ ਲਓ ਤੁਹਾਡਾ ਬੈਂਕ ਤੁਹਾਡੀ ਬਚਤ 'ਤੇ ਦਿੱਤੇ ਜਾ ਰਹੇ ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ ਵਧਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਸ ਬਦਲਾਅ ਕਰਕੇ ਤੁਹਾਡੀ ਬਚਤ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਵਾਧਾ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ ਜਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਉਤਪਾਦ ਜਿਵੇਂ ਕਾਰ ਜਾਂ ਵਾਸ਼ਿੰਗ ਮਸ਼ੀਨ ਦੇ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਮਾਡਲ ਦੀ ਕੀਮਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਅ ਨਾਲ ਉਸਦੀ ਵਿਕਰੀ ਕਿਵੇਂ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਭ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਜਿਹੇ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣਾ ਪਵੇਗਾ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ- ਅਨੁਪਾਤ, ਸਮਾਨੁਪਾਤ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ। ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਬੈਂਕਰ ਜਾਂ ਇੱਕ ਅਰਥ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਵਾਂਗ ਆਪਣੇ ਨਜ਼ਰੀਏ ਨੂੰ ਵਿਸ਼ਾਲ ਕਰਨ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਗਣਿਤ ਦੀ ਡੂੰਘੀ ਅਤੇ ਖਾਸ ਸਮਝ ਅਤੇ ਗਿਆਨ ਹੋਣਾ ਬਹੁਤ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਗਣਿਤ ਤੁਹਾਨੂੰ ਤਰਕਸ਼ੀਲ ਚਿੰਤਕ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਅਰਥ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਬਣ ਤੁਹਾਡਾ ਗਣਿਤ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਅਤੇ ਸਾਧਨਾਂ ਨਾਲ ਲੈਸ ਹੋਣਾ ਬਹੁਤ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਕੀਮਤ, ਵਿਕਰੀ, ਮਜਦੂਰੀ ਉਤਪਾਦਕਤਾ ਆਦਿ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਸਮੇਂ ਇੱਕ ਅਰਥ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ, ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਆਦਿ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। 'ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਛੋਟ, ਕਰ (ਟੈਕਸ), ਆਰਥਿਕ ਵਾਧਾ ਆਦਿ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਆਓ 'ਤੁਲਨਾ' ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਸਮਝੀਏ।



ਕਈ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਾਂ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਦੋ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ A ਅਤੇ B ਦੀ ਉਚਾਈ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਵਿਦਿਆਰਥੀ A ਦੀ ਉਚਾਈ 60 cm ਅਤੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ B

ਦੀ ਉਚਾਈ 120 cm ਹੈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀ B ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ A ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਦੀ ਦੁਗਣੀ ਹੈ ਜਾਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀ A ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ B ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਦੀ ਅੱਧੀ ਹੈ।

ਨੋਟ : ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਸਮੇਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਇਕਾਈ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ (Ratio and Proportion)

ਅਨੁਪਾਤ : ਦੋ ਸਮਾਨ ਇਕਾਈਆਂ ਵਾਲੀਆਂ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ, ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

a ਦਾ b ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ, ਭਿੰਨ $\frac{a}{b}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ $a : b$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ,
ਜਿੱਥੇ 'a' ਪਹਿਲਾ ਪਦ ਹੈ ਅਤੇ 'b' ਦੂਜਾ ਪਦ
ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਕੋਈ ਇਕਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

ਉਦਾਹਰਨ-1: 4 km ਦਾ 300 m ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 4 km ਦਾ 300 m ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ
ਪਹਿਲਾਂ, ਦੋਵਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਕਰਾਂਗੇ

$\because \quad 1km = 1000m \Rightarrow 4km = 4 \times 1000 = 4000m$

4000 m ਦਾ 300 m ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ$=\frac{4000}{300} = 40 : 3$

ਲੋੜੀਂਦਾ ਅਨੁਪਾਤ = 40 : 3

ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ (Simplest form)

ਅਨੁਪਾਤ $a : b$ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. '1' ਹੋਵੇ ਭਾਵ a ਅਤੇ b ਵਿੱਚ '1' ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ (Equivalent Ratios)

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ, ਜੇਕਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਸਮਾਨ ਹਨ ਤਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਨੋਟ : ਜੇਕਰ ਇਕ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕ ਹੀ ਰਾਸ਼ੀ ਜੋ 'ਸਿਫਰ' (0) ਨਾ ਹੋਵੇ, ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਅਨੁਪਾਤ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਇਸ ਦੇ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ (ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ) ਵਿੱਚ ਹੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਨੁਪਾਤ 1 : 3 ਅਤੇ 2 : 9 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਅਨੁਪਾਤ 1 : 3 ਦਾ ਭਿੰਨ ਰੂਪ $\frac{1}{3}$ ਅਤੇ ਅਨੁਪਾਤ 2 : 9 ਦਾ ਭਿੰਨ ਰੂਪ $\frac{2}{9}$ ਹੈ।

ਹੁਣ ਇੰਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਤੇ $\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}=\frac{3}{9}$ ਅਤੇ $\frac{2}{9}\times\frac{1}{1}=\frac{2}{9}$

ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ : $\frac{3}{9}$ ਅਤੇ $\frac{2}{9}$ ਜਿਥੇ $3 > 2$, ਇਸ ਲਈ $\frac{3}{9} > \frac{2}{9}$.

ਇਸ ਲਈ, ਅਨੁਪਾਤ 1 : 3 ਅਨੁਪਾਤ 2 : 9 ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਕੀ ਅਨੁਪਾਤ 1 : 5 ਅਤੇ 2 : 15 ਤੁੱਲ ਹਨ ?

ਹੱਲ : ਇਸ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਕੀ 1 : 5 ਅਤੇ 2 : 15 ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿਚ ਬਦਲਾਂਗੇ 1 : 5 ਨੂੰ $\frac{1}{5}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ 2 : 15 ਨੂੰ $\frac{2}{15}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਬਣਾਵਾਂਗੇ।

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{15} \text{ ਅਤੇ } \frac{2}{15} = \frac{2}{15} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{15}$$

ਇਸ ਲਈ, $\frac{3}{15} < \frac{2}{15}$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 1 : 5 ਅਤੇ 2 : 15 ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਟੀਮ ਦੁਆਰਾ ਖੇਡੇ ਗਏ ਮੈਚਾਂ ਵਿੱਚ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ:

ਸਾਲ	ਜਿੱਤਾਂ	ਹਾਰਾਂ
ਪਿਛਲਾ ਸਾਲ	8	2
ਇਸ ਸਾਲ	4	2

ਕਿਸ ਸਾਲ ਵਿੱਚ, ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਬਿਹਤਰ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ, ਜਿੱਤਾਂ : ਹਾਰਾਂ = 8 : 2 = 4 : 1

ਇਸ ਸਾਲ, ਜਿੱਤਾ : ਹਾਰਾਂ = 4 : 2 = 2 : 1

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ 4 : 1 > 2 : 1 (ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\frac{4}{1} > \frac{2}{1}$)

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ ਟੀਮ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਬਿਹਤਰ ਸੀ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਇੱਕ ਫਰਨੀਚਰ ਦੀ ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ 10 ਸੋਫਾ ਸੈੱਟ, 8 ਡਬਲ ਬੈੱਡ ਅਤੇ 16 ਡਾਈਨਿੰਗ ਟੇਬਲ ਹਨ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) **ਡਾਈਨਿੰਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਡੱਬਲ ਬੈੱਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ**

(ii) **ਡਬਲ ਬੈੱਡ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸੋਫਾ ਸੈੱਟ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ**

ਹੱਲ : *(i)* ਡਾਈਨਿੰਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 16

ਡਬਲ ਬੈੱਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 8

∴ ਡਾਈਨਿੰਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਡਬਲ ਬੈੱਡ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ = 16 : 8 = $\frac{16}{8} = \frac{2}{1}$ = 2 : 1

(ii) ਡਬਲ ਬੈੱਡ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 8

ਸੋਫਾ ਸੈੱਟ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 10

ਡਬਲ ਬੈੱਡ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸੋਫਾ ਸੈੱਟ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ = 8 : 10 = $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ = 4 : 5

ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ (Proportion)

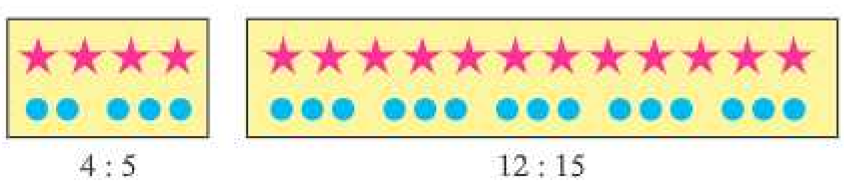
ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ, ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਹੀਏ ਕਿ 4, 5, 12 ਅਤੇ 15 ਸਮਾਨ ਅਨੁਮਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ

4 : 5 : : 12 : 15 (ਚਿੰਨ੍ਹ : : ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ)

ਭਾਵ $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$

ਪਹਿਲਾ ਤੇ ਆਖਰੀ ਪਦ (4 ਅਤੇ 15) ਅੰਤਲੇ ਪਦ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਤੇ ਤੀਸਰਾ ਪਦ (12 ਅਤੇ 15) ਮੱਧ ਪਦ ਕਹਾਂਉਦੇ ਹਨ।

×3 (4 : 5 → 12 : 15) ×3



4 : 5 12 : 15

ਅੰਤਲੇ ਪਦਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ

ਜੇਕਰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਤਿੰਨ ਪਦ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਅਗਿਆਤ ਪਦ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿਵੇਂ ਇਹ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹੱਲ ਕਰਨਾ

ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨਾ ਪਏਗਾ ਕਿ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਸਿੱਧਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਲਟਾ। ਆਓ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਕਿਸਮ ਪਹਿਚਾਣਨ ਲਈ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰੀਏ ਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਾਂ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ।

ਸਿੱਧਾ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ : ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੇ ਵੱਧਣ ਜਾਂ ਘੱਟਣ ਨਾਲ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਾਧਾ ਜਾਂ ਘਾਟਾ (ਕ੍ਰਮਵਾਰ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ : ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਦੇ ਵਧਣ ਨਾਲ ਦੂਜੀ ਘੱਟਦੀ ਹੈ, ਜਾਂ ਇੱਕ ਦੇ ਘੱਟਣ ਨਾਲ ਦੂਜੀ ਵੱਧਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਜੇਕਰ 2 ਪੈੱਨਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ 15 ਹੈ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ₹ 90 ਨਾਲ ਕਿੰਨੇ ਪੈਨ ਖਰੀਦ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਹੱਲ : ਜ਼ਿਆਦਾ ਪੈੱਨ ਖਰੀਦਣ ਲਈ ਜਿਆਦਾ ਪੈਸੇ ਖਰਚ ਹੋਣਗੇ।

ਜਿਆਦਾ ਪੈੱਨ → ਜਿਆਦਾ ਰਕਮ ਖਰਚ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਲਈ, ਪੈੱਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਖਰਚੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪੈਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਧਾ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ ਖਰੀਦੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪੈੱਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = x

$$\frac{2}{15} = \frac{x}{90}$$

ਇਸ ਲਈ,
$$x = \frac{2\times 90}{15} = 12$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ₹ 90 ਵਿੱਚ 12 ਪੈੱਨ ਖਰੀਦ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਜੇਕਰ 4 ਆਦਮੀ ਇੱਕ ਸੜਕ ਦੀ ਮੁਰੰਮਤ ਕਰਨ ਲਈ 6 ਦਿਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ 7 ਆਦਮੀਆਂ ਨੂੰ ਇਸ ਕੰਮ ਨੂੰ ਇਸੇ ਦਰ ਨਾਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ?

ਹੱਲ : ਜਿੰਨੇ ਵੱਧ ਆਦਮੀ ਹੋਣਗੇ ਉਹਨਾਂ ਹੀ ਇੱਕ ਕੰਮ ਨੂੰ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ ਘੱਟ ਲੱਗੇਗਾ।

ਵੱਧ ਆਦਮੀ → ਕੰਮ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਘੱਟ ਸਮਾਂ ਲਗੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ, ਆਦਮੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਕੰਮ ਨੂੰ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਦਿਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਉ ਲੋੜੀਂਦੇ ਦਿਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 'x' ਹੈ। $4 : 7 : : x : 6$

$$4 \times 6 = 7 \times x$$

ਇਸ ਲਈ
$$x = \frac{4\times 6}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$$

ਇਸ ਲਈ 7 ਆਦਮੀਆਂ ਨੂੰ ਸੜਕ ਮੁਰੰਮਤ ਕਰਨ ਲਈ $3\frac{3}{7}$ ਦਿਨ ਲੱਗਣਗੇ।

ਅਭਿਆਸ - 8.1

1. ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (*i*) ₹ 5 ਦਾ 50 ਪੈਸਿਆਂ ਨਾਲ　　(*ii*) 15 kg ਦਾ 210 g ਨਾਲ
   (*iii*) 4 m ਦਾ 400 cm ਨਾਲ　　(*iv*) 30 ਦਿਨਾਂ ਦਾ 36 ਘੰਟਿਆਂ ਨਾਲ
2. ਕੀ ਅਨੁਪਾਤ 1 : 2 ਅਤੇ 2 : 3 ਤੁੱਲ ਹਨ ?

3. ਜੇਕਰ 6 ਖਿਡੌਣਿਆਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ 240 ਹੈ, ਤਾਂ 21 ਖਿਡੌਣਿਆਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਮੇਰੀ ਕਾਰ 25 *l* ਪੈਟਰੋਲ ਨਾਲ 150 km ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ। 30 *l* ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ ?
5. ਇੱਕ ਕੰਪਿਊਟਰ ਲੈਬ ਵਿੱਚ, ਹਰ 6 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ 3 ਕੰਪਿਊਟਰ ਹਨ। 24 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਕੰਪਿਊਟਰ ਲੋੜੀਂਦੇ ਹੋਣਗੇ ?

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ- ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ (Percentage – Another way of comparing quantities)

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਯਾਦ ਹੈ ?

- ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 100 ਹੋਵੇ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਲਈ % ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

$\frac{19}{100} = 19\%$, $\frac{7}{100} = 7\%$ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।

ਯਾਦ ਰੱਖੋ : ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਸੀਂ

(*i*) ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
(*ii*) ਅਨੁਪਾਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
(*iii*) ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ?

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ (percent) ਸ਼ਬਦ ਲਾਤੀਨੀ (latin) ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ 'percentum' ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਪ੍ਰਤੀ ਇੱਕ ਸੌ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ

ਅਮਨ ਨੇ 100 ਵਿੱਚੋਂ 88 ਅੰਕ ਹਾਸਲ ਕੀਤੇ, ਭਾਵ ਉਸ ਨੇ 88 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ ਹਾਸਲ ਕੀਤੇ। ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਜੇ ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ 65 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ ਹਾਸਲ ਕੀਤੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਉਸਨੇ 100 ਵਿੱਚ 65 ਅੰਕ ਹਾਸਲ ਕੀਤੇ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 25% ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ, 100 ਵਿੱਚ 25 $= \frac{25}{100}$.

62% ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ, 100 ਵਿੱਚੋਂ 62$= \frac{62}{100}$

ਇਸ ਲਈ % ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇੱਕ-ਸੌਵਾਂ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਭਾਵ $\frac{1}{100}$

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੀਏ।

ਸੁਮਨ ਨੇ 100 ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੰਗਾਂ ਦੀਆਂ ਟਾਇਲਾਂ ਨਾਲ ਇਕ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਉੱਪਰਲਾ ਹਿੱਸਾ (table top) ਬਣਾਇਆ। ਉਸਨੇ ਨੀਲੀਆਂ, ਲਾਲ, ਪੀਲੀਆਂ ਤੇ ਹਰੀਆਂ ਟਾਇਲਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਗਿਣਤੀ ਅਨੁਸਾਰ ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਿਆ।

ਰੰਗ	ਟਾਇਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਭਿੰਨ	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ	ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ
ਨੀਲਾ	16	$\frac{16}{100}$	16	16%
ਲਾਲ	33	$\frac{33}{100}$	33	33%
ਪੀਲਾ	23	$\frac{23}{100}$	23	23%
ਹਰਾ	28	$\frac{28}{100}$	28	28%
ਕੁੱਲ	**100**			

ਇਸ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ :

ਇੱਕ ਭਿੰਨ $\frac{r}{100}$ ਵਿੱਚ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ 'r' ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ r % ਵਜੋਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਭਾਵ 'r' ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਰ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = ਪ੍ਰਤੀ ਸੌ ਦਰ

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜਦੋਂ ਕੁੱਲ '100' ਨਾ ਹੋਵੇ (Percentage when the total is not hundred)

ਜੇਕਰ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ 100 ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਦਿਤੇ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ '100' ਹੋਵੇ। ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਨੂੰ ਦੇਖੋ :

ਰੀਨਾ ਕੋਲ ਗਲੇ ਦੀ ਇਕ ਮਾਲਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੰਗਾਂ ਦੇ 20 ਮੋਤੀ ਹਨ।

ਰੰਗ	ਮੋਤੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਭਿੰਨ	100 ਹਰ ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ
ਲਾਲ	12	$\frac{12}{20}$	$\frac{12}{20}\times\frac{5}{5}=\frac{60}{100}$	60%
ਹਰਾ	8	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20}\times\frac{5}{5}=\frac{40}{100}$	40%
ਕੁੱਲ	**20**			

ਨੋਟ : ਅਭਿਆਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਮਾਨਾਰਥਕ ਵਜੋਂ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਦੇ ਕੁੱਲ 25 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 16 ਕੁੜੀਆਂ ਹਨ। ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ : 25 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 16 ਕੁੜੀਆਂ ਹਨ।

$\therefore$ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ $= \left(\frac{16}{25}\times 100\right)\% = 64\%$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਟੀਨਾ ਨੇ 400 ਵਿੱਚੋਂ 320 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅਤੇ ਰੀਨਾ ਨੇ 360 ਵਿੱਚੋਂ 300 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਕਿਸ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਬਿਹਤਰ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਟੀਨਾ ਨੇ 400 ਵਿੱਚੋਂ 320 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ

$\therefore$ ਟੀਨਾ ਵਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ $= \left(\frac{320}{400}\times 100\right)\% = 80\%$

ਰੀਨਾ ਨੇ 360 ਵਿੱਚੋਂ 300 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ

$\therefore$ ਰੀਨਾ ਵਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ $= \left(\frac{300}{360}\times 100\right)\%$

$= \frac{250}{3}\% = 83\frac{1}{3}\%$

$83\frac{1}{3} > 80$ ਇਸ ਲਈ, ਰੀਨਾ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਟੀਨਾ ਨਾਲੋਂ ਬਿਹਤਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਰਾਧਿਕਾ ਹਰ ਮਹੀਨੇ ₹350 ਖਰਚ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਸ ਦੇ ਜੇਬ ਖਰਚ ਦਾ 70% ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਜੇਬ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਰਾਧਿਕਾ ਦਾ ਜੇਬ ਖਰਚ = ₹ x

ਖਰਚ ਕੀਤੇ = ₹ 350

ਖਰਚ ਕੀਤੇ ਪੈਸੇ = ਜੇਬ ਖਰਚ ਦਾ 70% ਹੈ

∴ x ਦਾ 70% = 350

$$\Rightarrow \quad \frac{70}{100} \times x = 350$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{350 \times 100}{70} = 500, x = 500$$

ਇਸ ਲਈ, ਰਾਧਿਕਾ ਦਾ ਜੇਬ ਖਰਚ ₹ 500 ਹੈ।

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Converting a Percentage into a Fraction)

ਨਿਯਮ : ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, '%' ਨੂੰ $\frac{1}{100}$ ਨਾਲ ਬਦਲ ਦਿਓ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ :

(*i*) **20%** (*ii*) **6.5%** (*iii*) $3\frac{1}{8}$ **%** (*iv*) **135%**

ਹੱਲ : (*i*) $20\% = \frac{200}{100} = \frac{1}{5}$

(*ii*) $6.5\% = \frac{65}{1000} = \frac{13}{200}$

(*iii*) $3\frac{1}{8}\% = \frac{25}{8}\% = \frac{\frac{25}{8}}{100} = \frac{25}{8} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{32}$

(*iv*) $135\% = \frac{135}{100} = \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}$

'%' ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ $\frac{1}{100}$ ਨਾਲ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਸਰਲ ਕਰੋ

ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Converting a fraction into percentage)

ਨਿਯਮ : ਕਿਸੀ ਵੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਭਿੰਨ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਚਿੰਨ੍ਹ % ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ-

(*i*) $\frac{1}{2}$ (*ii*) $\frac{2}{3}$ (*iii*) $1\frac{5}{8}$

ਹੱਲ : (*i*) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{1}{2} = 50\%$

(*ii*) $\frac{2}{3} \times 100 = 66.67\%$

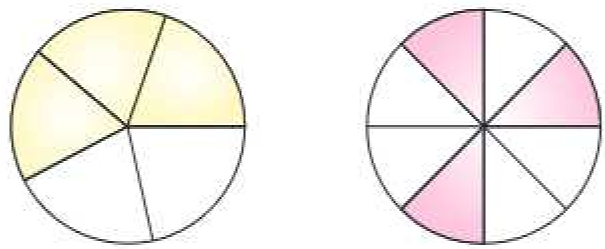
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{2}{3} = 66.67\%$

100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਚਿੰਨ੍ਹ '%' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ।

(*iii*) $1\frac{5}{8} = \frac{13}{8} \times 100\% = 13 \times \frac{25}{2} = \frac{325}{2}\% = 162.5\%$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $1\frac{5}{8} = 162.5\%$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਚੱਕਰ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਹਿੱਸਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹੈ, ਪਤਾ ਕਰੋ ਫਿਰ ਛਾਇਆਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(*i*) (*ii*)

ਹੱਲ :

(*i*) ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ = $\frac{3}{5}$

ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{3}{5} \times 100\right)\% = 60\%$

(*ii*) ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ = $\frac{3}{8}$

ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{3}{8} \times 100\right)\%$

$= \frac{75}{2}\% = 37.5\%$

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Converting a Percentage into a Ratio)

ਨਿਯਮ : ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ।

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) **28%** (*ii*) **17.5%** (*iii*) $\mathbf{66\frac{2}{3}\%}$

ਹੱਲ : (*i*) $28\% = \frac{28}{100} = \frac{7}{25} = 7 : 25$

(*ii*) $17.5\% = \frac{17.5}{100} = \frac{175}{1000} = \frac{7}{40} = 7 : 40$

(*iii*) $66\frac{2}{3}\% = \frac{200}{3}\% = \frac{200}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{2}{3} = 2 : 3$

> ਪਹਿਲਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਕੇ ਸਰਲ ਕਰੋ।

ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Converting a Ratio into a Percentage)

ਨਿਯਮ : ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ

ਉਦਾਹਰਨ-8 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 1 : 2 (ii) 7 : 6

ਹੱਲ : (i) $1:2 = \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\times 100\right)\% = 50\%$

(ii) $7:6 = \frac{7}{6} = \left(\frac{7}{6}\times 100\right)\% = \frac{350}{3}\%$

$= 116\frac{2}{3}\%$

ਪਹਿਲਾਂ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ

ਉਦਾਹਰਨ-9 : ਰੀਤੂ ਦੇ ਮਾਤਾ ਜੀ ਨੇ ਕਿਹਾ, ''ਇਡਲੀ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ 5 ਹਿੱਸੇ ਚਾਵਲ ਅਤੇ 3 ਹਿੱਸੇ ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ ਲੈਣੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।'' ਅਜਿਹੇ ਘੋਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਚਾਵਲ ਅਤੇ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾਲ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਹੱਲ : ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਲਿਖਾਂਗੇ ਚਾਵਲ : ਮਾਂਹ ਦਾਲ = 5 : 3

ਕੁੱਲ ਹਿੱਸੇ = $5 + 3 = 8$

ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ $\frac{5}{8}$ ਹਿੱਸੇ ਚਾਵਲ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$ ਹਿੱਸੇ ਮਾਂਹ ਦਾਲ

ਚਾਵਲ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{5}{8}\times 100\right)\% = \frac{125}{2}\% = 62.5\%$

ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{3}{8}\times 100\right)\% = \frac{75}{2}\% = 37.5\%$

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Converting a Percentage into a Decimal)

ਨਿਯਮ : ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ (% ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ $\frac{1}{100}$ ਨਾਲ ਬਦਲ ਕੇ) ਫਿਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-10 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 25% (ii) 78.5% (iii) 150%

ਹੱਲ : (i) $25\% = 25 \times \frac{1}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$

(ii) $78.5\% = 78.5 \times \frac{1}{100} = \frac{78.5}{100} = 0.785$

(iii) $150\% = 150 \times \frac{1}{100} = \frac{15}{10} = 1.5$

ਨੋਟ : ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ % ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹਟਾ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਦੋ ਅੰਕ ਖਿਸਕਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Converting a Decimal into a Percentage)

ਨਿਯਮ : ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ '%' ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ।

ਉਦਾਹਰਨ-11 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ-

(*i*) **0.75** (*ii*) **0.025** (*iii*) **0.4**

ਹੱਲ : (*i*) $0.75 = (0.75 \times 100)\% = 75\%$

(*ii*) $0.025 = (0.025 \times 100)\% = 2.5\%$

(*iii*) $0.4 = (0.4 \times 100)\% = 40\%$

ਨੋਟ : ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਦੋ ਅੰਕ ਖਿਸਕਾ ਕੇ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ % ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਨਾ (Find a percentage of a given quantity)

ਨਿਯਮ : ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ-12 : ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) **12 ਦਾ 75%** (*ii*) **64 ਦਾ $12\frac{1}{2}$ %**

ਹੱਲ : (*i*) 12 ਦਾ $75\% = 12 \times \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \times 12 = 9$

(*ii*) 64 ਦਾ $12\frac{1}{2}\% = 64 \times \frac{\frac{25}{2}}{100} = \frac{25}{2} \times \frac{16}{25} = 8$

ਉਦਾਹਰਨ-13 : 50 ਬੱਚਿਆਂ 'ਤੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਇਕ ਸਰਵੇਖਣ ਅਨੁਸਾਰ 20% ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖੇਡਣਾ ਪਸੰਦ ਹੈ। ਕਿੰਨੇ ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖੇਡਣਾ ਪਸੰਦ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ = 50

ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 20% ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖੇਡਣਾ ਪਸੰਦ ਹੈ।

∴ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖੇਡਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

= 50 ਦਾ 20%

$= 50 \times \frac{20}{100}$

$= 50 \times \frac{1}{5} = 10$

ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ (Expressing one quantity as percentage of another quantity)

ਨਿਯਮ : ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ

$$\text{ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ} = \left(\frac{\text{ਇਕ ਰਾਸ਼ੀ}}{\text{ਦੂਜੀ ਰਾਸ਼ੀ}} \times 100\right)$$

ਨੋਟ- ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਇਕੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਇਕਾਈ ਦੀਆਂ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-14 : ਇੱਕ ਆਦਮੀ ਨੇ ਫਰਿਜ਼ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ 5 ਆਇਸਕ੍ਰੀਮ ਕੱਪ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਕੱਪ ਖਾ ਲਏ। ਉਸ ਨੇ ਕਿੰਨਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਆਈਸਕ੍ਰੀਮ ਖਾਧੀ ?

ਹੱਲ : ਲੋੜੀਂਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{3}{5}\times 100\right)\% = 60\%$

ਉਦਾਹਰਨ-15 : ਦਰਸਾਓ

(*i*) 15 ਨੂੰ 45 ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਜੋਂ

(*ii*) 20 ਪੈਸਿਆਂ ਨੂੰ 5 ਰੁਪਏ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਜੋਂ

ਹੱਲ : (*i*) ਲੋੜੀਂਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{15}{45}\times 100\right)\% = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$

(*ii*) 5 ਰੁਪਏ = 500 ਪੈਸੇ

ਲੋੜੀਂਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ = $\left(\frac{20}{500}\times 100\right)\% = 4\%$

ਵਾਧਾ ਜਾਂ ਘਾਟਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਨਾ (To find Increase or Decrease Percentage)

ਨਿਯਮ :

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ = $\left(\frac{\text{ਵਾਧਾ ਮੁੱਲ}}{\text{ਆਰੰਭਿਕ ਮੁੱਲ}}\times 100\right)$

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਘਾਟਾ = $\left(\frac{\text{ਘਾਟਾ ਮੁੱਲ}}{\text{ਆਰੰਭਿਕ ਮੁੱਲ}}\times 100\right)\%$

ਉਦਾਹਰਨ-16 : ਪਿਛਲੀ ਰੁੱਤ ਵਿੱਚ ਸੇਬ ₹ 50 ਪ੍ਰਤੀ ਕਿਲੋ ਦੇ ਭਾਅ ਨਾਲ ਵਿਕ ਰਹੇ ਸਨ। ਇਸ ਰੁੱਤ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿਲੋ ਕੀਮਤ ₹ 55 ਹੈ। ਸੇਬਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਵਿੱਚ ਹੋਇਆ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ ਜਾਂ ਘਾਟਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਸਾਫ ਤੌਰ ਤੇ ਕੀਮਤ ₹ 50 ਤੋਂ ₹ 55 ਤੱਕ ਵਧੀ ਹੈ

ਆਰੰਭਿਕ (ਅਸਲ) ਮੁੱਲ = ₹ 50

ਕੀਮਤ 'ਚ ਵਾਧਾ = ₹ 55 – ₹ 50

= ₹ 5

∴ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ = $\left(\frac{\text{ਕੀਮਤ 'ਚ ਵਾਧਾ}}{\text{ਆਰੰਭਿਕ ਮੁੱਲ}}\times 100\right)$

$= \left(\frac{5}{50}\times 100\right)\%$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੇਬਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਵਿੱਚ 10% ਦਾ ਵਾਧਾ ਹੋਇਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-17 : ਇੱਕ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ₹ 60000 ਕੀਮਤ ਵਾਲਾ ਕੰਪਿਊਟਰ ਹੁਣ ₹ 40000 ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ ਜਾਂ ਘਾਟਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਕੀਮਤ ₹ 60000 ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੇ ₹ 40000 ਹੋ ਗਈ ਹੈ।

ਆਰੰਭਿਕ ਕੀਮਤ = ₹ 60000,

ਕੀਮਤ ਵਿੱਚ ਘਾਟਾ = ₹60000 – ₹40000

= ₹ 20000

$\therefore$ ਘਾਟਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $= \left(\frac{\text{ਕੀਮਤ ਵਿੱਚ ਘਾਟਾ}}{\text{ਅਸਲੀ ਕੀਮਤ}} \times 100\right)$

$$= \left(\frac{20000}{60,000} \times 100\right)\% = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਮਤ $33\frac{1}{3}\%$ ਘੱਟ ਗਈ।

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (Use of Percentage)

ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਦੀ ਸੱਮਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-18 : 50 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ 20% ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਐਨਕ ਪਹਿਨਦੇ ਹਨ। ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਐਨਕ ਨਹੀਂ ਪਹਿਨਦੇ ?

ਹੱਲ : ਕਿਉਂਕਿ 20% ਐਨਕ ਪਹਿਨਦੇ ਹਨ।

$\therefore$ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਜੋ ਐਨਕ ਨਹੀਂ ਪਹਿਨਦੇ

$$= (100 - 20)\% = 80\%$$

ਇਸ ਲਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਐਨਕ ਨਹੀਂ ਪਹਿਨਦੇ

$$= 50 \text{ ਦਾ } 80\% = 50 \times \frac{80}{100} = 40$$

ਉਦਾਹਰਨ-19 : ਮੀਂਹ ਵਾਲੇ ਦਿਨ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ 48 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿਚੋਂ 36 ਆਏ। ਕਿੰਨੇ ਬੱਚੇ ਗੈਰਹਾਜਰ ਸਨ?

ਹੱਲ : ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀ = 48

ਕੁੱਲ ਗੈਰ ਹਾਜ਼ਰ ਵਿਦਿਆਰਥੀ = 48 – 36 = 12

$\therefore$ ਗੈਰ ਹਾਜ਼ਰ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $= \left(\frac{12}{48} \times 100\right)\% = 25\%$

ਅਭਿਆਸ - 8.2

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

   (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{49}{50}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $1\frac{3}{8}$

2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਸਰਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ :

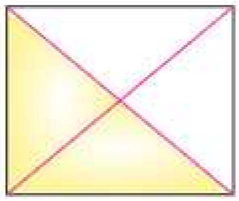
   (i) 25% (ii) 150% (iii) $7\frac{1}{2}\%$

3. (i) ਅਨੀਤਾ ਨੇ 400 ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 324 ਅੰਕ ਲਏ। ਅਨੀਤਾ ਨੇ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ ਲਏ ?

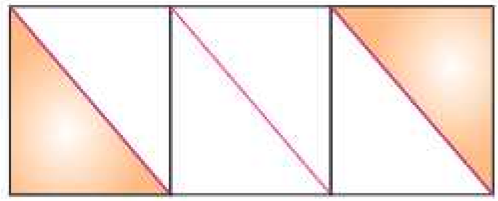
   (ii) 32 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ 8 ਗੈਰ ਹਾਜ਼ਰ ਹਨ। ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਗੈਰ ਹਾਜ਼ਰ ਹਨ ?

   (iii) 120 ਮਤਦਾਤਾ ਵਿੱਚੋਂ 90 ਨੇ ਮਤਦਾਨ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਲਿਆ ? ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੇ ਮਤਦਾਨ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ?

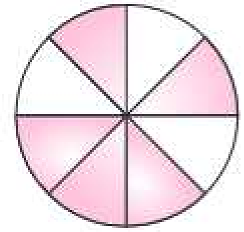
4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿਚ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਪੂਰੇ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਹੈ



(*i*)



(*ii*)



(*iii*)

5. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸਰਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:

(*i*) 14% (*ii*) $1\frac{3}{4}\%$ (*iii*) $33\frac{1}{3}\%$

6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿਚ ਬਦਲ ਕੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(*i*) 5 : 4 (*ii*) 1 : 1 (*iii*) 2 : 3 (*iv*) 9 : 16

7. ਚਾਕ ਵਿੱਚ ਕੈਲਸ਼ੀਅਮ, ਕਾਰਬਨ ਅਤੇ ਰੇਤ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 12 : 3 : 10 ਹੈ। ਚਾਕ ਵਿਚ ਕਾਰਬਨ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) 3 : 1 (*ii*) 1 : 4 (*iii*) 4 : 5 : 6

9. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(*i*) 28% (*ii*) 3% (*iii*) $37\frac{1}{2}\%$

10. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਚ ਬਦਲੋ।

(*i*) 0.65 (*ii*) 0.9

(*iii*) 2.1

11. (*i*) ਜੇਕਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ 65% ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਕੋਲ ਸਾਈਕਲ ਹੈ। ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਕੋਲ ਸਾਈਕਲ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(*ii*) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਟੋਕਰੀ ਸੇਬਾਂ, ਸੰਤਰੇ ਅਤੇ ਅੰਬਾਂ ਨਾਲ ਭਰੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਟੋਕਰੀ ਵਿੱਚ 50% ਸੇਬ, 30% ਸੰਤਰੇ ਹਨ ਤਾਂ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਬ ਹਨ ?

12. ਇੱਕ ਸ਼ਹਿਰ ਦੀ ਜਨਸੰਖਿਆ 25,000 ਤੋਂ 24,500 ਘੱਟ ਗਈ। ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਜਨਸੰਖਿਆ ਘੱਟ ਗਈ ?

13. ਅਰੁਨ ਨੇ ਇੱਕ ਪਲਾਟ 3,50,000 ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਖਰੀਦਿਆ। ਅਗਲੇ ਸਾਲ ਇਸ ਪਲਾਟ ਦੀ ਕੀਮਤ ਵੱਧ ਕੇ 3,70,000 ਹੋ ਗਈ। ਪਲਾਟ ਦੀ ਕੀਮਤ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਧੀ ?

14. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) 250 ਦਾ 15% (*ii*) 120 ਦਾ 25%

(*iii*) 12.5 ਦਾ 4% (*iv*) ₹ 250 ਦਾ 12%

15. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) ਅਨੁਪਾਤ 2 : 3 ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

(*a*) 40% (*b*) 60% (*c*) $66\frac{2}{3}\%$ (*d*) $33\frac{1}{3}\%$

(*ii*) ਜੇਕਰ x ਦਾ 30% = 72 ਹੋਵੇ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

(*a*) 120 (*b*) 240 (*c*) 360 (*d*) 480

(*iii*) 0.025 ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਚ ਬਦਲੋ :

(*a*) 250% (*b*) 25% (*c*) 4% (*d*) 2.5%

(*iv*) ਇੱਕ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿਚ 45% ਲੜਕੀਆਂ ਹਨ ? ਜੇਕਰ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ 22 ਲੜਕੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਕੁਲ ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ ?

(*a*) 30 (*b*) 36 (*c*) 40 (*d*) 44

(*v*) $\frac{1}{7}$ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $\frac{2}{35}$ ਹੈ ?

(*a*) 20% (*b*) 25% (*c*) 30% (*d*) 40%

ਲਾਭ ਅਤੇ ਹਾਨੀ (Profit and Loss)

ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਰ (ਥੋਕ ਵਿਕ੍ਰੇਤਾ) ਆਪਣੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨਿਰਮਾਤਾ ਕੋਲੋਂ ਜਾਂ ਇੱਕ ਥੋਕ ਵਿਕ੍ਰੇਤਾ ਕੋਲ ਖਰੀਦਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਗ੍ਰਾਹਕ ਨੂੰ ਵੇਚ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਵਸਤਾਂ ਆਪਣੀਆਂ ਖਰੀਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਕੀਮਤ ਤੇ ਵੇਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਲਾਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਕਾਰਨ ਉਹ ਵਸਤਾਂ ਆਪਣੀਆਂ ਖਰੀਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੀਮਤ ਤੇ ਵੇਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P.) → ਜੋ ਵਸਤੂ ਜਿਸ ਕੀਮਤ 'ਤੇ ਖਰੀਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਵੇਚ ਮੁੱਲ (S.P.) → ਜੋ ਵਸਤੂ ਜਿਸ ਕੀਮਤ ਤੇ ਵੇਚੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਲਾਭ → ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ, ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਲਾਭ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਲਾਭ = ਵੇਚ ਮੁੱਲ – ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ

ਭਾਵ ਵੇਚਮੁੱਲ > ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤਾਂ ਲਾਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

ਹਾਨੀ → ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਹਾਨੀ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ – ਵੇਚ ਮੁੱਲ

ਭਾਵ ਵੇਚ ਮੁੱਲ < ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤਾਂ ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ

ਜੇਕਰ S.P = C.P ਤਾਂ ਨਾ ਲਾਭ ਅਤੇ ਨਾ ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ :

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੇ ਟੀ.ਵੀ. ₹ 11,000 ਦਾ ਖਰੀਦਿਆ ਅਤੇ ₹ 12,100 ਦਾ ਵੇਚ ਦਿੱਤਾ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਲਾਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

ਲਾਭ = 12100 – 11000 = ₹ 1100

ਜੇਕਰ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਟੀ.ਵੀ. ਨੂੰ ₹ 10,000 ਵਿੱਚ ਵੇਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਹਾਨੀ = ₹ 11000 – ₹ 10000 = ₹ 1000

ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ (Profit or Loss Percentage)

ਅਕਸਰ ਵਪਾਰ ਵਿੱਚ, ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਨ ਦੀ ਬਜਾਏ ਅਸੀਂ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਹਮੇਸ਼ਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ

$$\text{ਲਾਭ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ} = \left[\frac{\text{ਲਾਭ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100\right]\%$$

$$\text{ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ} = \left[\frac{\text{ਹਾਨੀ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100\right]\%$$

ਉਦਾਹਰਨ-1: ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੇ ਘੜੀ ₹580 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹667 ਦੀ ਵੇਚ ਦਿੱਤੀ। ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ :

ਘੜੀ ਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P.) = ₹ 580

ਘੜੀ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ (S.P.) = ₹ 667

∴ ਲਾਭ = S.P. – C.P. = ₹667 – ₹580 = ₹87

$$\text{ਲਾਭ \%} = \left[\frac{\text{ਲਾਭ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100\right]\% = \left[\frac{87}{580} \times 100\right]\% = 15\%$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਸਾਕਸ਼ੀ ਨੇ ਇੱਕ ਸੋਨੇ ਦੀ ਮੁੰਦਰੀ ₹ 5500 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ਦੋ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਉਸ ਨੇ ₹ 4,000 ਵਿੱਚ ਵੇਚ ਦਿਤੀ। ਉਸਦਾ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਮੁੰਦਰੀ ਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P.) = ₹ 5500

ਮੁੰਦਰੀ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ (S.P.) = ₹ 4000

ਮੁੰਦਰੀ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਸ਼ਾਕਸੀ ਨੂੰ ਹਾਨੀ ਹੋਈ।

ਹਾਨੀ = C.P. – S.P. = ₹ 5500 – ₹ 4000

= ₹1,500

$$\text{ਹਾਨੀ \%} = \frac{\text{ਹਾਨੀ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100$$

$$= \frac{1,500}{5,500} \times 100 = 27.27\%$$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹ 150 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ 12% ਲਾਭ 'ਤੇ ਵੇਚ ਦਿੱਤਾ। ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹150

$$\text{ਲਾਭ} = \text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਦਾ } 12\% = 150 \times \frac{12}{100}$$

$$= ₹\left[\frac{12}{100} \times 150\right] = ₹18$$

ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ + ਲਾਭ = ₹150 + ₹18

= ₹168

> **ਨੋਟ :** ਅਸੀਂ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਨਾਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
>
> $$\text{ਵੇਚ ਮੁੱਲ (S.P.)} = \text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P.)} \times \left[\frac{100 + \text{ਲਾਭ \%}}{100}\right]$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਨੂੰ ₹ 1240 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦਿਆ ਅਤੇ 7% ਹਾਨੀ 'ਤੇ ਵੇਚ ਦਿੱਤਾ।

ਹੱਲ :

ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹12400

$$\text{ਹਾਨੀ} = \text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਦਾ } 7\% = ₹12400 \times \frac{7}{100} = ₹868$$

ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ – ਹਾਨੀ

∴ = ₹12400 – ₹868 = ₹11532.

> **ਨੋਟ :** ਅਸੀਂ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਨਾਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
>
> $$\text{ਵੇਚ ਮੁੱਲ (S.P.)} = \text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P.)} \times \left[\frac{100 - \text{ਹਾਨੀ \%}}{100}\right]$$

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹ 475 ਦੀ ਖਰੀਦ ਕੇ ਰਾਹੁਲ ਨੂੰ 5% ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਵਸਤੂ ਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹100

ਹਾਨੀ = ₹100 ਦਾ 5%

$= 100 \times \frac{5}{100}$

= ₹5

ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ₹(100 – 5)

= ₹95

ਜੇਕਰ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ 95 ਹੈ ਤਾਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹100

ਜੇਕਰ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ 1 ਹੈ ਤਾਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹ $\frac{100}{95}$

ਜੇਕਰ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ 475 ਹੈ ਤਾਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹ $\left[\frac{100}{95} \times 475\right]$

= ₹500

ਨੋਟ → ਅਸੀਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਨਾਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P)} = \text{ਵੇਚ ਮੁੱਲ} \times \left[\frac{100}{100 - \text{ਹਾਨੀ}\%}\right]$$

ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ (Simple Interest)

ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਬੈਂਕ ਜਾਂ ਸ਼ਾਹੂਕਾਰ ਕੋਲੋਂ ਪੈਸੇ ਉਧਾਰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮੇਂ ਉਪਰੰਤ ਪੈਸੇ ਚੁਕਾਣ ਲਈ ਕੁੱਝ ਵੱਧ ਰਕਮ ਦੇਣੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਾਧੂ ਰਕਮ ਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਵਿਆਜ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਵਿਆਜ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ :

- ਪੈਸੇ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਉਧਾਰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਉਸ ਨੂੰ ਮੂਲਧਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। (P).
- ਹਰੇਕ ਸਾਲ ਦੀ ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ, R (ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਚ)
- ਸਮਾਂ, T (ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ) ਜਿਸ ਲਈ ਪੈਸਾ ਉਧਾਰ ਲਿਆ ਹੋਵੇ

$$\text{ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ} = \frac{\text{ਮੂਲਧਨ} \times \text{ਦਰ} \times \text{ਸਮਾਂ}}{100} \quad \text{ਭਾਵ} \quad \text{S.I.} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

ਨੋਟ → P, R, T ਅਤੇ I; ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਹੋਣ ਦੀ ਸੂਰਤ ਵਿੱਚ
ਅਸੀਂ ਚੋਥਾ ਮੁੱਲ ਉੱਪਰ ਦੇ ਸੂਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

- **ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ (Amount) :** ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਤ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਤੁਹਾਨੂੰ ਮੂਲਧਨ ਅਤੇ ਵਿਆਜ ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਪੂਰਾ ਧਨ ਵਾਪਸ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ

ਭਾਵ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ = ਮੂਲਧਨ + ਵਿਆਜ਼

ਜੇਕਰ ਮੂਲਧਨ P ਹੋਵੇ, ਵਿਆਜ਼ I ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ A ਹੋਵੇ ਤਾਂ

$$A = P + I$$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ₹ 1500 'ਤੇ 6% ਦਰ ਨਾਲ 3 ਸਾਲਾਂ ਦਾ ਵਿਆਜ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੂਲਧਨ (P) = ₹ 1500 ਦਰ (R) = 6% ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲ ਅਤੇ ਸਮਾਂ (T) = 3 ਸਾਲ

$$\therefore \quad \text{ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ (I)} = \frac{P \times R \times T}{100} = ₹\frac{1500 \times 6 \times 3}{100}$$

$$= ₹270$$

$$\text{ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ (A)} = P + I = ₹1500 + ₹270 = ₹1770$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਤ ਰਾਸ਼ੀ 'ਤੇ 5% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ 3 ਸਾਲਾਂ ਦਾ ਵਿਆਜ਼ ₹ 450 ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਰਾਸ਼ੀ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : I = ₹ 450, R = 5% ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲਾਨਾ T = 3 ਸਾਲ

ਮੰਨ ਲਉ ਮੂਲਧਨ = P

$$\text{ਵਿਆਜ (I)} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$450 = \frac{P \times 5 \times 3}{100} \Rightarrow P = ₹\, 450 \times \frac{100}{5 \times 3}$$

$$P = ₹\, 3000$$

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦਾ ਮੂਲਧਨ (P) = ₹ 3000

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਜੋਤੀ ₹6000 ਦਾ ਕਰਜਾ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ₹7080 ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਉਸ ਦੀ ਵਿਆਜ਼ ਦੀ ਦਰ ਪਤਾ ਕਰੋ?

ਹੱਲ : ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ (S.I) ₹ (7,080 – 6,000) = ₹ 1,080

S.I. = ₹ 1,080, T = 3 ਸਾਲ ਅਤੇ P = ₹ 6000

ਅਸੀਂ R ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ

ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ਼ ਦੇ ਸੂਤਰ ਅਨੁਸਾਰ,

$$S.I. = \frac{P \times R \times T}{100}$$

ਇਸ ਲਈ

$$R = \frac{SI \times 100}{P \times T}$$

ਸੂਤਰ ਵਿਚ ਕੀਮਤਾਂ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$R = \frac{1{,}080 \times 100}{6{,}000 \times 3} = 6$$

ਜੋਤੀ ਨੇ 6% ਵਿਆਜ ਹਰ ਸਾਲ ਦਿੱਤਾ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਤਨਵੀਰ ਨੇ ₹ 7000 ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਅਤੇ 7% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ ਵਿਆਜ਼ ਲਿਆ। ਜੇਕਰ ਉਸਨੇ ₹ 8470 ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਾਪਸ ਲਈ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਲਈ ਰਾਸ਼ੀ ਉਧਾਰ ਦਿੱਤੀ ?

ਹੱਲ :

$$\text{ਵਿਆਜ਼} = (\text{ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ} - \text{ਮੂਲਧਨ})$$

$$= ₹(8{,}470 - 7{,}000)$$

$$= ₹(1{,}470)$$

ਮੂਲਧਨ (P) = ₹ 7,000, ਵਿਆਜ਼ (I) = ₹ 1,470 ਅਤੇ ਦਰ (R) = 7% ਅਸੀ ਸਮਾਂ (T) ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ।
ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ਼ ਦੇ ਸੂਤਰ ਅਨੁਸਾਰ

$$S.I. = \frac{P \times R \times T}{100}$$

ਇਸ ਲਈ

$$T = \frac{S.I \times 100}{P \times R}$$

ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਕੀਮਤਾਂ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$T = \frac{1,470 \times 100}{7,000 \times 7} = 3$$

ਇਸ ਲਈ ਤਨਵੀਰ ਨੇ 3 ਸਾਲ ਲਈ ਰਾਸ਼ੀ ਉਧਾਰ ਦਿੱਤੀ।

ਅਭਿਆਸ - 8.3

1. ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਲਾਭ % 'ਤੇ ਹਾਨੀ % ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (*i*) ਬਾਗਬਾਨੀ ਦੇ ਔਜ਼ਾਰ ₹250 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੇ ਅਤੇ ₹325 ਵਿੱਚ ਵੇਚੇ।
   (*ii*) ਇਕ ਫਰਿਜ ₹1200 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦਿਆ ਅਤੇ ₹13,500 ਵਿੱਚ ਵੇਚਿਆ।
   (*iii*) ਇਕ ਅਲਮਾਰੀ ₹2500 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹3000 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ।
   (*iv*) ਇਕ ਕਮੀਜ਼ ₹250 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਤੇ ₹150 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ।
2. ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹735 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹850 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ। ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਕੀਰਤੀ ਨੇ ਇੱਕ ਸਾੜ੍ਹੀ ₹2500 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹2300 ਵਿੱਚ ਵੇਚ ਦਿੱਤੀ। ਉਸਦਾ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹252 ਵਿੱਚ ਵੇਚ ਕੇ 5% ਲਾਭ ਹੋਇਆ। ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. ਅਮ੍ਰਿਤ ਨੇ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ₹275 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ 15% ਹਾਨੀ 'ਤੇ ਵੇਚ ਦਿੱਤਾ। ਉਸ ਨੇ ਕਿੰਨੇ ਦੀ ਇਹ ਕਿਤਾਬ ਵੇਚੀ ?
6. ਜੂਹੀ ਨੇ ਇੱਕ ਕਪੜੇ ਧੋਣ ਵਾਲੀ ਮਸ਼ੀਨ ₹13500 ਦੀ ਵੇਚੀ। ਉਸ ਨੂੰ ਇਸ ਸੋਦੇ 'ਤੇ 20% ਹਾਨੀ ਹੋਈ। ਉਸਨੇ ਇਸ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਕੀਮਤ ਤੇ ਖਰੀਦਿਆ ?
7. ਅਨੀਤਾ ਨੇ ₹500 ਦਾ ਕਰਜਾ 15% ਦਰ 'ਤੇ ਲਿਆ। ਉਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨੇ ਪੈਸੇ ਦੇਣੇ ਪਏ?
8. 3 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ :
   (*i*) ਮੂਲਧਨ = ₹1200 ਅਤੇ 12% ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲ ਹੋਵੇ।
   (*ii*) ਮੂਲਧਨ = ₹7500 ਅਤੇ 5% ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲ ਹੋਵੇ।
9. ਸਮਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ ₹2500 ਤੇ ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ 6% ਦਰ ਨਾਲ ₹450 ਹੈ।
10. ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ ₹1560 ਤੇ 3 ਸਾਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ ₹585 ਹੈ।
11. ਜੇਕਰ ਨਕੁਲ ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ 9% ਦਰ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਸਾਲ ₹45 ਵਿਆਜ਼ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਕਿੰਨੀ ਰਾਸ਼ੀ ਉਧਾਰ ਲਈ ਗਈ ?
12. ਜੇਕਰ ₹14000 4% ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲ ਨਾਲ ਨਿਵੇਸ਼ ਕੀਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਕਦੋਂ ਤੱਕ ₹16240 ਹੋਵੇਗਾ?
13. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-
   (*i*) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਦਮੀ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹80 ਦੀ ਖਰੀਦ ਕੇ ₹100 ਦੀ ਵੇਚ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਦਾ ਲਾਭ % ਕੀ ਹੈ ?
   (*a*) 20% (*b*) 25%
   (*c*) 40% (*d*) 125%

(*ii*) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਦਮੀ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹120 ਦੀ ਖਰੀਦਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ₹100 ਦੀ ਵੇਚ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੀ ਹੈ?

(*a*) 10% (*b*) 20% (*c*) 25%(*d*) $16\frac{2}{3}$%

(*iii*) ਇੱਕ ਆਦਮੀ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀ ਮਹੀਨਾ ਤਨਖਾਹ ₹24000 ਹੈ। ਉਸ ਦੀ ਤਨਖਾਹ ਵਿੱਚ 25% ਦਾ ਵਾਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀ ਮਹੀਨੇ ਦੀ ਨਵੀ ਤਨਖਾਹ ਕੀ ਹੈ ?

(*a*) ₹2,500 (*b*) ₹28,000 (*c*) 30,000 (*d*) 36,000

(*iv*) ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹100 ਦੀ ਵੇਚ ਕੇ ਰੇਨੂੰ ਨੂੰ ₹20 ਲਾਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਦਾ ਲਾਭ % ਕੀ ਹੈ ?

(*a*) 25% (*b*) 20% (*c*) 15% (*d*) 40%

(*v*) ₹600 ਤੇ 8% ਦਰ ਨਾਲ 1 ਸਾਲ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਵਿਆਜ ਹੈ ?

(*a*) ₹600 (*b*) ₹480 (*c*) ₹400 (*d*) ₹240

(*vi*) ਜੇਕਰ ਰੋਹਨੀ ਨੇ 5% ਦਰ ਨਾਲ ₹4800 ਉਧਾਰ ਲਏ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ 2 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਾਪਿਸ ਮੋੜਨੀ ਪਵੇਗੀ ?

(*a*) ₹480 (*b*) ₹5040 (*c*) ₹5280 (*d*) ₹5600

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਆਪਣੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਅਕਸਰ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਚਾਈ, ਭਾਰ, ਤਨਖਾਹ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।
2. ਦੋ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਉਨ੍ਹਾ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋਵੇਂ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਵੀ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹਨ।
3. ਜੇਕਰ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ ਤੁੱਲ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਦ ਇੱਕ ਸਮਾਨ- ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ 8 : 2 ਅਤੇ 16 : 4 ਸਮਾਨ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ 8, 2, 16 ਅਤੇ 4 ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।
4. ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦਾ ਤੁੱਲ ਹੈ।
5. ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ, ਅੰਤਲੇ ਪਦਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
6. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾ ਮਤਲਬ ਪ੍ਰਤੀ ਸੌ। % ਚਿੰਨ੍ਹ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਭਾਵ $\frac{1}{100}$
7. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ % ਨੂੰ $\frac{1}{100}$ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ।
8. ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ % ਲਗਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
9. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ % ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ $\frac{1}{100}$ ਲਗਾਉ ਅਤੇ ਫਿਰ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
10. ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ % ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉ।
11. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
12. ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
13. ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਲੱਭਣ ਲਈ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।
14. ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ/ਘਾਟਾ = $\left[\frac{\text{ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਵ}}{\text{ਅਸਲ ਰਾਸ਼ੀ}}\times 100\right]\%$

15. ਜਿਸ ਕੀਮਤ 'ਤੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਖਰੀਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (C.P.) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
16. ਜਿਸ ਕੀਮਤ 'ਤੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਵੇਚੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਵੇਚ ਮੁੱਲ (S.P) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
17. ਜੇਕਰ ਵੇਚ ਮੁੱਲ, ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੂੰ ਲਾਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਲਾਭ = ਵੇਚ ਮੁੱਲ – ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ
18. ਜੇਕਰ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੂੰ ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ
    ਹਾਨੀ = ਵੇਚ ਮੁੱਲ – ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ
19. ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ % ਦੀ ਗਣਨਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਹੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$$\text{ਲਾਭ \%} = \left[\frac{\text{ਲਾਭ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100\right]\%$$

$$\text{ਹਾਨੀ \%} = \left[\frac{\text{ਹਾਨੀ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100\right]\%$$

20. ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ (S.I.) $= \frac{P \times R \times T}{100}$

    ਜਿਥੇ P = ਮੂਲਧਨ
    R = ਸਾਲਾਨਾ ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ = R %
    T = ਸਮਾਂ (ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ)
21. ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ (A) = ਮੂਲਧਨ (P) + ਵਿਆਜ਼ (I)
22.
    - $P = \frac{S.I. \times 100}{R \times T}$
    - $R = \frac{S.I. \times 100}{P \times T}$
    - $T = \frac{S.I. \times 100}{P \times R}$

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਭਾਵ ਦੋ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
5. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਇਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
6. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
7. ਲਾਭ, ਹਾਨੀ, ਲਾਭ % ਅਤੇ ਹਾਨੀ % ਦੀਆਂ ਸਮਸਿਆਵਾਂ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
8. ਇੱਕ ਖਾਸ ਸਮੇਂ ਦੀ ਮਿਆਦ ਲਈ ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ, ਮੂਲਧਨ ਅਤੇ ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ, ਸਮਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
9. ਸਧਾਰਨ ਵਿਆਜ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਧਨ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 8.1

1. (i) 10 : 1 (ii) 500 : 7
   (iii) 1 : 1 (iv) 20 : 1
2. No
3. 840
4. 180 km
5. 12

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. (i) 12.5% (ii) 98%
   (iii) 125% (iv) $137\frac{1}{2}\%$
2. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{3}{40}$
3. (i) 81% (ii) 25% (iii) 25%
4. (i) $\frac{1}{2}$; 50% (ii) $\frac{1}{3}$; $33\frac{1}{3}\%$ (iii) $\frac{5}{8}$; 62.5%
5. (i) 7 : 50 (ii) 7 : 400
   (iii) 1 : 3
6. (i) 125% (ii) 100%
   (iii) $66\frac{2}{3}\%$ (iv) $56\frac{1}{4}\%$
7. 12%
8. (i) 75%, 25% (ii) 20%, 80% (iii) $26\frac{2}{3}\%$, $33\frac{1}{3}$, 40%
9. (i) 0.28 (ii) 0.03 (iii) 0.375
10. (i) 65% (ii) 90% (iii) 210%
11. (i) 35% (ii) 20%
12. 2%
13. $5\frac{5}{7}\%$
14. (i) 37.5 (ii) 30 ਲੀਟਰ
    (iii) 0.5 (iv) ₹300
15. (i) (c) (ii) (b) (iii) (d)
    (iv) (c) (v) (d)

ਅਭਿਆਸ 8.3

1. (*i*) ਹਾਨੀ = 75 ਰੁਪਏ ; ਲਾਭ % = 30 (*ii*) ਲਾਭ = 1500 ਰੁਪਏ ; ਲਾਭ % = 12.5

(*iii*) ਲਾਭ = 500 ਰੁਪਏ ; ਲਾਭ % = 20 (*iv*) ਹਾਨੀ = ₹100 ; ਹਾਨੀ % - 40

2. ਲਾਭ = 115 ਰੁਪਏ

3. ₹ 200 ; 8%

4. ₹ 240

5. ₹ 233.75

6. ₹ 16875

7. ₹ 750

8. (*i*) ₹1632 (*ii*) ₹ 8625

9. 3 ਸਾਲ

10. 12.5% *p.a.*

11. ₹ 500

12. 4 ਸਾਲ

13. (*i*) (*b*) (*ii*) (*d*)

(*iii*) (*c*) (*iv*) (*a*)

(*v*) (*b*) (*vi*) (*c*)

ਪਾਠ

9

R6B5A7

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ।
2. ਤੁਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਬਾਰੇ।
3. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ।
4. ਦਿੱਤੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
5. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ 'ਤੇ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨਾ।
6. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਦਾ ਮਾਣ (Our Nation's Pride)

ਆਰਿਆਭੱਟ : ਆਰਿਆ ਭੱਟ, ਇੱਕ ਮਹਾਨ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਸੀ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜਨਮ 476 (ਸਾ. ਯ.) ਵਿੱਚ ਪਟਨਾ ਭਾਰਤ ਦੇ ਕੁਸਮਪੁਰ (ਪਾਟਲੀਪੁੱਤਰ) ਵਿੱਚ ਹੋਇਆ ਅਤੇ ਦੇਹਾਂਤ 550 (ਸਾ. ਯੁ.) ਵਿੱਚ ਹੋਇਆ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਖੋਜ ਕਾਰਜਾਂ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸੰਕਲਪ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਆਦਿ। ਮਹਾਨ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਲੈਪਲਸ (1749–1829) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਭਾਰਤ ਨੇ ਸਾਰੀ ਦੁਨੀਆ ਨੂੰ, ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕੀਤੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਦਸ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਸੰਕਲਪਾਂ ਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਉਸ ਸਮੇਂ ਹੋਰ ਵੱਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਪੋਲੋਨੀਅਸ ਅਤੇ ਆਰਕਿਮੀਡੀਜ਼ ਜਿਹੇ ਵਿਸ਼ਵ ਪ੍ਰਸਿੱਧ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਵੀ ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਲੋੜੀਂਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨਹੀਂ ਖੋਜ ਸਕੇ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਬਹੁਤ ਲੰਬੇ ਸਮੇਂ ਬਾਅਦ ਹੋਈ। ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮਨੁੱਖ-ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖ ਨਹੀਂ ਸਕਦਾ ਸੀ ਕੇਵਲ ਹੱਥਾਂ ਦੀ ਉਂਗਲਾਂ ਜਾਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਕੇ ਹੀ ਉਸੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾ ਸਕਦਾ ਸੀ।

ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Natural numbers) : ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Whole Numbers) : ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ '0' ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Integers) : ਸਾਰੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ............–6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ '0' ਅਜਿਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਰਿਣਤਾਮਕ।

ਭਿੰਨਾਂ (Fraction) : $\frac{a}{b}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀ ਸੰਖਿਆ ਭਿੰਨ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਜਿਥੇ a ਨੂੰ ਅੰਸ਼ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ $b \neq 0$ ਨੂੰ ਹਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਲੋੜ : ਸਮਾਂ, ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਤੋਂ ਦੂਸਰੀ ਇਕਾਈ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਜੇ ਅਸੀਂ 20 ਮਿੰਟਾਂ ਨੂੰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿਚ ਬਦਲਣਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ ਘੰਟੇ ਹੋਵੇਗਾ। ਤੁਸੀਂ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 500 ਮੀ. ਉਚਾਈ ਨੂੰ $\frac{1}{2}$ km ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਕੀ ਇਸ ਉੱਚਾਈ ਨੂੰ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਕੀ ਅਸੀਂ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ $\frac{1}{2}$ km ਨੂੰ $\frac{-1}{2}$ km ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ? ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{-1}{2}$ ਨਾ ਤਾਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤੇ ਨਾ ਹੀ ਭਿੰਨ। ਸਾਨੂੰ ਆਪਣੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਨ ਲਈ ਵਧਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕੀ ਹਨ ?

ਸ਼ਬਦ "ਪਰਿਮੇਯ" (rational) ਦੀ ਉਤਪਤੀ ਸ਼ਬਦ 'ਅਨੁਪਾਤ' (ratio) ਤੋਂ ਹੋਈ ਹੈ।

5 : 6 ਨੂੰ $\frac{5}{6}$ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਥੇ '5' ਅੰਸ਼ ਅਤੇ '6' ਹਰ ਹੈ।

$\frac{a}{b}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਸੰਖਿਆ ਜਿਥੇ a ਅਤੇ b ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $b \neq 0$ ਹੈ, ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $\frac{5}{6}, \frac{-7}{8}$ ਅਤੇ $\frac{21}{-9}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Equivalent Rational Numbers) : ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ 'ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ' (non zero) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤੁੱਲ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1: ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

(*i*) $\frac{-3}{5}$ (*ii*) $\frac{-8}{40}$

ਹੱਲ : (*i*)

$$\frac{-3}{5} = \frac{-3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{-6}{10}$$

$$\frac{-3}{5} = \frac{-3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{-9}{15}$$

$\therefore$ $\frac{-3}{5}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-6}{10}$ ਅਤੇ $\frac{-9}{15}$ ਹਨ।

(*ii*)

$$\frac{-8}{40} = \frac{-8 \div 4}{40 \div 4} = \frac{-2}{10}$$

$$\frac{-8}{40} = \frac{-8 \div (-8)}{40 \div (-8)} = \frac{1}{-5}$$

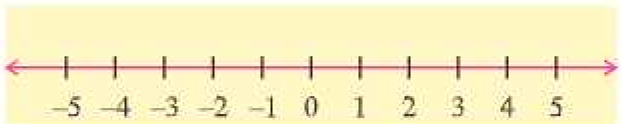
$\therefore$ $\frac{-8}{40}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-2}{10}$ ਅਤੇ $\frac{1}{-5}$ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਜਿੰਨੀਆਂ ਵੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Positive Rational Numbers) : ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਂ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਅੰਸ਼ ਤੇ ਹਰ ਦੋਵੇਂ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਣ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{6}{7}, \frac{5}{8}, \frac{-13}{-18}, \frac{-25}{-9}$ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

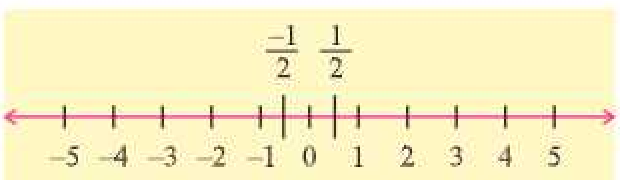
ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Negative Rational Numbers) : ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਅੰਸ਼ ਜਾਂ ਹਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ : $\frac{-6}{7}, \frac{5}{-9}, \frac{-15}{8}, \frac{8}{-17}$ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ : ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਆਓ ਹੁਣ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{2}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਈਏ। 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਅੱਧੀ ਦੂਰੀ ਜਿਸਨੂੰ $\frac{1}{2}$ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ।

0 ਅਤੇ –1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਜਿਸਨੂੰ $\frac{-1}{2}$ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ।



ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Rational Numbers in standard form) : ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਹੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਸਦਾ ਹਰ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਤੇ ਹਰ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨ ਖੰਡ (HCF) 1 ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $\frac{5}{7}, \frac{-4}{9}, \frac{2}{9}$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(*i*) $\mathbf{\frac{-21}{48}}$ (*ii*) $\mathbf{\frac{42}{-28}}$

ਹੱਲ : (*i*) $\frac{-21}{48}$

$\because$ ਕਿਉਂਕਿ 21 ਅਤੇ 48 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 3 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਅੰਸ਼ ਤੇ ਹਰ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\therefore \quad \frac{-21}{48} = \frac{-21 \div 3}{48 \div 3}$$

$$= \frac{-7}{16}$$

$\frac{-21}{48}$ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ $\frac{-7}{16}$ ਹੈ।

(*ii*) $\frac{42}{-28}$

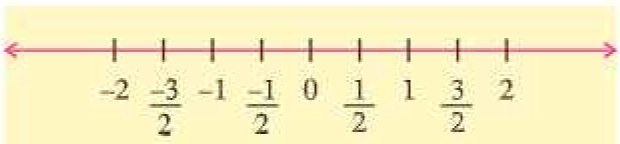
∵ ਕਿਉਂਕਿ 42 ਅਤੇ 28 ਦਾ ਮ:ਸ:ਵ 14 ਹੈ।

∴ ਇਸ ਲਈ, ਅੰਸ਼ ਤੇ ਹਰ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ (–14) ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$\frac{42}{-28} = \frac{42 \div (-14)}{-28 \div (-14)} = \frac{-3}{2}$$

∴ ਇਸ ਲਈ $\frac{42}{-28}$ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ $\frac{-3}{2}$ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ (Comparing rational numbers)



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ :-

1. ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹਮੇਸ਼ਾਂ 0 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹਮੇਸ਼ਾਂ 0 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
3. ਜੇਕਰ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
   (*i*) ਹਰੇਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।
   (*ii*) ਹਰ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ (L.C.M) ਲਓ।
   (*iii*) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ, ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇ, ਉਹ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਵਿਚੋਂ ਵੱਡੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) $\frac{4}{9}$ **ਅਤੇ** $\frac{3}{6}$ (*ii*) $\frac{-5}{7}$ **ਅਤੇ** $\frac{-4}{9}$

ਹੱਲ : (*i*) ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{4}{9}$ ਅਤੇ $\frac{3}{6}$ ਹਨ।

∵ ਕਿਉਂਕਿ 9 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ 18 ਹੈ।

∴
$$\frac{4}{9} = \frac{4\times 2}{9\times 2} = \frac{8}{18}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{3\times 3}{6\times 3} = \frac{9}{18}$$

∵ ਕਿਉਂਕਿ ਦੂਸਰੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਪਹਿਲੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ $9 > 8$

$$\Rightarrow \frac{9}{18} > \frac{8}{18}$$

ਇਸ ਲਈ $\frac{3}{6} > \frac{4}{9}$

(*ii*) ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-4}{9}$ ਹਨ।

$\because$ ਕਿਉਂਕਿ 7 ਅਤੇ 9 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ 63 ਹੈ।

$\therefore \quad \frac{-5}{7} = \frac{-5}{7} \times \frac{9}{9} = \frac{-45}{63}$

$\frac{-4}{9} = \frac{-4}{9} \times \frac{7}{7} = \frac{-28}{63}$

$\because \quad -28 > -45$

$\frac{-28}{63} > \frac{-45}{63}$

ਇਸ ਲਈ $\quad \frac{-4}{9} > \frac{-5}{7}$

ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Rational numbers between two given rational numbers)

–4 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –3, –2, –1, 0, 1, 2 ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ –4 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਠੀਕ 6 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਸੀਮਿਤ (finite) ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ 3 ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ $\frac{-5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-4}{9}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ :

$$\frac{-44}{63} < \frac{-43}{63} < \frac{-42}{63} < \frac{-41}{63} < \ldots\ldots\ldots < \frac{-29}{63}$$

ਤੁਸੀਂ ਜਿੰਨੀਆਂ ਚਾਹੋ ਉਨੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਦੋ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ '*n*' ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਤੇ ਹਰ ਨੂੰ '*n* + 1' ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਸ ਲਈ, $\frac{2}{5}$ ਅਤੇ $\frac{4}{5}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ 4 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 4 + 1 = 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : –1 ਅਤੇ 0 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ –1 ਅਤੇ 0 ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਥੇ ਹਰ 3 + 1 ਭਾਵ 4 ਹੋਵੇ

$\therefore \quad -1 = -1 \times \frac{4}{4} = \frac{-4}{4}$

$0 = 0 \times \frac{4}{4} = \frac{0}{4}$

$\frac{-4}{4} < \frac{-3}{4} < \frac{-2}{4} < \frac{-1}{4} < \frac{0}{4}$

ਇਸ ਲਈ –1 ਅਤੇ 0 ਵਿਚਕਾਰ 3 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-1}{4}$ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : $\frac{-5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}$ ਹਨ।

ਇਥੇ ਹਰ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ $\quad \frac{-5}{7} = \frac{-5}{7} \times \frac{3}{3} = \frac{-15}{21}$

$$\frac{-1}{3} = \frac{-1}{3} \times \frac{7}{7} = \frac{-7}{21}$$

$$\frac{-15}{21} < \frac{-14}{21} < \frac{-13}{21} < \frac{-12}{21} < \frac{-11}{21} < \frac{-10}{21} < \frac{-7}{21}$$

ਜਾਂ $\frac{-5}{7} < \frac{-2}{3} < \frac{-13}{21} < \frac{-12}{21} < \frac{-11}{21} < \frac{-10}{21} < \frac{-1}{3}$

ਇਸ ਲਈ, $\frac{-5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ :

$\frac{-2}{3}, \frac{-13}{21}, \frac{-4}{7}, \frac{-11}{21}, \frac{-10}{21}$

ਅਭਿਆਸ - 9.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ (equivalent) ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ :-
   (*i*) $\frac{4}{5}$ (*ii*) $\frac{-5}{9}$
   (*iii*) $\frac{3}{-11}$
2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਪਤਾ ਕਰੋ :-
   (*i*) $\frac{35}{49}$ (*ii*) $\frac{-42}{56}$
   (*iii*) $\frac{19}{-57}$ (*iv*) $\frac{-12}{-36}$
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ ਇੱਕ ਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ
   (*i*) $\frac{-15}{25}$ ਅਤੇ $\frac{18}{-30}$ (*ii*) $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-4}{6}$
   (*iii*) $\frac{-3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{-12}{16}$ (*iv*) $\frac{-3}{-7}$ ਅਤੇ $\frac{3}{7}$
4. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ ?
   (*i*) $\frac{3}{7}, \frac{4}{5}$ (*ii*) $\frac{-4}{12}, \frac{-8}{12}$
   (*iii*) $\frac{-3}{9}, \frac{4}{-18}$ (*iv*) $-2\frac{3}{5}, -3\frac{5}{8}$
5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (*i*) $\frac{-5}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{-1}{7}$ (*ii*) $\frac{-1}{5}, \frac{-2}{15}, \frac{-4}{5}$
   (*iii*) $\frac{-3}{8}, \frac{-2}{4}, \frac{-3}{2}$

6. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

(*i*) –2 ਅਤੇ –1 (*ii*) $\frac{-4}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{3}$ (*iii*) $\frac{1}{3}$ ਅਤੇ $\frac{5}{7}$

7. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ, ਚਾਰ ਹੋਰ ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

(*i*) $\frac{-1}{5}, \frac{-2}{10}, \frac{-3}{15}, \frac{-4}{20}, \ldots\ldots$ (*ii*) $\frac{-1}{7}, \frac{2}{-14}, \frac{3}{-21}, \frac{4}{-28}, \ldots\ldots$

8. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

(*i*) $\frac{2}{4}$ (*ii*) $\frac{-3}{4}$ (*iii*) $\frac{5}{8}$ (*iv*) $\frac{-6}{4}$

9. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) $\frac{3}{4} = \frac{?}{12}$, ਤਾਂ ? = ...

(*a*) 3 (*b*) 6 (*c*) 9 (*d*) 12

(*ii*) $\frac{-4}{7} = \frac{?}{14}$, ਤਾਂ ? = ...

(*a*) –4 (*b*) –8 (*c*) 4 (*d*) 8

(*iii*) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{-21}{28}$ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ .... ਹੈ।

(*a*) $\frac{-3}{4}$ (*b*) $\frac{3}{4}$ (*c*) $\frac{3}{7}$ (*d*) $\frac{-3}{7}$

(*iv*) ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{7}{-4}$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(*a*) $\frac{14}{-8}$ (*b*) $\frac{21}{-12}$ (*c*) $\frac{28}{-16}$ (*d*) $\frac{7}{-8}$

(*v*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ ?

(*a*) $0 > \frac{-4}{9}$ (*b*) $0 < \frac{-4}{9}$ (*c*) $0 = \frac{4}{9}$ (*d*) ਕੋਈ ਨਹੀ

(*vi*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ ?

(*a*) $\frac{-4}{5} < \frac{-3}{10}$ (*b*) $\frac{-4}{5} > \frac{3}{-10}$ (*c*) $\frac{-4}{5} = \frac{3}{-10}$ (*d*) ਕੋਈ ਨਹੀ

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations on Rational Numbers)

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Rational Numbers) : ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਹਰ ਧਨਾਤਮਕ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ। ਜੇ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ ਲੈ ਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਾਂਗੇ, ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਸਮੇਂ ਕੀਤਾ ਸੀ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਸਧਾਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਨੂੰ ਜੋੜਾਂਗੇ। ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਉਸੇ (ਸਮਾਨ) ਹਰ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹੋਏ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : $\frac{5}{9}$ **ਅਤੇ** $\frac{-8}{9}$ **ਨੂੰ ਜੋੜੋ।**

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ $\frac{5}{9} + \frac{-8}{9}$

$$= \frac{5+(-8)}{9}$$

$$= \frac{5-8}{9}$$

$$= \frac{-3}{9}$$

$$= \frac{-1}{3}$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : $\frac{9}{-17}$ ਅਤੇ $\frac{-5}{17}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ $\frac{9}{-17} + \frac{-5}{17}$

$$\frac{9}{-17} = \frac{9}{-17} \times \frac{-1}{-1} = \frac{-9}{17}$$

ਹੁਣ $\frac{9}{-17} + \frac{-5}{17} = \frac{-9}{17} + \frac{-5}{17}$

$$= \frac{-14}{17}$$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : $\frac{-4}{6}$ ਅਤੇ $\frac{5}{9}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ : ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-4}{6}$ ਅਤੇ $\frac{5}{9}$ ਹਨ।

ਇਥੇ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ।

6 ਅਤੇ 9 ਦਾ ਲ.ਸ. ਵ. $= 2 \times 3 \times 3 = 18$

2	6, 9
3	3, 9
3	1, 3
	1, 1

ਹੁਣ $\frac{-4}{6} = \frac{-4}{6} \times \frac{3}{3} = \frac{-12}{18}$

$$\frac{5}{9} = \frac{5}{9} \times \frac{2}{2} = \frac{10}{18}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{-4}{6} + \frac{5}{9} = \frac{-12}{18} + \frac{10}{18}$

$$= \frac{-12+10}{18}$$

$$= \frac{-2}{18} = \frac{-1}{9}$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : $\frac{5}{-27}$ ਅਤੇ $\frac{13}{36}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ : 27 ਅਤੇ 36 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ $= (3 \times 3 \times 3 \times 4)$

$= 108$

3	27, 36
3	9, 12
	3, 4

ਹੁਣ $$\frac{5}{-27} = \frac{5\times -4}{-27\times -4} = \frac{-20}{108}$$

$$\frac{13}{36} = \frac{13\times 3}{36\times 3} = \frac{39}{108}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $$\frac{5}{-27}+\frac{13}{36} = \frac{-20}{108}+\frac{39}{108}$$

$$= \frac{-20+39}{108}$$

$$= \frac{19}{108}$$

ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ (Additive Inverse) : ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $\frac{-a}{b}$ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ

- ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਦਾ ਜੋੜ 0 ਹੁੰਦਾ ਹੈ $\frac{a}{b}+\left(\frac{-a}{b}\right)=0$
- ਕੇਵਲ 0 ਅਜਿਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਆਪਣੇ ਆਪ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of a rational number) : ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b}+\left(\frac{-c}{d}\right)$$

$$= \frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}\text{ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ}\right)$$

ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ, ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਸਮੇਂ, ਅਸੀਂ ਘਟਾਈ ਜਾ ਰਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਪਤਾ ਕਰੋ

(*i*) $\frac{3}{9}-\left(\frac{-4}{9}\right)$ (*ii*) $\frac{5}{12}-\frac{7}{24}$

ਹੱਲ : (*i*) $$\frac{3}{9}-\left(\frac{-4}{9}\right) = \frac{3}{9}+(-\frac{4}{9}\text{ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ})$$

$$= \frac{3}{9}+\frac{4}{9}$$

$$= \frac{3+4}{9}$$

$$= \frac{7}{9}$$

(ii) $\frac{5}{12}-\frac{7}{24} = \frac{5}{12}+(\frac{7}{24}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ)

$$= \frac{5}{12}+\left(\frac{-7}{24}\right)$$

12 ਅਤੇ 24 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ = 24

ਹੁਣ $\frac{5}{12} = \frac{5\times 2}{12\times 2}=\frac{10}{24}$

$$\therefore \quad \frac{5}{12}+\left(\frac{-7}{24}\right) = \frac{10}{24}+\left(\frac{-7}{24}\right)$$

$$= \frac{10-7}{24}$$

$$= \frac{3}{24}$$

$$= \frac{1}{8}$$

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Multiplication of Rational numbers) : ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

$$\text{ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \frac{\text{ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਦੀ ਗੁਣਾ}}{\text{ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਦੀ ਗੁਣਾ}}$$

ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਲਈ

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d} = \frac{(a\times c)}{(b\times d)}$$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\mathbf{\frac{9}{5}\times\frac{3}{7}}$ (ii) $\mathbf{\frac{3}{-7}\times\frac{-7}{3}}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{9}{5}\times\frac{3}{7} = \frac{9\times 3}{5\times 7}$

$$= \frac{27}{35}$$

(ii) $\frac{3}{-7}\times\frac{-7}{3} = \frac{3\times(-7)}{-7\times 3}$

$$= 1$$

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (Reciprocal of rational number) : ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{b}{a}$ ਹੈ।

- ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਉਸਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। $\left(\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1\right)$
- 1 ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ 1 ਹੈ।
- 0 ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ (Division of Rational numbers) : ਜੇਕਰ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਜਿਥੇ $\frac{c}{d}\neq 0$ ਤਾਂ

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d} = \frac{a}{b}\times(\frac{c}{d}\text{ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ})$$
$$= \frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਭਾਗ ਕਰੋ।

(i) $\mathbf{\frac{9}{21}}$ ਨੂੰ $\mathbf{\frac{3}{7}}$ ਨਾਲ (ii) $\mathbf{\frac{-5}{9}}$ ਨੂੰ $\mathbf{\frac{7}{27}}$ ਨਾਲ

ਹੱਲ : (i) $\frac{9}{21}$ ਅਤੇ $\frac{3}{7}$ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਹੁਣ
$$\frac{9}{21}\div\frac{3}{7} = \frac{9}{21}\times(\frac{3}{7}\text{ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ})$$
$$= \frac{9}{21}\times\frac{7}{3}$$
$$= 1$$

(ii) $\frac{-5}{9}$ ਅਤੇ $\frac{7}{27}$ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਹੁਣ
$$\frac{-5}{9}\div\frac{7}{27} = \frac{-5}{9}\times(\frac{7}{27}\text{ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ})$$
$$= \frac{-5}{9}\times\frac{27}{7}$$
$$= \frac{-15}{7}$$

ਉਦਾਹਰਨ-8 : $\mathbf{\frac{-7}{12}}$ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀਏ ਕਿ $\mathbf{\frac{5}{9}}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ
$$\frac{-7}{12}+x = \frac{5}{9}$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{5}{9}-\left(\frac{-7}{12}\right)$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{5}{9}+\frac{7}{12}=\frac{5\times4+7\times3}{36}$$

$$= \frac{20+21}{36} = \frac{41}{36} = 1\frac{5}{36}$$

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ $1\frac{5}{36}$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-9 : $\frac{-3}{4}$ **ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਈ ਜਾਵੇ ਕਿ** $\frac{-11}{4}$ **ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ ?**

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, $\frac{-3}{4} - x = \frac{-11}{4}$

$\Rightarrow \frac{-3}{4} - \left(\frac{-11}{4}\right) = x$

$\Rightarrow x = \frac{-3}{4} - \left(\frac{-11}{4}\right) = \frac{-3}{4} + \frac{11}{4} = \frac{-3+11}{4} = \frac{8}{4}$

$x = 2$

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ 2 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-10 : ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ $\frac{-9}{16}$ **ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ** $\frac{3}{14}$ **ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, $\frac{3}{14} \times x = \frac{-9}{16}$

$\Rightarrow x = \frac{-9}{16} \div \frac{3}{14}$

$x = \frac{-9}{16} \times \frac{14}{3} = \frac{(-9)\times 14}{16\times 3} = \frac{-126}{48} = \frac{-21}{8}$

$x = -2\frac{5}{8}$

ਅਭਿਆਸ - 9.2

1. ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{6}{9} + \frac{2}{9}$ (ii) $\frac{-15}{7} + \frac{9}{7}$ (iii) $\frac{17}{11} + \left(\frac{-9}{11}\right)$

(iv) $\frac{-5}{6} + \frac{3}{18}$ (v) $\frac{-7}{19} + \frac{-3}{38}$ (vi) $-3\frac{4}{7} + 2\frac{3}{7}$

(vii) $\frac{-5}{14} + \frac{8}{21}$ (viii) $-4\frac{1}{15} + 3\frac{2}{20}$

2. ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{7}{12} - \frac{11}{36}$ (ii) $\frac{-5}{9} - \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-7}{13} - \left(\frac{-5}{91}\right)$

(iv) $\frac{6}{11} - \frac{-3}{4}$ (v) $3\frac{4}{9} - \frac{28}{63}$

3. ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{9} \times \frac{-3}{8}$ (ii) $\frac{-3}{7} \times \frac{7}{-3}$ (iii) $\frac{3}{13} \times \frac{5}{8}$

(iv) $\frac{3}{10} \times (-18)$

4. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $-9 \div \frac{3}{5}$ (ii) $\frac{-4}{7} \div 4$ (iii) $\frac{7}{18} \div \frac{5}{6}$

(iv) $\frac{-8}{35} \div \left(\frac{-2}{7}\right)$ (v) $\frac{-9}{15} \div -18$

5. $\frac{-5}{12}$ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀ ਜਾਵੇ ਕਿ $\frac{-7}{8}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ ?

6. $\frac{-2}{3}$ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਈ ਜਾਵੇ ਕਿ $\frac{-5}{6}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ ?

7. ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ $\frac{-11}{2}$ ਹੈ। ਜੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ $\frac{33}{8}$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ**

(i) $\frac{5}{4} + \left(\frac{25}{-4}\right)$ ਦਾ ਜੋੜ =

(a) –5 (b) 5 (c) 4 (d) –4

(ii) $\frac{17}{11} - \frac{6}{11} =$ ....

(a) 1 (b) –1 (c) 6 (d) 3

(iii) $\frac{2}{-5} \times \frac{-5}{2} =$ ....

(a) 1 (b) –1 (c) 2 (d) –5

(iv) $\frac{7}{12} \div \left(\frac{-7}{12}\right) =$ ....

(a) 1 (b) –1 (c) 7 (d) –7

(v) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ $(-4) \times [(-5) + (-3)]$ ਦਾ ਕਿਹੜਾ ਮੁੱਲ ਹੈ ?

(a) –32 (b) 120 (c) 32 (d) –23

ਅਸੀ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. $\frac{a}{b}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਜਿੱਥੇ a ਅਤੇ b ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ $b \neq 0$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
2. ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦਿੱਤੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ 'ਹਰ' ਅਤੇ 'ਅੰਸ਼' ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (0 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਿੱਤੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
3. ਕੋਈ ਵੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਸ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਜਾਂ ਤਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਣ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ।
4. ਕੋਈ ਵੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੇ ਅੰਸ਼ ਜਾਂ ਹਰ ਵਿਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇ।
5. '0' ਅਜਿਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਤੇ ਨਾ ਹੀ ਰਿਣਾਤਮਕ।
6. ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਜਦੋਂ b ਭਾਵ 'ਹਰ' ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇ ਅਤੇ a ਅਤੇ b ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਕੇਵਲ '1' ਹੋਵੇ।
7. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $\frac{-a}{b}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
8. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ $(\neq 0)$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ (ਉਲਟਕ੍ਰਮ) $\frac{b}{a}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :-

1. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਦਿੱਤੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਨ।
2. ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਨ।
3. ਦਿੱਤੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।
4. ਦਿੱਤੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
5. ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
6. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਆਪਣੇ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 9.1

1. (i) $\frac{8}{10}, \frac{12}{15}$ (ii) $\frac{-10}{18}, \frac{15}{27}$

   (iii) $\frac{6}{-22}, \frac{9}{-33}$

2. (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{-3}{4}$

   (iii) $\frac{-1}{3}$ (iv) $\frac{1}{3}$

3. (*i*), (*iii*), (*iv*)

4. (*i*) $\frac{4}{5} > \frac{3}{7}$ (*ii*) $\frac{-4}{12} > \frac{-8}{12}$

(*iii*) $\frac{4}{-18} > \frac{-3}{9}$ (*iv*) $-2\frac{3}{5} > -3\frac{5}{8}$

5. (*i*) $\frac{-5}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{-1}{7}$ (*ii*) $\frac{-4}{5}, \frac{-1}{5}, \frac{-2}{15}$

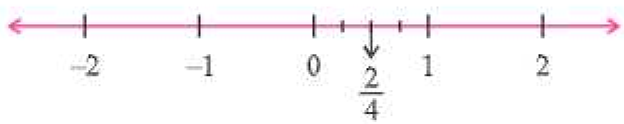
(*iii*) $\frac{-3}{2}, \frac{-2}{4}, \frac{-3}{8}$

6. (*i*) $\frac{-11}{6}, \frac{-5}{3}, \frac{-3}{2}, \frac{-4}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-7}{6}$ (*ii*) $\frac{-7}{9}, \frac{-34}{45}, \frac{-11}{15}, \frac{-32}{45}$ ਅਤੇ $\frac{-31}{45}$

(*iii*) $\frac{8}{21}, \frac{3}{7}, \frac{10}{21}, \frac{11}{21}$ ਅਤੇ $\frac{4}{7}$

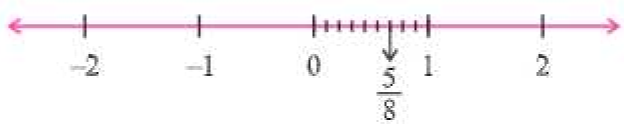
7. (*i*) $\frac{-5}{25}, \frac{-6}{30}, \frac{-7}{35}, \frac{-8}{40}$ (*ii*) $\frac{5}{-35}, \frac{6}{-42}, \frac{7}{-49}, \frac{8}{-56}$

8. (*i*)

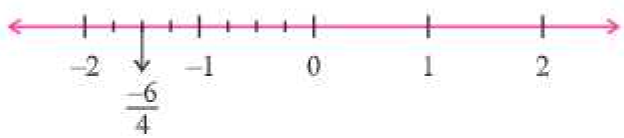


(*ii*)

(*iii*)



(*iv*)



9. (*i*) *c* (*ii*) *b*

(*iii*) *a* (*iv*) *d*

(*v*) *a* (*vi*) *a*

ਅਭਿਆਸ 9.2

1. (*i*) $\frac{8}{9}$ (*ii*) $\frac{-6}{7}$

(*iii*) $\frac{8}{11}$ (*iv*) $\frac{-2}{3}$

(*v*) $\frac{-17}{38}$ (*vi*) $\frac{-8}{7}$

(*vii*) $\frac{1}{42}$ (*viii*) $\frac{-29}{30}$

2. (*i*) $\frac{5}{18}$ (*ii*) $\frac{-52}{45}$

(*iii*) $\frac{-44}{91}$ (*iv*) $\frac{57}{44}$

(*v*) 3

3. (*i*) $\frac{-5}{24}$ (*ii*) 1

(*iii*) $\frac{15}{104}$ (*iv*) $\frac{-27}{5}$

4. (*i*) –15 (*ii*) $\frac{-1}{7}$

(*iii*) $\frac{7}{15}$ (*iv*) $\frac{4}{5}$

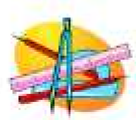
(*v*) $\frac{1}{30}$

5. $\frac{-11}{24}$ **6.** $\frac{1}{6}$ **7.** $\frac{-4}{3}$

8. (*i*) *a* (*ii*) *a*

(*iii*) *a* (*iv*) *b*

(*v*) *c*



ਪਾਠ

10

H7J3I2

ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਣਾ।
2. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ।
3. ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨਾ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਕੁੱਝ ਰਚਨਾਵਾਂ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ, ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਉੱਤੇ ਲੰਬ ਰੇਖਾ, ਇੱਕ ਕੋਣ, ਕੋਣ ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਆਦਿ। ਹੁਣ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਾਂਗੇ :

- ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ।
- ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ।

ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ (Construction of parallel Line to a Given Line)

ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ l ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ, ਬਿੰਦੂ A ਦੇ ਵਿੱਚੋਂ ਗੁਜ਼ਰਦੀ ਹੋਏ ਰੇਖਾ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ ਜਿੱਥੇ ਕਿ ਬਿੰਦੂ A, ਰੇਖਾ l ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

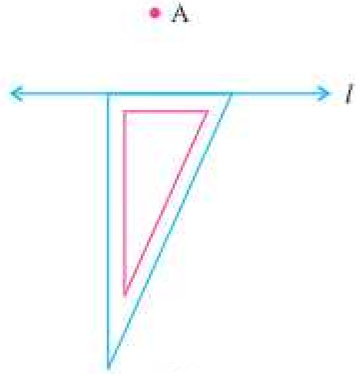
ਅਸੀਂ ਇਹ ਰਚਨਾ ਕਰਾਂਗੇ

(*i*) ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਸੈੱਟ-ਸੁਕੇਅਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਜਾਂ (*ii*) ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ।

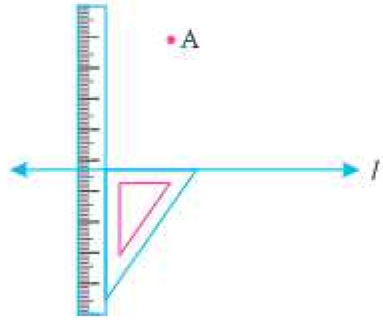
(*i*) ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਸੈੱਟ-ਸੁਕੇਅਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਦੀ ਰਚਨਾ

ਪਗ 1 : ਇੱਕ ਰੇਖਾ 'l' ਖਿਚੋਂ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਬਾਹਰ ਬਿੰਦੂ A ਲਵੋ।

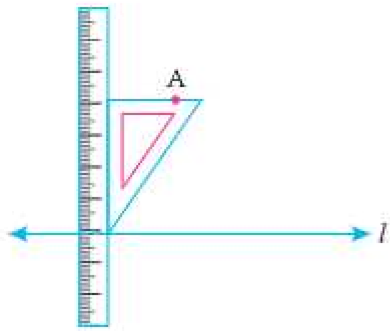
ਪਗ 2 : ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ, ਸੈੱਟ-ਸੁਕੇਅਰ ਨੂੰ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਰੱਖੋ।



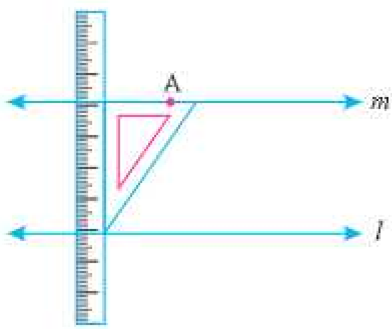
ਪਗ 3 : ਹੁਣ ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ ਨੂੰ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਰੱਖੋ।



ਪਗ 4 : ਫੁੱਟੇ ਨੂੰ ਬਿਨਾ ਹਿਲਾਏ ਸੈੱਟ-ਸੁਕੇਅਰ ਨੂੰ ਫੁੱਟੇ ਦੇ ਨਾਲ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਖਿਸਕਾ ਕੇ ਉੱਪਰ ਲੈ ਕੇ ਜਾਓ ਕਿ ਇਸਦਾ ਕਿਨਾਰਾ ਬਿੰਦੂ A 'ਤੇ ਆ ਜਾਵੇ।



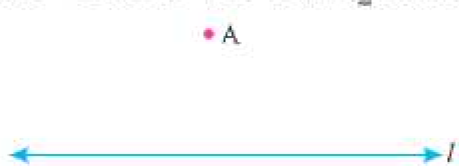
ਪਗ 5 : ਸੈੱਟ-ਸੁਕੇਅਰ ਦੇ ਲੇਟਵੇਂ ਕਿਨਾਰੇ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਰੇਖਾ m ਖਿੱਚੋ ਜਿਹੜੀ ਬਿੰਦੂ A ਵਿੱਚੋਂ ਹੋ ਕੇ ਲੰਘੇ।



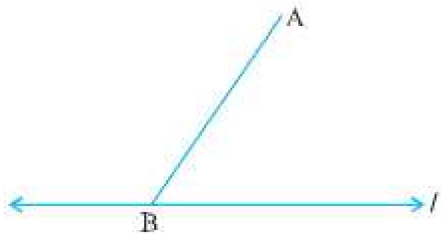
ਪਗ 6 : ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾ 'm' ਰੇਖਾ 'l' ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਲੋੜੀਂਦੀ ਰੇਖਾ ਹੈ।

(*ii*) ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਦੀ ਰਚਨਾ

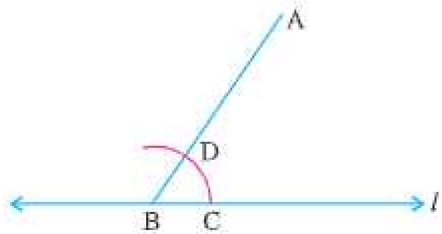
ਪਗ 1 : ਇੱਕ ਰੇਖਾ l ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਬਾਹਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ A ਲਵੋ।



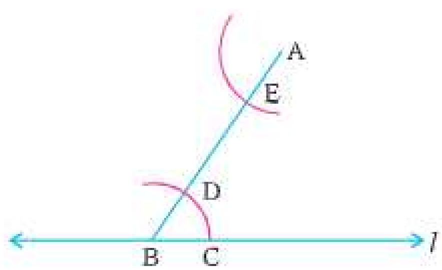
ਪਗ 2 : ਰੇਖਾ *l* ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ B ਲਵੋ ਅਤੇ AB ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।



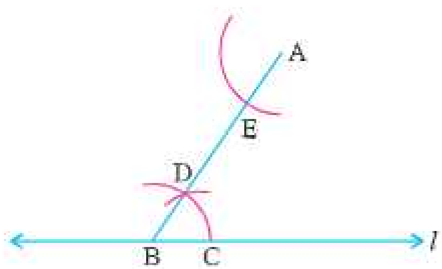
ਪਗ 3 : ਬਿੰਦੂ B ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਕੋਈ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ *l* ਨੂੰ C 'ਤੇ ਅਤੇ BA ਨੂੰ D 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਚਾਪ ਖਿੱਚੋ।



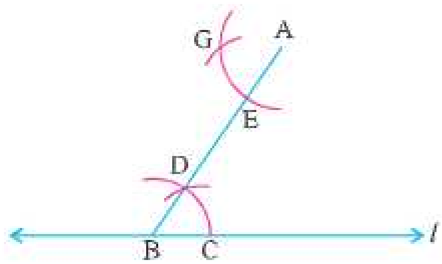
ਪਗ 4 : ਹੁਣ ਬਿੰਦੂ A ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਪਗ 3 ਵਾਲਾ ਹੀ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ AB ਨੂੰ E 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਚਾਪ ਖਿੱਚੋ।



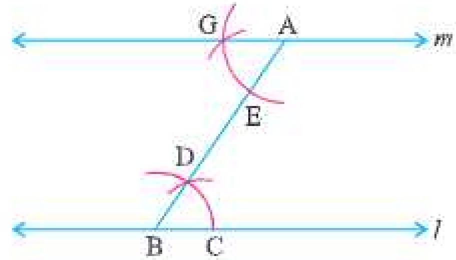
ਪਗ 5 : ਚਾਪ CD ਨੂੰ ਪਰਕਾਰ ਨਾਲ ਮਾਪੋ।



ਪਗ 6 : ਬਿੰਦੂ E ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਚਾਪ EG = ਚਾਪ CD ਕੱਟੋ।



ਪਗ 7 : ਹੁਣ AG ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਰੇਖਾ m ਖਿੱਚੋ।



ਧਿਆਨ ਦਿਉ $\angle EAG = \angle DBC$ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਹਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $m \parallel l$.

ਅਭਿਆਸ - 10.1

1. ਇੱਕ ਰੇਖਾ l ਲਉ, ਇਸਦੇ ਬਾਹਰ ਸਥਿੱਤ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ p ਲਉ, ਸਿਰਫ਼ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ p ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੋਈ l ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
2. ਰੇਖਾ l ਤੋਂ 3.5 cm ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
3. ਮੰਨ ਲਉ l ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ P ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜੋ l ਉੱਪਰ ਸਥਿੱਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। P ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ l ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ m ਖਿੱਚੋ। ਹੁਣ P ਨੂੰ l 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ Q ਨਾਲ ਜੋੜੋ। m ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ R ਚੁਣੋ। R ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ, PQ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ। ਮੰਨ ਲਉ ਇਹ ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾ l ਦੇ ਬਿੰਦੂ S ਉੱਪਰ ਮਿਲਦੀ ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਂਵਾ ਦੇ ਇਹਨਾਂ ਦੋਹਾਂ ਸਮੂਹਾਂ ਤੋਂ ਕਿਹੜੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣਦੀ ਹੈ ?
4. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ:**

   (*i*) ਕਿਸੇ ਰੇਖਾ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?
   (*a*) 0 (*b*) 2
   (*c*) 1 (*d*) 3

   (*ii*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਕੇ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
   (*a*) ਕੋਣ ਮਾਪਕ (*b*) ਫੁੱਟਾ
   (*c*) ਪ੍ਰਕਾਰ (*d*) ਫੁੱਟਾ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਰ

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ (Construction of Triangles)

ਇਸ ਭਾਗ ਨੂੰ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੁੱਝ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

1. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ, ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $180°$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
3. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
4. ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਨਿਯਮ ਭਾਵ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤਿਕੋਣ ਵਿੱਚ
   $(\text{ਕਰਨ})^2 = (\text{ਆਧਾਰ})^2 + (\text{ਲੰਬ})^2$

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਉਸਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ-

1. ਤਿੰਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ (ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ) SSS
2. ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ (ਭੁ-ਕੋ-ਭੁ) SAS
3. ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ (ਕੋ-ਭੁ-ਕੋ) ASA
4. ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲਈ ਕਰਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ

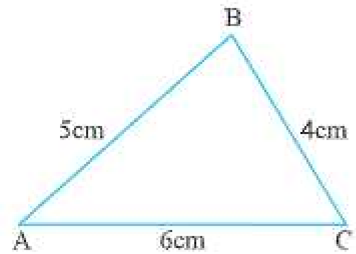
- ਨੋਟ : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਦੀ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਸਦਾ ਰਫ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਲੈਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

SSS (ਭੁ-ਭੁ-ਭੁ) ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨਾ (Construction of a triangle using SSS criterion)

SSS ਦਾ ਅਰਥ ਭੁਜਾ-ਭੁਜਾ-ਭੁਜਾ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਾਂਗੇ ਜਦੋਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਨੂੰ ਸਮਝੋ।

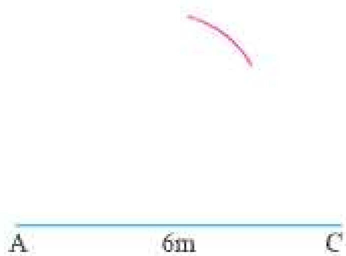
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ AB = 5 cm, BC = 4 cm ਅਤੇ AC = 6 cm ਹੋਵੇ।

ਪਗ 1 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ΔABC ਦਾ ਰਫ (Rough) ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ।

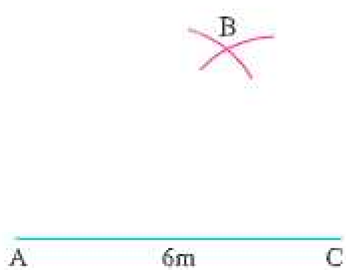


ਪਗ 2 : ਇਕ ਰੇਖਾ AC = 6cm ਖਿੱਚੋ (ਨੋਟ : ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਮੰਨੋ, ਇਹ ਵਿਕਲਪ ਹੈ, ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ)

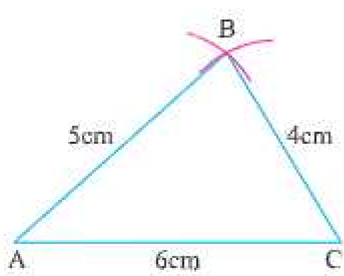
ਪਗ 3 : A ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 5 cm (∵ AB = 5 cm) ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉ।



ਪਗ 4 : C ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 4 cm (∵ BC = 4 cm) ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉ ਜੋ ਕਿ ਪਹਿਲੀ ਚਾਪ ਨੂੰ B ਤੇ ਕੱਟੇ।



ਪਗ 5 : AB ਅਤੇ CB ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ। ΔABC ਲੋੜੀਂਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਅਭਿਆਸ - 10.2

1. ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = 3.5 cm, BC = 5 cm ਅਤੇ CA = 7 cm ਹੈ।
2. ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = BC = 6.5 cm ਅਤੇ CA = 4 cm। ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ?
3. ਇੱਕ ΔXYZ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 5ਸਮ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਕਿਸਮ ਵੀ ਦੱਸੋ।
4. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ PQ = 2.5 cm, QR = 6 cm ਅਤੇ RP = 6.5 cm ਹੈ। $\angle PQR$ ਨੂੰ ਮਾਪੋ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਕਿਸਮ ਵੀ ਦੱਸੋ।
5. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = 6 cm, BC = 2 cm, CA = 3 cm (ਜੇਕਰ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ)। ਜੇਕਰ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।
6. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ:**
   (*i*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋ ਕਿਸ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਸੰਭਵ ਹੈ।
   - (*a*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।
   - (*b*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।
   - (*c*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨਾਂ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।
   - (*d*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਸਿਖਰਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ।

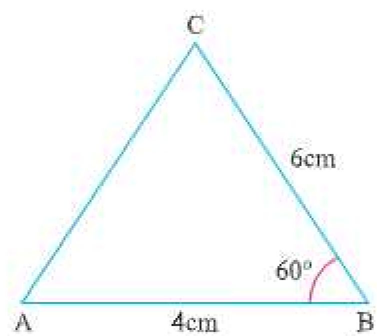
   (*ii*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਮਾਪ ਨਾਲ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
   - (*a*) 1.8 cm, 2.6 cm, 4.4 cm (*b*) 3 cm, 4 cm, 8 cm
   - (*c*) 4 cm, 7 cm, 2 cm (*d*) 5 cm, 4 cm, 4 cm

SAS (ਭੁ-ਕੋ-ਭੁ) ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ (Construction of a triangle using SAS criterion)

SAS ਦਾ ਅਰਥ ਭੁਜਾ-ਕੋਣ-ਭੁਜਾ। ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਉਦਾਹਰਨ (1) ਦੇਖੋ।

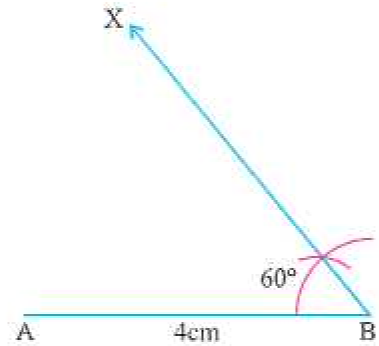
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = 4 cm, BC = 6 cm ਅਤੇ $\angle ABC = 60^\circ$ ਹੈ।

ਪਗ 1 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ΔABC ਦਾ ਰਫ਼ (Rough) ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ।

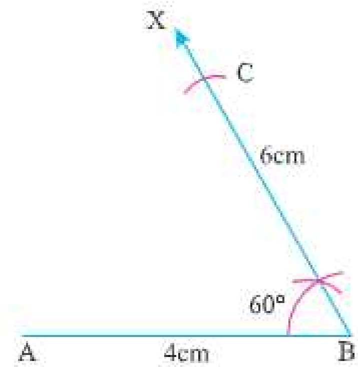


ਪਗ 2 : ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB = 4 cm ਲਉ।

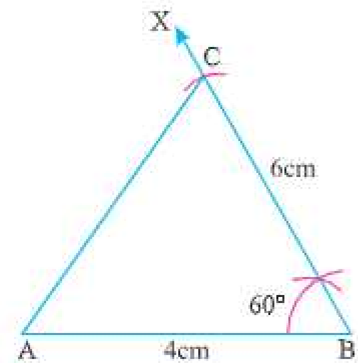
ਪਗ 3 : ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਬਿੰਦੂ B ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਮੰਨ ਕੇ $\angle ABX = 60°$ ਖਿੱਚੋ।



ਪਗ 4 : B ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ 6 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਇਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉ ਜੋ BX ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ C 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।



ਪਗ 5 : AC ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ। ΔABC ਲੋੜੀਂਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਅਭਿਆਸ - 10.3

1. ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = 4 cm, $\angle B = 30°$, BC = 4 cm ਹੋਵੇ। ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਕਿਸਮ ਵੀ ਦੱਸੋ।
2. ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = 7.5 cm, BC = 5 cm ਅਤੇ $\angle B = 30°$ ਹੋਵੇ।
3. ΔXYZ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ XY = 6 cm, YZ = 6 cm ਅਤੇ $\angle Y = 60°$ ਹੋਵੇ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਕਿਸਮ ਵੀ ਦੱਸੋ।

ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ SAS ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ?

(*a*) AB = 5 cm, BC = 5 cm, CA = 6 cm

(*b*) AB = 5 cm, BC = 5 cm, $\angle B = 40°$

(*c*) $\angle A = 60°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 60°$

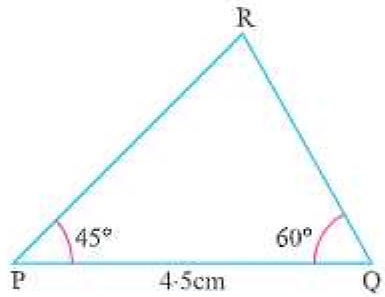
(*d*) BC = 5 cm, $\angle B = \angle C = 45°$

ASA (ਕੋ-ਭੁ-ਕੋ) ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ (Construction of a triangle using ASA criterion)

ASA ਦਾ ਅਰਥ ਕੋਣ-ਭੁਜਾ-ਕੋਣ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੇ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ। ਫਿਰ ਦਿੱਤੀ ਲੰਬਾਈ ਅਨੁਸਾਰ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਬਣਾਓ। ਦੋਵੇਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਉੱਤੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਦੇ ਕੋਣ ਬਣਾਉ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਲੀ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

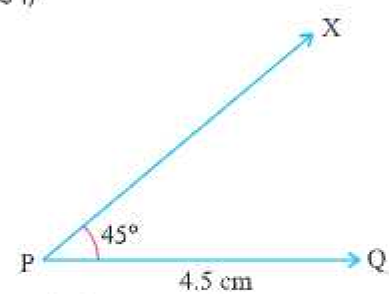
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ PQ = 4.5 cm, $\angle P = 45°$, $\angle Q = 60°$

ਪਗ 1 : ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ΔPQR ਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ

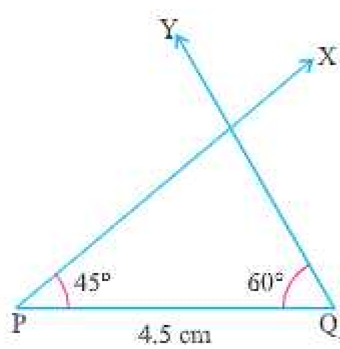


ਪਗ 2 : ਰੇਖਾ ਖੰਡ PQ = 4.5 cm ਖਿੱਚੋ।

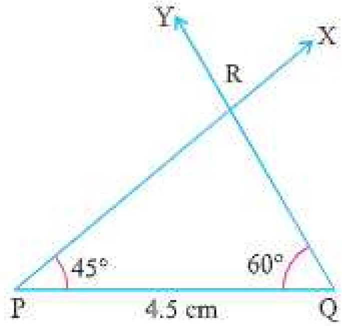
ਪਗ 3 : ਬਿੰਦੂ P ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਮਨ ਕੇ $\angle QPX = 45°$ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ। (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਹੇਠਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਬਣਾਉਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ।)



ਪਗ 4 : ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ, ਬਿੰਦੂ Q ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਮੰਨ ਕੇ $\angle PQY = 60°$ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।

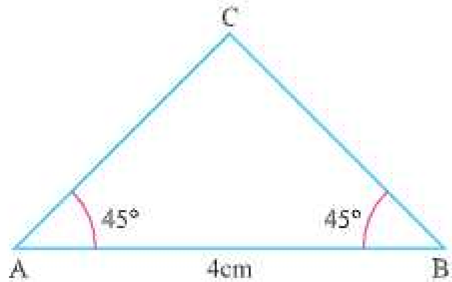


ਪਗ 5 : ਕਿਰਨ PX ਅਤੇ QY ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਇਹ ਬਿੰਦੂ R ਹੈ ਅਤੇ ΔPQR ਲੋੜੀਂਦੀ ਤ੍ਰਿਭਜ ਹੈ।



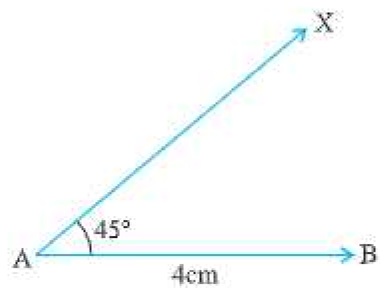
ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਆਧਾਰ AB = 4 cm ਅਤੇ ਆਧਾਰ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ 45° ਹੋਵੇ।

ਪਗ 1 : ΔABC ਦਾ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ।

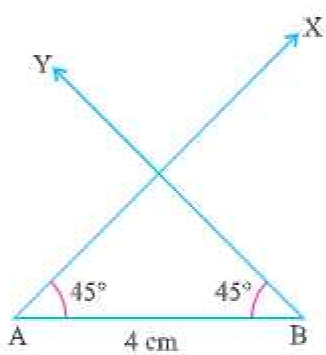


ਪਗ 2 : ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB = 4 cm ਖਿੱਚੋ।

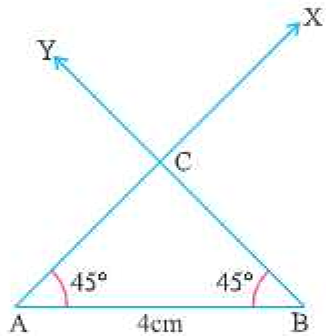
ਪਗ 3 : A ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਮੰਨ ਕੇ ∠BAX = 45° ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।



ਪਗ 4 : B ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਮੰਨ ਕੇ ∠ABY = 45° ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।



ਪਗ 5 : ਕਿਰਨ AX ਅਤੇ ਕਿਰਨ BY ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਹ ਬਿੰਦੂ C ਹੈ ਅਤੇ ΔABC ਲੋੜੀਂਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਅਭਿਆਸ - 10.4

1. ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AB = 6$ cm, $\angle A = 30°$ ਅਤੇ $\angle B = 75°$ ਹੋਵੇ।
2. ਸਮਦੋਭੁਜੀ ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ ਆਧਾਰ $AB = 5.3$ cm ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਆਧਾਰ ਕੋਣ $= 45°$ ਹੋਵੇ।
3. ΔXYZ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ $XY = 4$ cm, $\angle X = 45°$ ਅਤੇ $\angle Z = 60°$

   (ਸੰਕੇਤ : $\angle Y = 180° - 45° - 60° = 75°$)
4. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ΔPQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਜੇਕਰ $\angle P = 100°$, $\angle Q = 90°$ ਅਤੇ $PQ = 4.3$ cm? ਜੇਕਰ ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।
5. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ:**

   (*i*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ?

   (*a*) $BC = 5$ cm, $\angle B = 90°$ ਅਤੇ $\angle C = 100°$

   (*b*) $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm ਅਤੇ $CA = 2$ cm

   (*c*) $XY = 5$ cm, $\angle X = 45°$, $\angle Y = 60°$

   (*d*) ਇਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਮਾਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 5 cm ਹੋਵੇ।

   (*ii*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਨਾਲ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ?

   (*a*) 110°, 40° (*b*) 70°, 115°

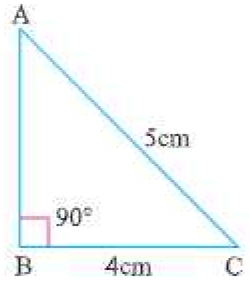
   (*c*) 135°, 45° (*d*) 90°, 90°

RHS (ਸ-ਕ-ਭੁ) ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ (Construction of a triangle using RHS criterion)

RHS ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਸਮਕੋਣ-ਕਰਣ-ਭੁਜਾ (ਸਮਕੋਣ ਤਿਕੋਣ ਦੀ)। ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਖਿੱਚੋ। ਸਮਕੋਣ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ। ਸਮਕੋਣ ਦੀ ਕਿਰਨ 'ਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਰਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਕੱਟੋ। ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਉਦਾਹਰਨ (1) ਦੇਖੋ।

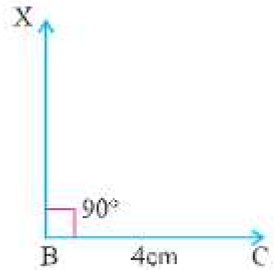
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle B = 90°$, $BC = 4$ cm ਅਤੇ $AC = 5$ cm

ਪਗ 1 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ

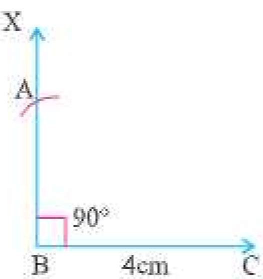


ਪਗ 2 : ਰੇਖਾ ਖੰਡ BC = 4 cm ਖਿੱਚੋ।

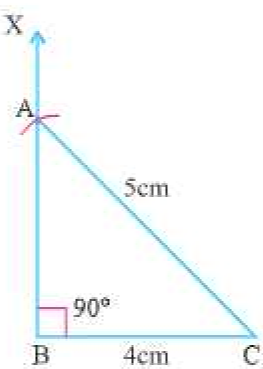
ਪਗ 3 : ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ B ਨੂੰ ਸਿਖਰ ਮੰਨ ਕੇ, $\angle CBX = 90^\circ$ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।



ਪਗ 4 : C ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 5 cm (= AC) ਲੈਕੇ BX ਨੂੰ A 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੋਈ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉ।



ਪਗ 5 : A ਅਤੇ C ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ΔABC ਲੋੜੀਂਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਅਭਿਆਸ - 10.5

1. ਇਕ ਸਮਕੋਣ ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle C = 90^\circ$, AB = 5 cm ਅਤੇ BC = 3 cm ਹੋਵੇ।
2. ਇਕ ਸਮਕੋਣ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ΔDEP ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle E = 90^\circ$ ਅਤੇ EF = 6 cm ਹੈ।
3. $\angle Q = 90^\circ$, PQ = 3.6 cm ਅਤੇ PR = 8.5 cm ਮਾਪ ਲੈ ਕੇ ΔPQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।
4. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ:**

   (*i*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਤ੍ਰਿਗੁੱਟ ਹੈ ?

   (*a*) 1, 2, 3 (*b*) 2, 3, 4

   (*c*) 4, 5, 6 (*d*) 12, 13, 5

(*ii*) ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਦੋਂ
   (*a*) ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ।
   (*b*) ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।
   (*c*) ਤਿੰਨੇ ਕੋਣ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ।
   (*d*) ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦਿੱਤੀ ਹੋਵੇ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਗੁਜ਼ਰਦੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਅਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਵਿਲੱਖਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
3. **ASA :** ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।
4. **SSS :** ਜਦੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ।
5. **SAS :** ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।
6. **RHS :** ਕਰਣ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਜਿਉਮੈਟਰੀ ਦੇ ਔਜ਼ਾਰਾਂ ਫੁੱਟਾ, ਪਰਕਾਰ, ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਨੂੰ ਵਰਤਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣੀ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 10.1

4. (*i*) *c*   (*ii*) *d*

ਅਭਿਆਸ 10.2

6. (*i*) *a*   (*ii*) *d*

ਅਭਿਆਸ 10.3

4. *b*

ਅਭਿਆਸ 10.4

5. (*i*) *c*   (*ii*) *a*

ਅਭਿਆਸ 10.5

4. (*i*) *d*   (*ii*) *c*

ਪਾਠ 11

H9M5W8

ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਮਾਪ ਬਾਰੇ।
2. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ ਬਦਲਣਾ।
3. ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
4. ਸੂਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਵਰਗ, ਆਇਤ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ।
5. ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ।
6. ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ ਦਾ ਮਾਣ (Our Nations' Pride)

ਕੁੱਝ ਤੱਥ : ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀਆਂ ਨੇ ਇਕ ਅਹਿਮ ਭੂਮਿਕਾ ਨਿਭਾਈ ਹੈ। ਆਰਿਆਭੱਟ (476-550 AD) ਨੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸੂਤਰ ਦਿੱਤਾ। ਉਸ ਨੇ ਪਾਈ (π) ਦੇ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਵੀ ਕੰਮ ਕੀਤਾ। 'ਆਰਿਆਭਾਟੀਆ' ਦੇ-ਦੂਸਰੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਉਸ ਨੇ ਲਿਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ ਅਤੇ ਉਸ ਦੇ ਵਿਆਸ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 3.1416 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਹੋਰ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਬ੍ਰਹਮਗੁਪਤ (598-668 AD) ਨੇ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਸੂਤਰ ਦਿੱਤਾ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

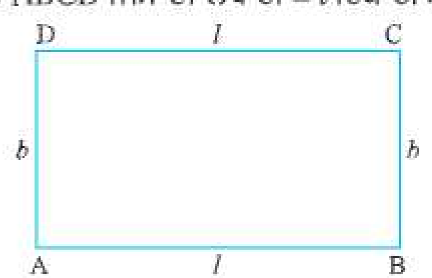
ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਤੇ ਵਰਗ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

ਪਰਿਮਾਪ : ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਉਸ ਦੀ ਬਾਹਰੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰਿਮਾਪ ਦੀ ਇਕਾਈ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਹੀ, ਭਾਵ ਮੀਟਰ, ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਆਦਿ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਖੇਤਰਫਲ : ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸ ਦੇ ਅੰਦਰਲੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਮਾਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਖੇਤਰਫਲ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਵਰਗ ਸਮ (cm^2) ਵਰਗ ਮੀਟਰ (m^2) ਆਦਿ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਇਤ ਅਤੇ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ (Perimeter and Area of a rectangle and a square)

ਆਇਤ : ਆਓ ਇੱਕ ਆਇਤ ABCD ਜਿਸ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = l ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ = b ਇਕਾਈਆਂ ਹਨ, ਨੂੰ ਵਿਚਾਰੀਏ।



ਤਦ, ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ $= AB + BC + CD + DA$

$= l + b + l + b$

$= 2l + 2b$

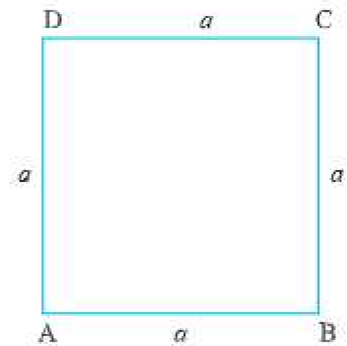
$= 2\,(l + b)$ ਇਕਾਈਆਂ

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ) ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਅਸੀਂ ਇਹ ਸੂਤਰ ਵਰਤ ਕੇ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$\text{ਲੰਬਾਈ} = \frac{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਚੌੜਾਈ}} \text{ ਇਕਾਈਆਂ} \quad \text{ਅਤੇ} \quad \text{ਚੌੜਾਈ} = \frac{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਲੰਬਾਈ}} \text{ ਇਕਾਈਆਂ}$$

ਵਰਗ : ਆਓ ਇੱਕ ਵਰਗ ਉੱਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਜਿਸਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 'a' ਇਕਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ



ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ $= AB + BC + CD + DA$

$= a + a + a + a$

$= 4a$ ਇਕਾਈਆਂ

= (4 × ਭੁਜਾ) ਇਕਾਈਆਂ

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ × ਭੁਜਾ

$A = a \times a$

$A = a^2$ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 18 cm ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 9 cm ਹੈ

ਹੱਲ : ਆਇਤ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਲੰਬਾਈ = 18 cm

ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 9 cm

ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 2 (ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ)

$= 2\,(18 + 9)$

$= 2\,(27)$

$= 54$ cm

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ

$= 18 \times 9$

$= 162\ cm^2$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ 3.5 cm ਹੈ

ਹੱਲ : ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 3.5 cm

ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 4 × ਭੁਜਾ

$= 4 \times 3.5$

$= 14.0$ cm

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਭੁਜਾ)^2

$= (3.5)^2$

$= 3.5 \times 3.5$

$= 12.25\ cm^2$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 1386 m^2 ਜੇਕਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 42 m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਾਰਕ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= 1386m^2$

ਲੰਬਾਈ $= 42m$

$$\text{ਖੇਤਰਫਲ} = \text{ਲੰਬਾਈ} \times \text{ਚੌੜਾਈ}$$

$$\therefore \quad \text{ਚੌੜਾਈ} = \frac{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਚੌੜਾਈ}} = \frac{1386}{42}$$

$$= 33m$$

$$\text{ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਘੇਰਾ} = 2\,(\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$$

$$\text{ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਘੇਰਾ} = 2\,(42 + 33)$$

$$= 2\,(75)$$

$$= 150 \text{ m}$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇਕਰ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਭੁਜਾ 36 m ਅਤੇ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 54 m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$$\text{ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਭੁਜਾ} = 36 \text{ m}$$

$$\text{ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = (\text{ਭੁਜਾ})^2$$

$$= 36 \times 36$$

$$= 1296 \text{ m}^2$$

$$\text{ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = 54 \text{ m}$$

$$\text{ਮੰਨ ਲਿਆ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਚੌੜਾਈ} = b$$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ,

$$\text{ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \text{ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}$$

$$54 \times b = 1296$$

$$b = \frac{1296}{54}$$

$$b = 24 \text{ m}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਚੌੜਾਈ} = 24 \text{ m}$$

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਇੱਕ ਤਾਰ ਵਰਗ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ 15 cm ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸੇ ਤਾਰ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਆਇਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ ਜਾਵੇ, ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 16 cm ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕਿਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੱਧ ਹੈ ਵਰਗ ਦਾ ਜਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ?

ਹੱਲ :

$$\text{ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 4 \times \text{ਭੁਜਾ}$$

$$= 4 \times 15$$

$$= 60 \text{ cm}$$

$$\text{ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = 16 \text{ cm}$$

$$\text{ਮੰਨ ਲਓ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ} = b \text{ cm}$$

$$\text{ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 2\,(\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$$

$$= 2\,(16 + b) \text{ cm}$$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ,

$$\text{ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = \text{ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ}$$

$$60 = 2\,(16 + b)$$

$\frac{60}{2} = 16 + b$

$16 + b = 30$

$b = 30 - 16$

$b = 14$ cm

∴ ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 14 cm

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਭੁਜਾ)^2

$= 15 \times 15$

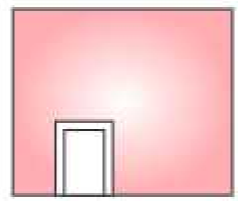
$= 225$ cm^2

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ

$= 16 \times 14$

$= 224$ cm^2

∴ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ-6 : 3 m × 2 m ਮਾਪ ਦਾ ਇੱਕ ਦਰਵਾਜਾ ਦੀਵਾਰ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੀਵਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 8 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 5 m ਹੈ। ₹25 ਪ੍ਰਤੀ 1 m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦੀਵਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 8 m

ਦੀਵਾਰ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 5 m

ਦੀਵਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ

$= 8 \times 5$

$= 40$ m^2

ਦਰਵਾਜੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 3 m × 2 m

$= 6$ m^2

ਦੀਵਾਰ ਤੇ ਰੰਗ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਦਰਵਾਜੇ ਸਮੇਤ ਦੀਵਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ – ਦਰਵਾਜੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= 40 - 6$

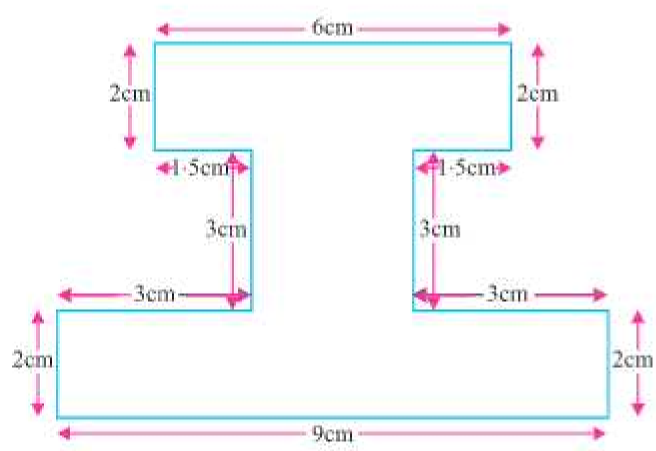
$= 34$ m^2

1 m^2 ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ = ₹ 25

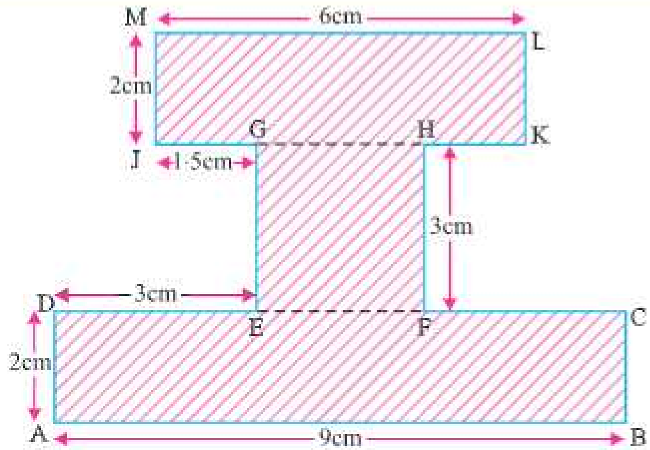
34 m^2 ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ = 34×25

= ₹ 850

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ :



$$AB = DC$$
$$AB = DE + EF + FC$$
$$9 = 3 + EF + 3$$
$$9 = 6 + EF$$
$$EF = 3\ cm$$

ਅਸੀਂ ਆਇਤ ABCD, JKLM ਅਤੇ ਵਰਗ EFHE ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ਆਇਤ JKLM ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ਵਰਗ EFHG ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= (9 \times 2)\ cm^2 + (6 \times 2)\ cm^2 + (3 \times 3)\ cm^2$

$= (18 + 12 + 9)\ cm^2$

$= 39\ cm^2$

ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ $= MJ + JG + GE + DE + DA + AB + BC + CF + FH + HK + KL + ML$

$= 2 + 1.5 + 3 + 3 + 2 + 9 + 2 + 3 + 3 + 1.5 + 2 + 6$

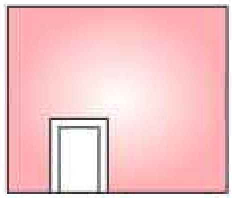
$= 38\ cm$

ਅਭਿਆਸ - 11.1

1. ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ
   (*i*) ਲੰਬਾਈ = 28 cm, ਚੌੜਾਈ = 15 cm
   (*ii*) ਲੰਬਾਈ = 9.4 cm ਚੌੜਾਈ = 2.5 cm
2. ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ
   (*i*) 29 cm
   (*ii*) 8.3 cm
3. ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 148 m ਹੈ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 580 cm^2। ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 29 cm ਹੈ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. ਇਕ ਤਾਰ ਆਇਤ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 48 cm ਹੈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 32 cm ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਸੇ ਤਾਰ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਵਰਗ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ ਜਾਵੇ, ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ।
   ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸ ਅਕਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੱਧ ਹੈ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਜਿਆਦਾ ?

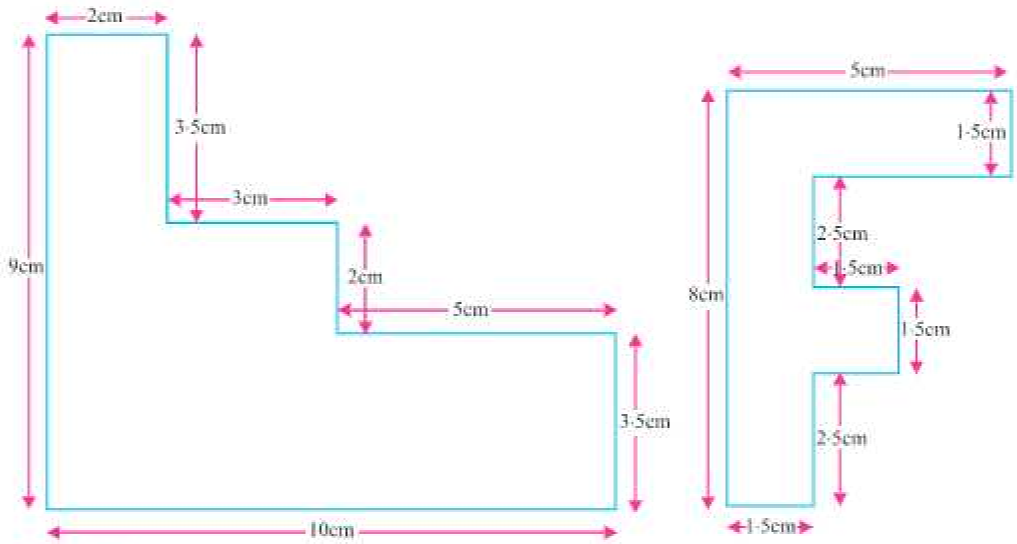
6. ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਅਤੇ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜੇ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਭੁਜਾ 75 m ਅਤੇ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 125 m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ਇੱਕ ਦਰਵਾਜ਼ਾ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 2.5 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 1.5 m ਦੀਵਾਰ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੀਵਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 9 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 6 m ਹੈ। ₹ 30 ਪ੍ਰਤੀ 1 m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।



8. 3 m × 2 m ਮਾਪ ਦਾ ਇੱਕ ਦਰਵਾਜਾ ਅਤੇ 2.5 m × 1.5 m ਮਾਪ ਦੀ ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ ਨੂੰ ਦੀਵਾਰ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੀਵਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 7.8 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 3.9 m ਹੈ। ₹25 ਪ੍ਰਤੀ 1 m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

9. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।



10. **ਬਹੁ ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ**

(*i*) 12 cm × 10 cm ਮਾਪ ਦੇ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕੀ ਹੈ ?

(*a*) 44 cm^2 (*b*) 120 cm^2
(*c*) 1200 cm^2 (*d*) 1440 cm^2

(*ii*) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦੀ ਚੌੜਾਈ 12 cm ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ 36 cm ਹੈ।

(*a*) 6 cm (*b*) 3 cm
(*c*) 9 cm (*d*) 12 cm

(*iii*) ਜੇਕਰ ਵਰਗ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 1 m^2 ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਹੈ :

(*a*) 10 cm^2 (*b*) 100 cm^2
(*c*) 1000 cm^2 (*d*) 10000 cm^2

(*iv*) ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 96 ਸਮ ਹੈ।

(*a*) 576 cm^2 (*b*) 626 cm^2
(*c*) 726 cm^2 (*d*) 748 cm^2

(*v*) ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 500 cm^2 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 25 cm, ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਕੀ ਹੈ?

(*a*) 30 cm (*b*) 40 cm

(*c*) 20 cm (*d*) 25 cm

(*vi*) ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਦੁਗਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾ ਉਸਦੇ ਖੇਤਰਫਲ 'ਤੇ ਕੀ ਪ੍ਰਭਾਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

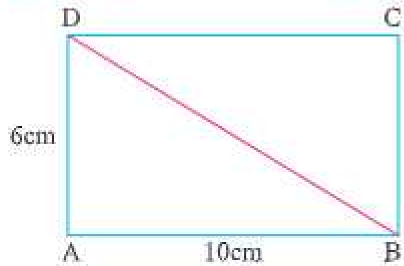
(*a*) ਖੇਤਰਫਲ ਅਸਲ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ 4 ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(*b*) ਖੇਤਰਫਲ ਅਸਲ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(*c*) ਖੇਤਰਫਲ ਅਸਲ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ 16 ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(*d*) ਖੇਤਰਫਲ ਅਸਲ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ $\frac{1}{6}$ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ (Triangles as parts of a Rectangle)



ਇੱਕ ਆਇਤ ABCD ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 10 cm ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 6 cm, ਲਓ। ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਕਰਣ ਖਿਚਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਆਇਤ ਨੂੰ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਦਾ ਜੋੜ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

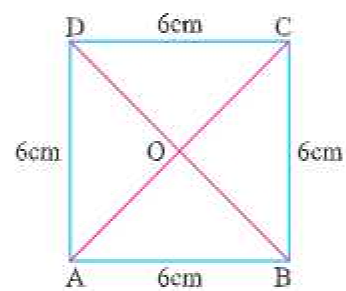
ਜਿਵੇਂ ਕਿ ΔABD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ΔBCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$\therefore$ ਇਸ ਲਈ, ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2} \times$ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= \frac{1}{2} \times$ ਲੰਬਾਈ $\times$ ਚੌੜਾਈ

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6$$

$$= 30 \text{ cm}^2$$



ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਨੂੰ 4 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਨਤੀਜਾ ਭਾਵ ਕਿ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਚਾਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਵਰਗ ABCD ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ 6 cm ਹੈ, ਨੂੰ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਤਦ

ΔAOB ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ΔBOC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ΔCOD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ΔDOA ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਵਰਗ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

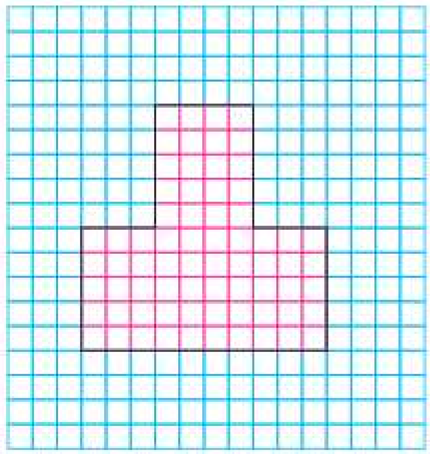
ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{4} \times$ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= \frac{1}{4} \times$ (ਭੁਜਾ)^2

$$= \frac{1}{4} \times 6 \times 6 = 9 \text{ cm}^2$$

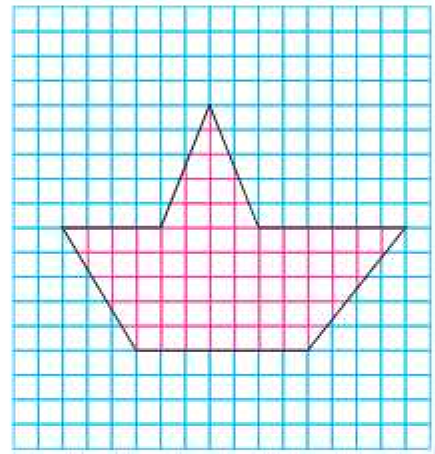
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਇਕਾਈ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਓ।

(*i*)



ਚਿੱਤਰ 1

(*ii*)



ਚਿੱਤਰ 2

ਹੱਲ : (*i*) ਚਿੱਤਰ 1 ਵਿੱਚ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 70

1 ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = 1 ਵਰਗ ਇਕਾਈ

ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = 70 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

(*ii*) ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 51

ਅੱਧੇ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 6

ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਅੱਧੇ ਵਰਗਾਂ ਲਈ ਮੰਨੇ ਜਾਣੇ ਹਨ = $\frac{1}{2} \times 6 = 3$

ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 8

ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਲਈ ਮੰਨੇ ਜਾਣੇ ਹਨ = 8

ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਘੱਟ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 9

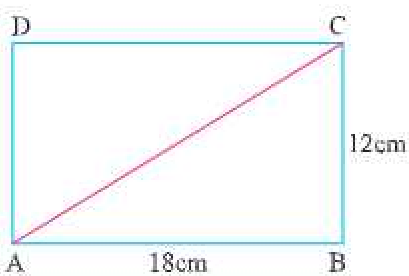
ਵਰਗਾ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਘੱਟ ਘਿਰੇ ਵਰਗਾਂ ਲਈ ਮੰਨੇ ਜਾਣੇ ਹਨ = 0

ਕੁੱਲ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਮੰਨੇ ਜਾਣੇ ਹਨ = 51 + 3 + 8 + 0 = 62

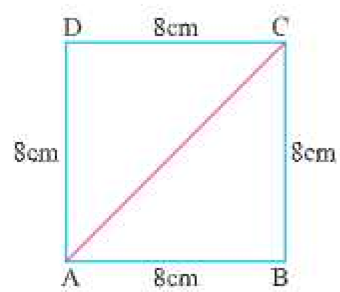
∴ ਇਸ ਲਈ, ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = 62 ਅੰਦਾਜ਼ਨ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*)



(*ii*)



ਹੱਲ : (*i*) ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 18 cm

ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 12 cm

ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਵਿਕਰਨ AC, ਆਇਤ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ΔABC ਅਤੇ ΔCDA ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \frac{1}{2} \times$ ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

$= \frac{1}{2} \times$ ਲੰਬਾਈ $\times$ ਚੌੜਾਈ

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 12$

$= 108 \text{ cm}^2$

(*ii*) ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 8 cm

ਵਿਕਰਣ AC, ਵਰਗ ABCD ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ΔABC ਅਤੇ ΔCDA ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ, ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \frac{1}{2} \times$ ਵਰਗ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

$= \frac{1}{2} \times$ (ਭੁਜਾ)^2

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8$

$= 32 \text{ cm}^2$

ਆਇਤਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗਾਂ ਲਈ ਵਿਆਪੀਕਰਣ (Generalising for other congruent parts of rectangles)

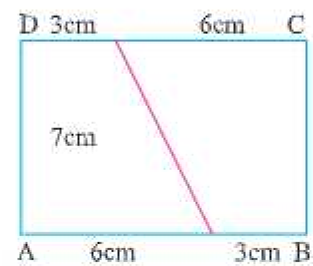
ਇੱਕ ਆਇਤ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 9 cm ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 7 cm ਹੈ, ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ 2 ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

$\therefore$ ਹਰੇਕ ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \frac{1}{2} \times$ ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

$= \frac{1}{2} \times$ ਲੰਬਾਈ $\times$ ਚੌੜਾਈ

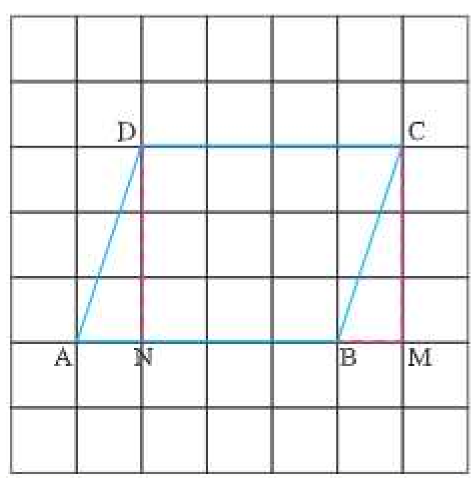
$= \frac{1}{2} \times 9 \times 7$

$= 31.5 \text{ cm}^2$



ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ (Area of parallelogram)

ਇਕ ਚਤੁਰਭੁਜ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਂਤਰ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਨੂੰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਆਇਤ DNMC ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੇ ਆਧਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰਲੰਬ (ਉਚਾਈ) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।



ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = ਲੰਬਾਈ $\times$ ਚੌੜਾਈ

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = ਆਧਾਰ $\times$ ਉਚਾਈ

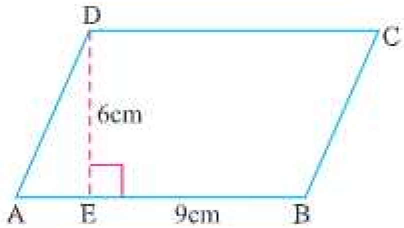
ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ,

ਆਧਾਰ $= \dfrac{\text{ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ}}{\text{ਉਚਾਈ}}$

ਜਾਂ ਉਚਾਈ $= \dfrac{\text{ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ}}{\text{ਆਧਾਰ}}$

[ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ
ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ]

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ = 9 cm

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ = 6 cm

∴ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ

$= 9 \times 6$

$= 54 \text{ cm}^2$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ 42 cm² ਅਤੇ ਆਧਾਰ 6 cm ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ = 6 cm

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = 42 cm^2

ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ = 42

6 × ਉਚਾਈ = 42

ਉਚਾਈ = $\frac{42}{6}$

ਉਚਾਈ = 7 cm

∴ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ = 7 cm

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ (Area of a triangle)

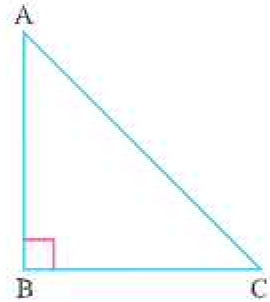
ਤਿੰਨ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ 'ਤੇ ਬਣਦੀ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(i) ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਸਿਖ਼ਰਲੰਬ (ਉਚਾਈ) ਦਿਤੇ ਹਨ ਤਾਂ,

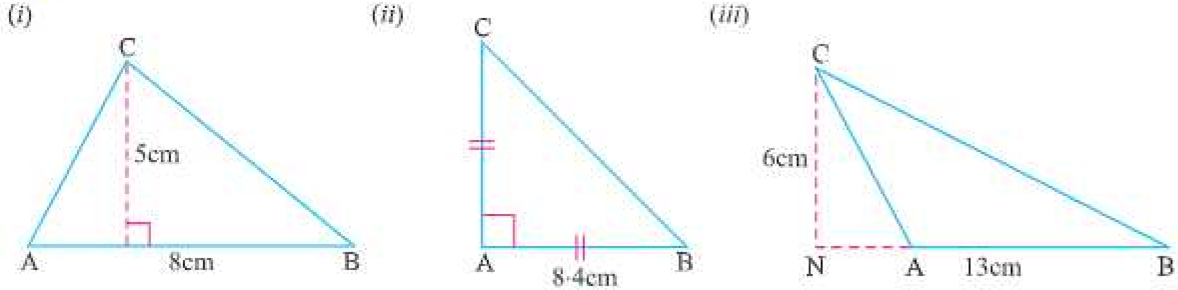
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $\frac{1}{2}$ × (ਆਧਾਰ × ਸਿਖ਼ਰਲੰਬ (ਉਚਾਈ)) ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ।

(ii) ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਸਮਕੋਣ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ 'ਕਰਨ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਮਕੋਣ ਨਾਲ ਲੱਗਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਬਾਹਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $\frac{1}{2}$ × (ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ) ਵਰਗ ਇਕਾਈ



ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤਾ ਹੈ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ = 8 cm

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ = 5 cm

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2}$ × ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 5$

$= 20 \text{ cm}^2$

(ii) ΔCAB ਵਿੱਚ AB = AC

AB = 8.4 cm

∴ AC = 8.4 cm

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2}$ × ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ

$= \frac{1}{2} \times 8.4 \times 8.4$

$= 35.28 \text{ cm}^2$

(iii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ = 13 cm

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ = 6 cm

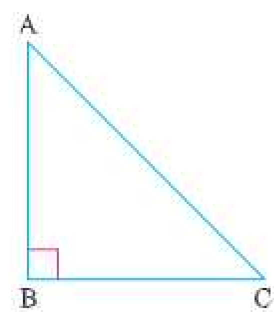
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2}$ × ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ

$= \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

$= 39 \text{ cm}^2$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 108 cm^2 ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 9 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ABC ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲਓ, ਜਿਸਦਾ ਸਮਕੋਣ B 'ਤੇ ਹੈ।



BC = 9 cm

AB = ?

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 108 cm^2

$\frac{1}{2}$ × ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ = 108

$\frac{1}{2}$ × 9 × ਉਚਾਈ = 108

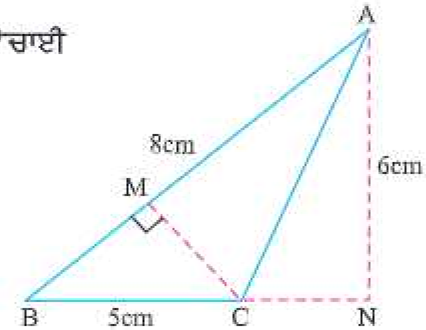
$$\text{ਉਚਾਈ} = \frac{108 \times 2}{9}$$

$$\text{ਉਚਾਈ} = 24 \text{ cm}$$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ΔABC ਵਿੱਚ, BC = 5 cm AN = 6 cm ਅਤੇ AB = 8 cm ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ (ii) CM ਦੀ ਲੰਬਾਈ

ਹੱਲ : ΔABC ਵਿੱਚ, BC = 5 cm, AN = 6 cm



$$\Delta ABC \text{ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ} = \frac{1}{2} \times \text{ਆਧਾਰ} \times \text{ਉਚਾਈ}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AN$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 6$$

$$= 15 \text{ cm}^2$$

(ii) ΔABC ਵਿੱਚ AB = 8 cm

$$CM = ?$$

$$\text{ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ} = \frac{1}{2} \times \text{ਆਧਾਰ} \times \text{ਉਚਾਈ}$$

$$15 = \frac{1}{2} \times AB \times CM$$

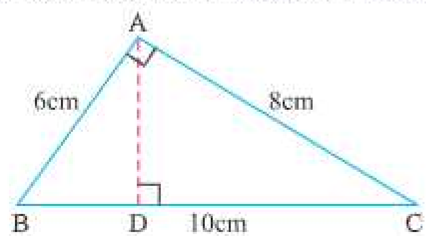
$$15 = \frac{1}{2} \times 8 \times CM$$

$$15 = 4 \times CM$$

$$CM = \frac{15}{4}$$

$$CM = 3.75 \text{ cm}$$

ਉਦਾਹਰਨ-8 : ΔABC, A ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। AD ਭੁਜਾ BC 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ ਜੇਕਰ AB = 6 cm BC = 10 cm ਅਤੇ AC = 8 cm ਹੈ ਤਾਂ ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। AD ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ, A 'ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। AB = 6 cm. BC = 10 cm ਅਤੇ AC = 8 cm

AC ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਅਤੇ AB ਨੂੰ ਉੱਚਾਈ ਲੈਣ ਤੇ,

$$\Delta ABC \text{ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ} = \frac{1}{2} \times \text{ਆਧਾਰ} \times \text{ਉਚਾਈ}$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times AB = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= 24 \text{ cm}^2$$

AD ਭੁਜਾ BC 'ਤੇ ਵੀ ਲੰਬ ਹੈ

ਹੁਣ BC ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਅਤੇ AD ਨੂੰ ਉਚਾਈ ਲੈਣ 'ਤੇ,

$$\Delta ABC \text{ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ } = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 10 \times AD$$

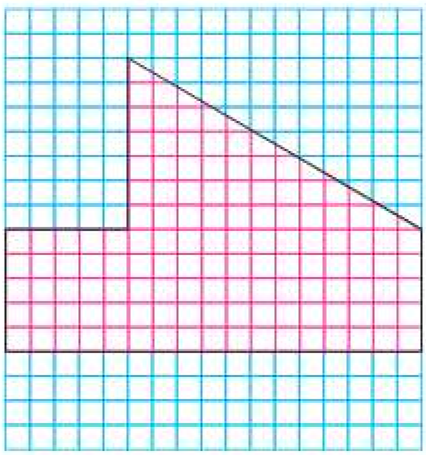
$$24 = 5 \times AD$$

$$AD = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ cm}$$

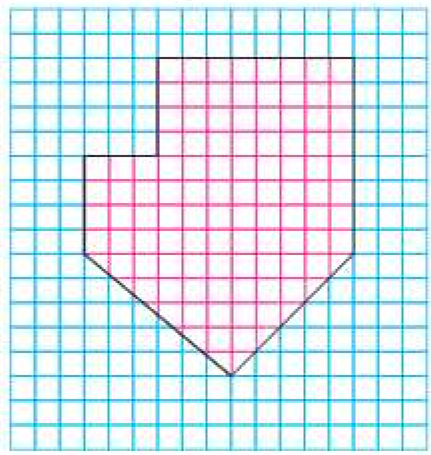
ਅਭਿਆਸ - 11.2

1. ਇਕਾਈ ਵਰਗ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਓ।

(*i*)

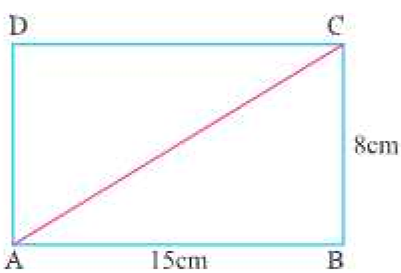


(*ii*)

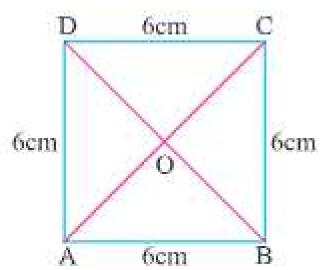


2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*) ΔABC

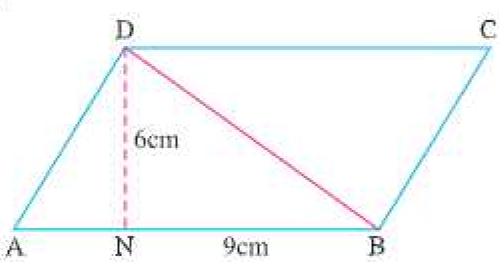


(*ii*) ΔCOD

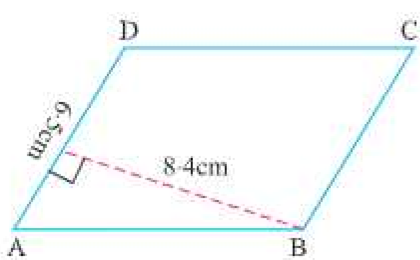


3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*)

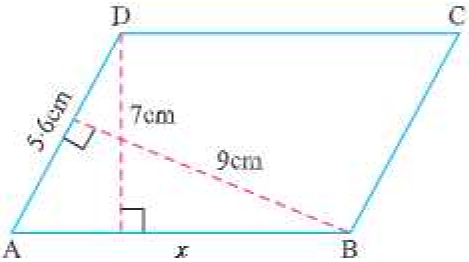


(*ii*)

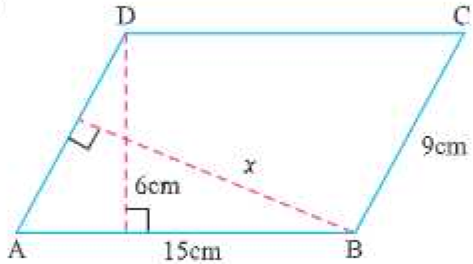


4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i)

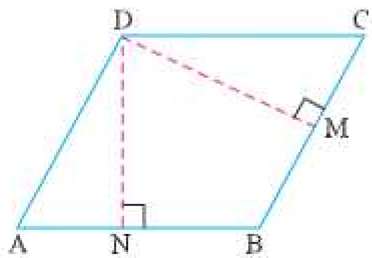


(ii)



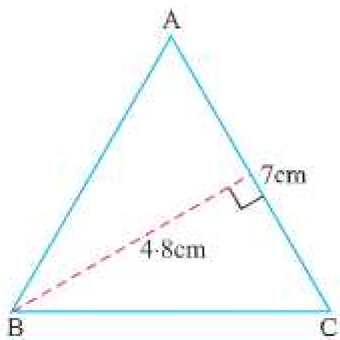
5. ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 28 cm ਹਨ ਅਤੇ 45 cm ਹਨ ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ 'ਤੇ ਸਿਖ਼ਰਲੰਬ (ਉਚਾਈ) 18 cm ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ABCD ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ। DN ਅਤੇ DM ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ CB 'ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਲੰਬ ਹਨ। ਜੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 1225 cm^2, AB = 35 cm ਅਤੇ CR = 25 cm ਹੋਵੇ ਤਾਂ DN ਅਤੇ DM ਪਤਾ ਕਰੋ।

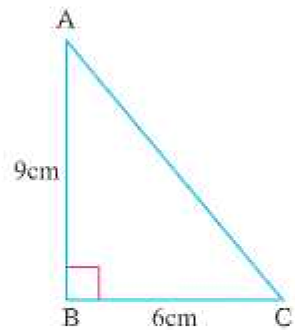


7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i)

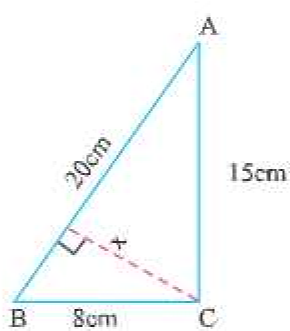


(ii)

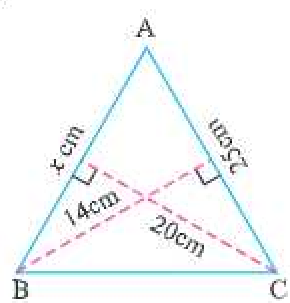


8. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

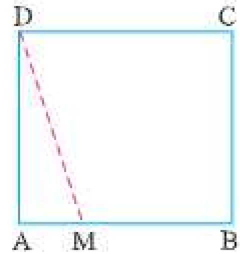
(i)



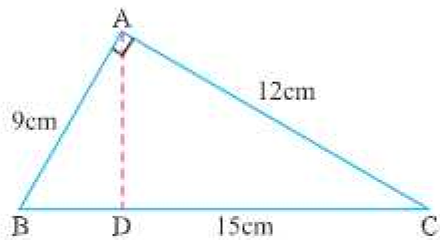
(ii)



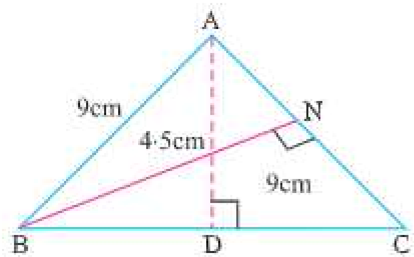
9. ਇੱਕ ਵਰਗ ABCD ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ AB 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ M ਹੋਵੇਂ ਤਾਂ ਜੋ AM = 9 cm ਅਤੇ ΔDAM ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ 171 cm^2 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਕੀ ਹੈ ?



10. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ, A 'ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। AD ਭੁਜਾ BC ਤੇ ਸਿਖ਼ਰਲੰਬ (ਉਚਾਈ) ਹੈ ਜੇਕਰ AB = 9 cm, BC = 15 cm ਅਤੇ AC = 12 cm ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ AD ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ?



11. ΔABC ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = AC = 9 cm, BC = 12 cm ਅਤੇ AD ਦੀ (A ਤੋਂ BC ਤੱਕ ਦੀ) ਉੱਚਾਈ 4.5 cm ਹੈ। ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ? B ਤੋਂ AC ਤੱਕ ਦੀ ਉਚਾਈ (BN) ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?



12. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ 246 cm^2 ਅਤੇ ਅਧਾਰ 20 cm ਹੈ।

(*a*) 1.23 cm (*b*) 13.2 cm
(*c*) 12.3 cm (*d*) 1.32 cm

(*ii*) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦੀ ਇਕ ਭੁਜਾ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਸੰਗਤ ਉਚਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 7 ਸਮ ਤੇ 3.5 ਸਮ ਹਨ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*a*) 21 cm (*b*) 24.5 cm
(*c*) 21.5 cm (*d*) 24 cm

(*iii*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਸਦਾ ਅਧਾਰ 13 cm ਅਤੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ 65 cm^2 ਹੈ ਦੀ ਉਚਾਈ .... ਹੈ।

(*a*) 12 cm (*b*) 15 cm
(*c*) 10 cm (*d*) 20 cm

(*iv*) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 40 cm ਹੈ :

(*a*) 400 cm^2 (*b*) 200 cm^2
(*c*) 600 cm^2 (*d*) 800 cm^2

(*v*) ਜੇਕਰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਸਲ ਭੁਜਾ ਤੋਂ ਦੁੱਗਣੀ ਕਰ ਦਿਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਨਵੀਂ ਬਣੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤਰਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?

(*a*) 1.5 ਗੁਣਾ (*b*) 2 ਗੁਣਾ

(*c*) 3 ਗੁਣਾ (*d*) 4 ਗੁਣਾ

(*vi*) ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚੋਂ ਸਮਕੋਣ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੂਸਰੀ ਦੀ ਦੁੱਗਣੀ ਹੈ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ 64 sq. cm ਹੈ। ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ

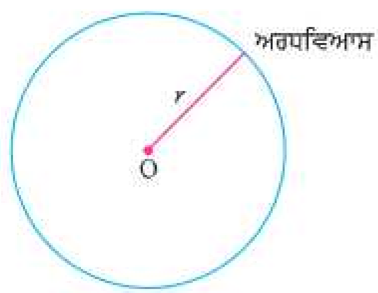
(*a*) 8 cm (*b*) 16 cm

(*c*) 24 cm (*d*) 32 cm

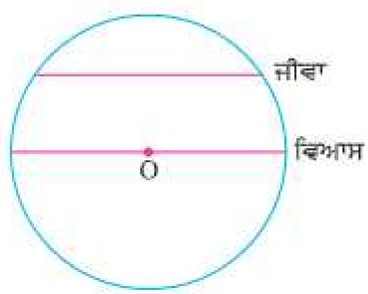
ਚੱਕਰ (Circle)

ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸਧਾਰਨ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ 'O' ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
- ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ (ਭਾਵ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦੂਰੀ) ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ r ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।



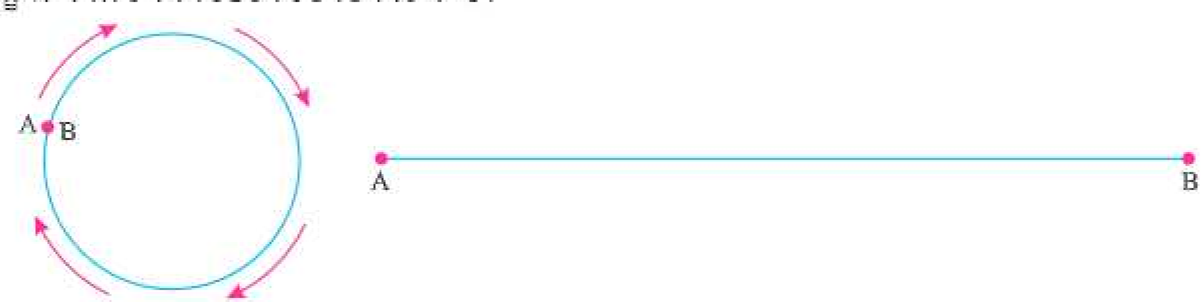
- ਚੱਕਰ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਦੀ ਜੀਵਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
- ਚੱਕਰ ਦੀ ਜੀਵਾ ਜੋ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ d ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।



ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ : ਚੱਕਰ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦਾ ਮਾਪ

ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਧਾਗਾ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਸ ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਕਰਕੇ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਮਾਪੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ।



ਪਾਈ (Pie) (π) ਦਾ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਘੇਰੇ ਦਾ ਸੂਤਰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕਿਰਿਆ (Lab activity to find the value of Pie (π) and formula of Circumference)

ਉਦੇਸ਼ : ਪਾਈ (π) ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ

ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮੱਗਰੀ : (*i*) ਪੇਪਰ (*ii*) ਧਾਗਾ (*iii*) ਕੈਂਚੀ (*iv*) ਜਿਉਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ

ਵਿਧੀ : ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਜਿਵੇਂ 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm ਅਤੇ 6 cm ਦੇ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਧਾਗੇ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਘੇਰਾ ਮਾਪੋ। ਹੁਣ ਧਾਗੇ ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਕਰਕੇ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪੋ।

ਲੜੀ ਨੰ.	ਅਰਧ ਵਿਆਸ (ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ 'ਚ)	ਵਿਆਸ (ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ 'ਚ)	ਘੇਰਾ (ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ 'ਚ) (ਧਾਗੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ)	π ਦਾ ਮੱਲ $= \frac{\text{ਘੇਰਾ}}{\text{ਵਿਆਸ}}$
1	1	2	6.3	3.15
2	2	4	12.5	3.125
3	3	6	18.8	3.133
4	4	8	25.1	3.14
5	5	10	31.4	3.14
6	6	12	37.6	3.133

ਉਪਰੋਕਤ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਘੇਰੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਵਿਆਸ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਪਾਈ (π) ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪਾਈ (π) ਦਾ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ 3.14 ਜਾਂ $\frac{22}{7}$ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਕਿਰਿਆ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ,

$$\pi = \frac{\text{ਘੇਰਾ}}{\text{ਵਿਆਸ}}$$

$$\pi = \frac{C}{d}$$

$$C = \pi d$$

$$C = \pi (2r) \quad [\because \text{ ਕਿਉਂਕਿ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ।}]$$

$$C = 2\pi r$$

$\therefore$ ਇਸ ਲਈ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = $2\pi r$

ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ ਵਿਆਸ 12 cm ਹੈ। (π = 3.14 ਲਓ)

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ (d) = 12 cm

ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = πd

$= 3.14 \times 12$

$= 37.68$ cm

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ 88 cm ਹੈ ਤਾਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = \frac{22}{7}$ ਲਓ)

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = 88 cm

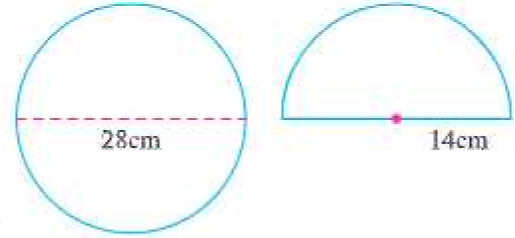
$2\pi r = 88$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$

$$r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = 14 \text{ cm}$$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਜਿਸ (disc) ਦਾ ਵਿਆਸ 28 cm ਹੈ, ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ (disc) ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਦਾ ਵਿਆਸ = 28 cm

ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 14 cm

ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ $= \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 14$

$= 44$ cm

ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਦਾ ਘੇਰਾ = ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ + ਵਿਆਸ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

$= 44 + 28$

$= 72$ cm

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਇੱਕ ਮਾਲੀ 28 m ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਨੂੰ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੰਡਿਆਲੀ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਉਹ ਦੋ ਵਾਰ ਵਾੜ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਹੱਲ : ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਵਿਆਸ = 28 m

ਪਾਰਕ ਦਾ ਘੇਰਾ $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 28$

$= 88$ m

ਵਾੜ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕੰਡਿਆਲੀ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 88 m

ਵਾੜ ਦੇ ਦੋ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕੰਡਿਆਲੀ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $= 88 \times 2 = 176$ m

ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕਿਰਿਆ (Lab activity to find area of circle)

ਉਦੇਸ਼ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।

ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮੱਗਰੀ : (*i*) ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੰਗਾ ਦੀ ਉੱਨ (*ii*) ਕੈਂਚੀ (*iii*) ਫੈਵੀਕੋਲ (*iv*) ਰੰਗਦਾਰ ਪੈਨ (*v*) ਜਿਊਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ

ਵਿਧੀ : ਕਿਸੇ ਵੀ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਉੱਨ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਸਮ ਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਰੋ। ਕੇਂਦਰ O ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ ਕੋਈ ਵੀ ਹਿੱਸਾ ਖਾਲੀ ਨਾ ਛੱਡੋ। ਉੱਨ ਦੇ ਸਾਰੇ ਟੁੱਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ON ਵੱਲ ਨੂੰ ਕੱਟੋ ਅਤੇ ਹੁਣ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਬਾਹਰਲੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਟੁਕੜੇ ਤੋਂ ਤਰਤੀਬ ਵਾਰ ਲਗਾਉਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ (ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ) ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਆਕਾਰ ਲਵੇਗਾ ਜਿਸਦਾ ਆਧਾਰ ਬਾਹਰਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ ਅਤੇ ਉਚਾਈ, ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ $= 2\pi r$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ $= r$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \frac{1}{2} \times$ ਆਧਾਰ $\times$ ਉਚਾਈ

$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \pi r^2$ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਇਸ ਲਈ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \pi r^2$ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 21 cm ਹੈ। ($\pi = \frac{22}{7}$ ਲਓ)

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 21 cm

ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 1386 \text{cm}^2$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਘੇਰਾ 88 cm ਹੈ।

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = 88 cm

$2\pi r = 88$

$\pi r = \frac{88}{2}$

$\frac{22}{7} \times r = 44$

$r = \frac{44 \times 7}{22}$

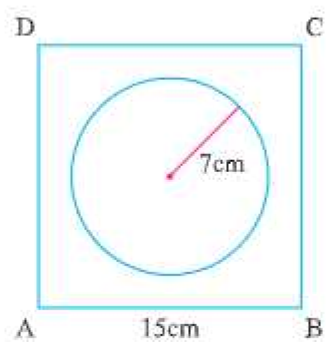
$r = 14cm$

ਤਾਂ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 616 \text{ cm}^2$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : 15cm ਭੁਜਾ ਵਾਲੀ ਵਰਗਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵਿਚੋਂ 7cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵੱਖ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = \frac{22}{7}$ ਲਓ)



ਹੱਲ ਵਰਗਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਭੁਜਾ = 15 cm

ਵਰਗਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = (ਭੁਜਾ)^2

$= 15 \times 15$

$= 225 \text{ cm}^2$

ਵੱਖ ਕੀਤੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 7 cm

ਵੱਖ ਕੀਤੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 154 \text{ cm}^2$

ਬਾਕੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਵਰਗਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ – ਵੱਖ ਕੀਤੀ ਗਈ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

$= 225 - 154$

$= 71 \text{ cm}^2$

ਅਭਿਆਸ - 11.3

1. ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ

(*i*) ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 21 cm (*ii*) ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 3.5 cm

(*iii*) ਵਿਆਸ (d) = 84 cm

2. ਜੇਕਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਘੇਰਾ 176 m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

3. 8 cm ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਚੱਕਰਕਾਰ ਡਿਸਕ (disc) ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ। ਹਰੇਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰਕਾਰ ਭਾਗ ਦਾ ਘੇਰਾ ਕੀ ਹੈ ?

4. ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ

(*i*) ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 49 cm (*ii*) ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 2.8 cm

(*iii*) ਵਿਆਸ (d) = 4.2 cm

5. ਇਕ ਮਾਲੀ 15 m ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰਕਾਰ ਬਾਗ ਨੂੰ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਵਾੜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ₹ 5 ਪ੍ਰਤੀ m ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਤਾਰ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ ($\pi = 3.14$ ਲਓ)

6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ?

(*a*) 15 cm ਲੰਬਾਈ ਤੇ 5.4 cm ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਆਇਤ ਦਾ।

(*b*) 5.6 cm ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ।

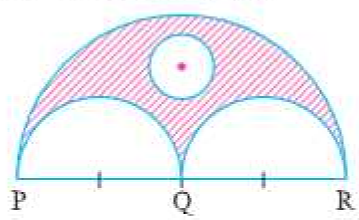
7. 15 cm ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 12 cm ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ 3.5 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਚੱਕਰਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵੱਖ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਬਾਕੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. 7 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਚੱਕਰਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ 2.1 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਚੱਕਰਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵੱਖ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

9. ਸਮੀਪ ਨੇ 88 cm ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਇੱਕ ਤਾਰ ਲਈ ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਚੱਕਰ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਤੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਜੇਕਰ ਉਹੀ ਤਾਰ ਨੂੰ ਵਰਗ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ? ਕਿਹੜੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਘੇਰਦੀ ਹੈ ?

10. ਇਕ ਬਾਗ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 120 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 85 m ਹੈ। ਬਾਗ ਦੇ ਵਿੱਚ 14 m ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਿਟ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਬਾਗ ਵਿੱਚ ₹5.50 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗਮੀਟਰ ਦੇ ਹਿਸਾਬ ਨਾਲ ਬੂਟੇ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

11. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ PQ = QR ਵਿੱਚ ਅਤੇ PR = 56 cm ਕੱਟੇ ਗਏ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 7 cm ਹੈ। Q ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। ਰੰਗੀਨ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



12. ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 18 cm ਹੈ। ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਨੋਕ (Tip) 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ?

13. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) 10 cm ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਹੈ :

(*a*) 31.4 cm (*b*) 3.14 cm

(*c*) 314 cm (*d*) 35.4 cm

(*ii*) 14 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਹੈ :

(*a*) 88 cm (*b*) 44 cm

(*c*) 22 cm (*d*) 85 cm

(*iii*) 7 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਕੀ ਹੈ :

(*a*) 49 cm^2 (*b*) 22 cm^2

(*c*) 154 cm^2 (*d*) 308 cm^2

(*iv*) ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ 154 cm^2 ਹੈ :

(*a*) 4 cm (*b*) 6 cm

(*c*) 14 cm (*d*) 12 cm

(*v*) ਇਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਦੂਸਰੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਦੇ 100 ਗੁਣਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਘੇਰੇ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਕੀ ਹੈ ?

(*a*) 10 : 1 (*b*) 1 : 10

(*c*) 1 : 1 (*d*) 2 : 1

(*vi*) ਜੇਕਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਵਿਆਸ 9.8 cm ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਹੈ :

(*a*) 75.46 cm^2 (*b*) 76.46 cm^2

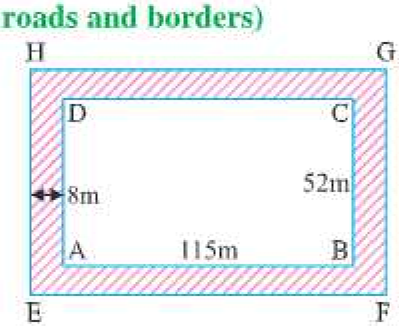
(*c*) 74.4 cm^2 (*d*) 76.4 cm^2

ਇਕਾਈਆਂ ਦਾ ਬਦਲਾਅ (Conversion) :-

Length units (ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ)	Area Units (ਖੇਤਰਫਲ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ)
1*cm* = 10*mm*	1 cm^2 = (10 × 10) mm^2 = 100 mm^2
1dm = 10cm	1 dm^2 = (10 × 10) cm^2 = 100 cm^2
1m = 10dm	1 m^2 = (10 × 10) dm^2 = 100 dm^2
1m = 100cm	1 m^2 = (100 × 100) cm^2 = 10000 cm^2
1 dam = 10m	1 dam^2 = (10 × 10) m^2 = 100 m^2
1 hm = 100m	1 hm^2 = (100 × 100) m^2 = 10000 m^2
1km = 1000m	1 km^2 = (1000 × 1000) m^2 = 1000000 m^2
	1 ਏਅਰ = 100 m^2
	1 ਹੈਕਟੇਅਰ = 10000 m^2

ਰਸਤੇ, ਚੁਰਸਤੇ ਅਤੇ ਬਾਰਡਰਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (Area of paths, cross roads and borders)

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਬਾਗ 115 m ਲੰਬਾ ਅਤੇ 52 m ਚੌੜਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਬਾਹਰ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 8 m ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਬਣਾਉਣਾ ਹੈ। 10.50 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਦੇ ਹਿਸਾਬ ਨਾਲ ਬਜ਼ਰੀ ਵਿਛਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ABCD ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਨੂੰ ਅਤੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ (shaded) ਕੀਤਾ ਭਾਗ 8 m ਚੌੜੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਇਤਕਾਰ ਬਾਗ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (l) = 115 m

ਆਇਤਕਾਰ ਬਾਗ ਦੀ ਚੌੜਾਈ (b) = 52 m

ਆਇਤਕਾਰ ਬਾਗ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $(115 \times 52)\ m^2$

$= 5980\ m^2$

ਆਇਤਕਾਰ ਬਾਗ ਦੀ ਰਸਤੇ ਸਮੇਤ ਲੰਬਾਈ = 115 m + (8 m + 8 m) = 131 m

ਆਇਤਕਾਰ ਬਾਗ ਦੀ ਰਸਤੇ ਸਮੇਤ ਚੌੜਾਈ = 52 m + (8 m + 8 m) = 68 m

ਰਸਤੇ ਸਮੇਤ ਬਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $(131 \times 68)\ m^2 = 8908\ m^2$

ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = ਬਾਗ ਦਾ ਰਸਤੇ ਸਮੇਤ ਖੇਤਰਫ਼ਲ – ਬਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $(8908 - 5980)\ m^2$

$= 2928\ m^2$

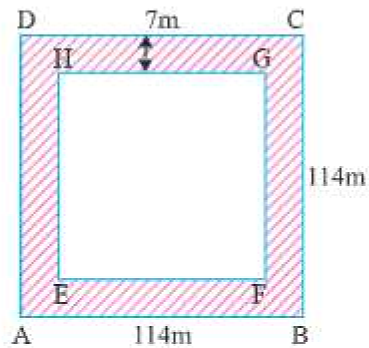
$1\ m^2$ ਰਸਤੇ 'ਤੇ ਬਜਰੀ ਵਿਛਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ = ₹ 10.50

$2928\ m^2$ ਰਸਤੇ 'ਤੇ ਬਜਰੀ ਵਿਛਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ = 2928×10.50

= ₹ 30744

ਉਦਾਹਰਨ-2 : 114 m ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਪਾਸੇ 7 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ₹225 ਪ੍ਰਤੀ 15 m^2 ਦੇ ਹਿਸਾਬ ਨਾਲ ਪਲਸਤਰ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ABCD, 114 ਮੀ ਭੁਜਾ ਵਾਲਾ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਹੈ ਅਤੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸਾ 7 ਮੀ. ਚੌੜੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ



EF = 114 m – (7 + 7) m

= 100m

ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $(\text{ਭੁਜਾ})^2$

$= 114 \times 114$

$= 12996\ m^2$

EFGH ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $(\text{ਭੁਜਾ})^2$

$= 100 \times 100$

$= 10000\ m^2$

ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ – EFGH ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ

$= 12996 - 10000$

$= 2996\ m^2$

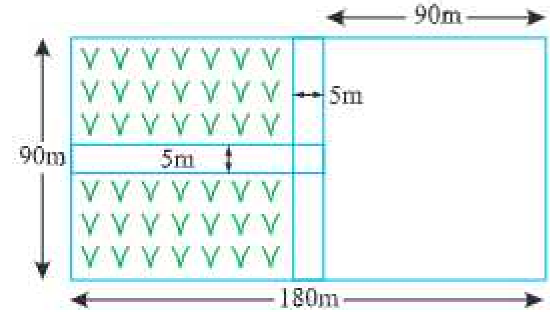
$15\ m^2$ ਨੂੰ ਪਲੱਸਤਰ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ = ₹225

$1\ m^2$ ਨੂੰ ਪਲੱਸਤਰ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ = $\frac{225}{15}$

$2996\ m^2$ ਨੂੰ ਪਲੱਸਤਰ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ = $\frac{225}{15} \times 2996$

= ₹44940

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੇ ਗਰਾਊਂਡ 180 m ਲੰਬੀ ਅਤੇ 90 m ਚੌੜੀ ਹੈ। 90 m × 90 m ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਸਵੇਰ ਦੀ ਸਭਾ ਲਈ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਰਹਿੰਦੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ 5 m ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਜੋ ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਅਤੇ ਰਹਿੰਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ (ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਬਾਕੀ ਰਹਿੰਦੇ ਭਾਗ ਤੇ ਘਾਹ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਘਾਹ ਲੱਗੇ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਸਕੂਲ ਦੇ ਗਰਾਊਂਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $180\text{ m} \times 90\text{ m}$

$= 16200\text{ m}^2$

ਸਵੇਰ ਦੀ ਸਭਾ ਲਈ ਛੱਡੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 90×90

$= 8100\text{ m}^2$

ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜੋ ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ = 90×5

$= 450\text{ m}^2$

ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜੋ ਰਹਿੰਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ = $90 \times 5 = 450\text{ m}^2$

ਦੋਵੇਂ ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਖੇਤਰਫਲ = 5×5

$= 25\text{ m}^2$

ਰਸਤੇ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ = $(450 + 450 - 25)$

$= 875\text{ m}^2$

ਘਾਹ ਲੱਗੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਗਰਾਊਂਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ – (ਸਵੇਰ ਦੀ ਸਭਾ ਲਈ ਰੱਖਿਆ ਖੇਤਰ + ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ)

$= 16200 - (8100 + 875)$

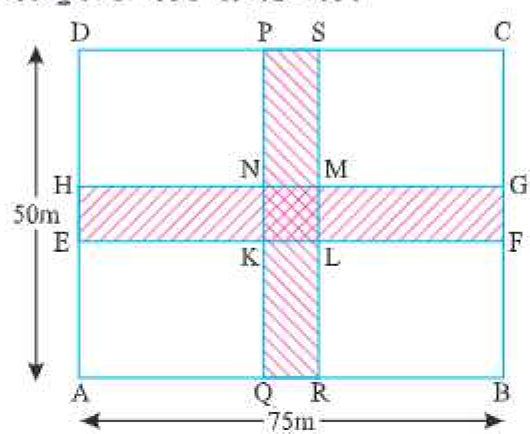
$= 16200 - 8975$

$= 7225\text{ m}^2$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : 75 m ਲੰਬੇ ਅਤੇ 45 m ਚੌੜੇ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਹੁੰਦੇ ਹੋਏ 5 m ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਦੋ ਰਸਤੇ ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਅਤੇ ਚੌਪੜ ਦੇ ਅਕਾਰ ਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਵੀ ਹਨ। ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ₹120 ਪ੍ਰਤੀ m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਰਸਤਿਆਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ABCD ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ AB = 75 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ BC = 50 m

ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਭਾਵ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਹੀ ਹੈ ਭਾਵ ਆਇਤ EFGH ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਆਇਤ PQRS ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਜੋੜ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਵਰਗ KLMN ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਦੋ ਵਾਰ ਲੈਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਸਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ।



ਹੁਣ EF = 75 m, FG = 6 m, PQ = 50 m, QR = 6 m, KL = 6 m, ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਇਤ EFGH ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ – ਵਰਗ KLMN ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= (EF \times FG) + (PQ \times QR) - (KL)^2$

$= (75 \times 6) + (50 \times 6) - (6 \times 6)$

$= 450 + 300 - 36$

$= 714\ m^2$

$1\ m^2$ ਸੜਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ $=$ ₹ 120

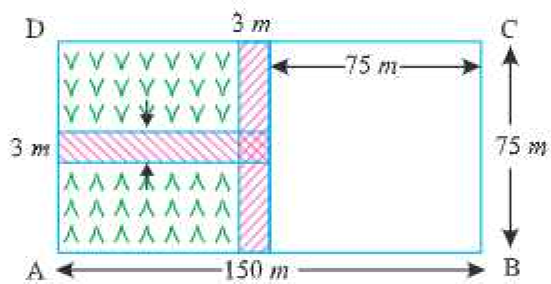
$714\ m^2$ ਸੜਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ $= 714 \times 120$

$=$ ₹ 85680

ਇਸ ਲਈ, ਸੜਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ₹ 85680 ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ - 11.4

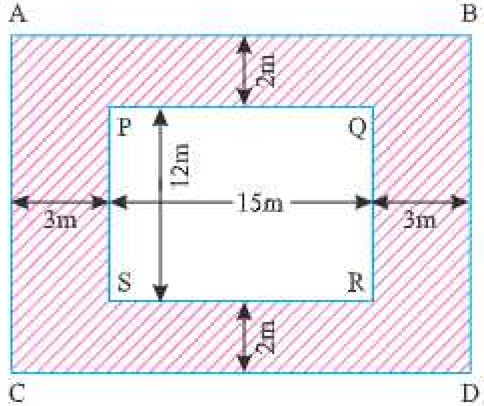
1. ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 80 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 65 m ਹੈ। ਪਾਰਕ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ 5 m ਚੌੜਾ ਇੱਕ ਰਸਤਾ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਗੀਚਾ 110 m ਲੰਬਾ ਅਤੇ 72 m ਚੌੜਾ ਹੈ। 8 m ਚੌੜਾਈ ਵਾਲਾ ਇਕ ਰਸਤਾ ਬਗੀਚੇ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਰਸਤੇ ਉੱਤੇ 11.50 ਪ੍ਰਤੀ m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਬਜਰੀ ਵਿਛਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਇੱਕ ਕਮਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 12 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 8 m ਹੈ। ਇਸਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 3 m ਚੌੜਾ ਵਰਾਂਡਾ ਹੈ। ₹275 ਪ੍ਰਤੀ m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਮਾਰਬਲ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਇੱਕ ਕਾਗਜ 30 cm × 24 cm × ਮਾਪ ਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸਿਓਂ 4 cm ਚੌੜੀ ਪੱਟੀ ਕੱਟੀ ਗਈ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹੋਏ ਕਾਗਜ਼ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਕੱਟੀ ਗਈ ਪੱਟੀ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. 40 m ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦੇ ਅੰਦਰ ਬਾਰਡਰ ਦੇ ਨਾਲ 2 m ਚੌੜਾਈ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਰਸਤਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ
   (*i*) ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (*ii*) ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਬਗੀਚੇ ਦੇ ਵਿੱਚ ₹50 ਪ੍ਰਤੀ m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਘਾਹ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।
6. ਇਕ ਨਰਸਰੀ ਸਕੂਲ ਦਾ ਖੇਡ ਮੈਦਾਨ 150 m ਲੰਬਾ ਅਤੇ 75 m ਚੌੜਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ 75 m × 75 m ਮਾਪ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਝੂਲਿਆਂ ਅਤੇ ਹੋਰ ਖੇਡਾਂ ਲਈ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ 3 m ਦਾ ਰਸਤਾ ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬਚੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਬਣਾਇਆ ਹੈ। (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ)। ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਨੂੰ ਘਾਹ ਨਾਲ ਢੱਕਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਘਾਹ ਦੁਆਰਾ ਢੱਕੇ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



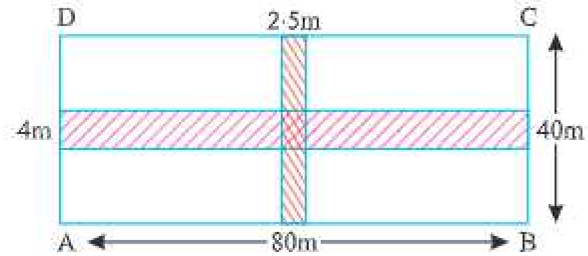
7. ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਵਿਚਕਾਰ ਦੋ 8 m ਚੌੜੇ ਰਸਤੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਪਾਰਕ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 480 m ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 250 m ਹੈ ਤਾਂ ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਰਸਤਿਆਂ ਤੋਂ ਬਿਨ੍ਹਾ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
8. 92 m ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 70 m ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਆਇਤਕਾਰ ਖੇਤ ਵਿੱਚ ਖੇਤ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਦੋ ਰਸਤੇ ਬਣਾਏ ਗਏ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਖੇਤ ਦੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਰਸਤੇ ਦੀ ਚੌੜਾਈ 4 m ਹੈ ਤਾਂ
   (*i*) ਰਸਤਿਆਂ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰਿਆ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (*ii*) ₹150 m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਰਸਤਿਆਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

9. ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ

(i)



(ii)



ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਆਇਤ ਅਤੇ ਵਰਗ ਲਈ

(i) ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 2 (ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ) ਇਕਾਈਆਂ

(ii) ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ) ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

(iii) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = $\frac{\text{ਖੇਤਰਫ਼ਲ}}{\text{ਚੌੜਾਈ}}$ ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ = $\frac{\text{ਖੇਤਰਫ਼ਲ}}{\text{ਲੰਬਾਈ}}$ ਇਕਾਈਆਂ

(iv) ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = (4 × ਭੁਜਾ) ਇਕਾਈਆਂ

(v) ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਭੁਜਾ × ਭੁਜਾ) ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

(vi) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = $\sqrt{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}$ ਇਕਾਈਆਂ

2. ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਲਈ

(i) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਆਧਾਰ × ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ) ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

(ii) ਆਧਾਰ = $\frac{\text{ਖੇਤਰਫ਼ਲ}}{\text{ਲੰਬ}}$ ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਲੰਬ = $\frac{\text{ਖੇਤਰਫ਼ਲ}}{\text{ਆਧਾਰ}}$ ਇਕਾਈਆਂ

3. ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਲਈ

(i) ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2}$ × (ਆਧਾਰ × ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ) ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

4. ਚੱਕਰ ਲਈ

(i) ਘੇਰਾ = $2\pi r$ ਜਾਂ πd ਇਕਾਈਆਂ

(ii) ਖੇਤਰਫ਼ਲ = πr^2 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋਣਗੇ।
2. ਇਕਾਈ ਵਰਗ ਗਰਿਡ/ਗ੍ਰਾਫ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਰਗ, ਆਇਤ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਸੂਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
5. ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ, ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਨ।
6. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰਨ ਲਈ ਸਿੱਖੇ ਹੋਏ ਸੂਤਰਾਂ ਨੂੰ ਵਰਤਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 11.1

1. (*i*) 86cm; 420cm^2 (*ii*) 23.8cm ; 23.5cm^2

2. (*i*) 116cm ; 841cm^2 (*ii*) 33.2cm ; 68.89cm^2

3. 1369m^2 **4.** 20cm ; 98cm

5. 40cm ; ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜਿਆਦਾ ਹੈ ; 64cm^2

6. 45m ; 340m **7.** ₹1507.50 **8.** ₹516.75

9. (*i*) 38cm ; 52cm^2 (*ii*) 29cm ; 19.5cm^2

10. (*i*) *b* (*ii*) *a* (*iii*) *d*
(*iv*) *a* (*v*) *c* (*vi*) *a*

ਅਭਿਆਸ 11.2

2. (*i*) 135 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ (*ii*) 114 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

2. (*i*) 60m^2 (*ii*) 9cm^2

3. (*i*) 54cm^2 (*ii*) 54.6cm^2

4. (*i*) 7.2cm (*ii*) 10cm

5. 810cm^2 **6.** 35cm ; 49cm

7. (*i*) 16.8cm^2 (*iii*) 27cm^2

8. (*i*) 6cm (*ii*) 17.5cm

9. 1444cm^2 **10.** 54cm^2 ; 7.2cm

11. 27cm^2 ; 6cm

12. (*i*) *c* (*ii*) *b* (*iii*) *c*
(*iv*) *d* (*v*) *b* (*vi*) *a*

ਅਭਿਆਸ 11.3

1. (*i*) 132cm (*ii*) 22cm (*iii*) 264cm

2. 28m **3.** 20.6cm

4. (*i*) 7546cm^2 (*ii*) 24.64cm^2 (*iii*) 13.86cm^2

5. 282.6 m; ₹1413 **6.** ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜਿਆਦਾ ਹੈ ; 56.36cm^2

7. 141.5cm^2 **8.** 140.14cm^2

9. 14cm ; 616cm^2 ; 22cm ; ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜਿਆਦਾ ਹੈ। **10.** ₹55243

11. 462cm^2 **12.** 113.04cm

13. (*i*) *a* (*ii*) *a* (*iii*) *c*
(*iv*) C (*v*) *a* (*vi*) *a*

ਅਭਿਆਸ 11.4

1. $1550m^2$
2. ₹36432
3. ₹42900
4. $352cm^2$; $368cm^2$
5. (*i*) $304m^2$ (*ii*) 64800
6. $5184m^2$
7. $5776m^2$: $114224m^2$
8. (*i*) $632m^2$ (*ii*) ₹94800
9. (*i*) $156m^2$ (*ii*) $410m^2$

ਪਾਠ 12

X5E7S3

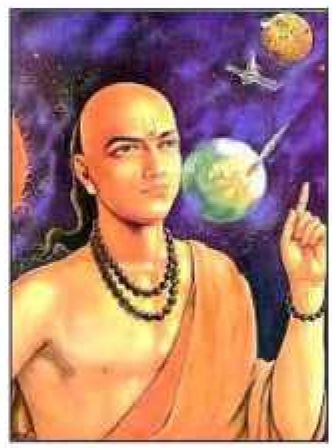
ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਬੀਜਗਣਿਤ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਸ਼ਬਦਾਂ ਜਿਵੇਂ ਅਚਲ, ਚਲ, ਪਦ, ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣਨਾ।
2. ਇਕ ਜਾਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਉਣਾ।
3. ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣਾ।
4. ਚਲ ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮੁੱਲ ਲਈ ਕਿਸੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
5. ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਸੰਬੰਧੀ ਗਿਆਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਦਾ ਮਾਣ (Our Nations' Pride)



ਭਾਸਕਰਾਚਾਰੀਆ (1114–1185) ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਅਤੇ ਖ਼ਗੋਲਸ਼ਾਸਤਰੀ ਸਨ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜਨਮ ਕਰਨਾਟਕ ਵਿੱਚ ਬੀਜਾਪੁਰ ਵਿਖੇ ਹੋਇਆ ਸੀ। ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਾਰਜਾਂ ਨੇ 12ਵੀਂ ਸਦੀ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ ਅਤੇ ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਯੋਗਦਾਨ ਪਾਇਆ। ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮੱਧਕਾਲੀਨ ਭਾਰਤ ਦੇ ਮਹਾਨ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮੁੱਖ ਕਾਰਜਾਂ ਨੂੰ ਚਾਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਿੰਨ੍ਹਾ ਨੂੰ ਲੀਲਾਵਤੀ, ਬੀਜਗਣਿਤ, ਗ੍ਰਹਿਗਣਿਤ ਅਤੇ ਗੋਲਧਿਆਇ ਦੇ ਨਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਚਾਰ ਭਾਗ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਅੰਕਗਣਿਤ, ਬੀਜਗਣਿਤ, ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧੀ ਗਣਿਤ ਅਤੇ ਗੋਲੇ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹਨ। 20 ਨਵੰਬਰ 1981 ਨੂੰ ਭਾਰਤੀ ਪੁਲਾੜ ਖੋਜ ਸੰਗਠਨ ਨੇ ਇਸ ਮਹਾਨ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਅਤੇ ਖਗੋਲ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਦੇ ਸਨਮਾਨ ਵਜੋਂ ਭਾਸਕਰ II ਨਾਮ ਦਾ ਉੱਪ੍ਰਗਹਿ ਛੱਡਿਆ (ਲਾਂਚ ਕੀਤਾ)।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ $x + 5$, $2x - y$, $3x + y$, $2y - 7$ ਆਦਿ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅੱਖਰ ਸਮੱਸਿਆ ਅਤੇ ਸਧਾਰਨ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉਣ ਬਾਰੇ ਵੀ ਸਮਝ ਚੁੱਕੇ ਹੋ।

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਬਾਰੇ ਹੋਰ ਜਾਣੋਗੇ। ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ 'ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣਦੇ ਹਨ ?" "ਇਕ ਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਕੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?' "ਇਕ ਪਦ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਕੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?" ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਕੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ? ਬਹੁਪਦ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਕਿਸਮਾਂ ਕੀ ਹਨ ? ਅਤੇ 'ਕਿਸੇ ਚਲ ਦੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਕਿਸੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?"

ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ (Algebraic Expression) : ਅੱਗੇ ਵੱਧਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਆਓ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਕੁਝ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕਰੀਏ।

1. **ਅਚਲ (Constant) :** ਅਚਲ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਪਦ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। $3, 5, 0, -7, \frac{-2}{3}, \sqrt{3}$ ਆਦਿ ਅਚਲ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।
   - ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਅਚਲ ਹੈ।

2. **ਚਲ (Variable) :** ਚਲ ਤੋਂ ਭਾਵ ਅਜਿਹੇ ਪਦ ਤੋਂ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮੁੱਲ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦਾ। ਅਸੀਂ ਚਲ ਲਈ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਰਨਮਾਲਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ x, y, z, s, t ਆਦਿ।

ਆਉ ਅਸੀਂ 3 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਲਈਏ। ਇਹ –10, –7, –6, –3, –1, 0, 1, 2 ਅਤੇ ਹੋਰ ਵੀ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ 3 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰੇ ਸੋਚਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਈ ਸਥਿਰ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 3 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਲਿਖਾਂਗੇ ਕਿ $x < 3$.

ਜਿੱਥੇ ਕਿ x ਵਿਚਰਨ (vary) ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਕਿ 3 ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ।

$\therefore$ x ਇਕ ਚਲ ਹੈ।

3. **ਪਦ (Term) :** ਪਦ ਇੱਕ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ, ਚਲ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ ਸੰਖਿਅਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ (ਕੇਵਲ ਗੁਣਾ ਤੇ ਭਾਗ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$7, y, 5b, xy, \frac{-3x}{2y}, \frac{7m}{8}, \frac{5}{t}$ ਆਦਿ।

ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ : ਇੱਕ ਜਾਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਦਾਂ ਦਾ ਸਮੂਹ, ਜੋ ਕਿ ਜਮ੍ਹਾਂ, ਘਟਾਉ ਨਾਲ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੀਤੇ ਹੋਣ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ $4 + 10x$, $5x - 7y$, $3a + 7b$, $ax + by - cz$ ਆਦਿ।

- ਸਿਰਫ (–) ਘਟਾਉ ਅਤੇ (+) ਜਮ੍ਹਾਂ ਹੀ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜਦਕਿ ਗੁਣਾਂ ਅਤੇ ਭਾਗ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ।

ਗੁਣਨਖੰਡ (Factors) : ਪਦ, ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਤੋਂ ਬਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਿਅੰਜਕ $2xy + 7z$ ਦੇ ਪਦ $2xy$ ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਨਖੰਡ 2, x ਅਤੇ y ਹਨ ਅਤੇ ਪਦ $7z$ ਦੇ ਦੋ ਗੁਣਨਖੰਡ 7 ਅਤੇ z ਹਨ ਅਤੇ ਵਿਅੰਜਕ $2xy + 7z$ ਦੇ ਦੋ ਪਦ ਹਨ।

ਗੁਣਾਂਕ (Coefficient) : ਕਿਸੇ ਪਦ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਾਕੀ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੌਰ ਤੇ ਅਚਲ ਭਾਗ "ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ" ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦਾ ਭਾਗ" ਸ਼ਾਬਦਿਕ ਗੁਣਾਂਕ ਜਾਂ ਚਲ-ਗੁਣਾਂਕ (literal coefficient or variable coefficient) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ : ਵਿਅੰਜਕ ਲਉ

$3x^2y + 7xy - 8$

$3x^2y$ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ = 3

y ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ = $3x^2$

x^2 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ = $3y$

x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ = $3xy$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ : ਪਦ $7xy$ ਵਿੱਚ

ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ = 7

x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ = $7y$

y ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ = $7x$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪਦ, ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਲਿਖੋ ।

(*a*) $xy - x$ (*b*) $17xy + 3$

(*c*) $30x^2yz + 70x$ (*d*) $10m^2n + 3pq + 17z$

ਹੱਲ :

ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦ	ਗੁਣਨਖੰਡ	ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ
(*a*) $xy - x$	xy $-x$	x, y x	1 –1
(*b*) $17xy + 3$	$17xy$ 3	17, x, y 3	17 3

(c) $30x^2yz + 70x$	$30x^2yz$ $70x$	$30, x, x, y, z$ $70, x$	30 70
(d) $10m^2n + 3pq + 17z$	$10m^2n$ $3pq$ $17z$	$10, m, m, n$ $3, p, q$ $17, z$	10 3 17

ਸਮਾਨ ਪਦ (Like Terms) : ਜਦੋਂ ਪਦਾਂ ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਸਮਾਨ ਪਦ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $3x^2y$ ਅਤੇ $-7x^2y$, $2xyz$ ਅਤੇ $7xyz$, $-3x^2yz^2$ ਅਤੇ $2x^2yz^2$ ਆਦਿ।

ਨੋਟ : ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਪਰ ਸ਼ਾਬਦਿਕ ਗੁਣਾਂਕ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਅਸਮਾਨ ਪਦ (Unlike terms) : ਜਦੋਂ ਪਦਾਂ ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਉਹ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ xy^2 ਅਤੇ xyz, x^2y^2z ਅਤੇ xyz^2, $3x^2$ ਅਤੇ $3y^2$ ਆਦਿ।

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ।

(a) $2xy, 3x^2, -7x^2, 3xyz$ ਅਤੇ $7xy$

(b) $7x^2yz, 3x^2y^2, 2xy^2, -8x^2y^2$

ਹੱਲ : (a) xy ਚਲ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਾਲੇ ਪਦ $2xy$, $7xy$.

$\therefore$ $2xy$, $7xy$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

x^2 ਚਲ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਾਲੇ ਪਦ

$3x^2, -7x^2$

$\therefore$ $3x^2, -7x^2$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

(b) x^2y^2 ਚਲ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਾਲੇ ਪਦ

$3x^2y^2, -8x^2y^2$

$\therefore$ $3x^2y^2$ ਅਤੇ $-8x^2y^2$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ ਜਾਂ ਅਸਮਾਨ ਪਦ।

(a) $10p^2q$ ਅਤੇ $10pq^2$

(b) $7xy^2$ ਅਤੇ $-3xy^2$

ਹੱਲ : (a) $10p^2q$ ਅਤੇ $10pq^2$

$10p^2q$ ਵਿੱਚ ਚਲ ਗੁਣਾਂਕ $= p^2q$

$10pq^2$ ਵਿੱਚ ਚਲ ਗੁਣਾਂਕ $= pq^2$

$\therefore$ $10p^2q$ ਅਤੇ $10pq^2$ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

(b) $7xy^2$ ਅਤੇ $-3xy^2$

$7xy^2$ ਵਿੱਚ ਚਲ ਗੁਣਾਂਕ $= xy^2$

$-3xy^2$ ਵਿੱਚ ਚਲ ਗੁਣਾਂਕ $= xy^2$

$\therefore$ $7xy^2$ ਅਤੇ $-3xy^2$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ (Types of Algebraic expressions)

ਪਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਨਾਮ	ਉਦਾਹਰਨਾਂ
ਇੱਕ	ਇੱਕ ਪਦੀ	$x, 2y, \frac{5z}{3}, -\frac{7x^2}{9}$ ਆਦਿ
ਦੋ	ਦੋ ਪਦੀ	$x + 9$, $3x - 2y$ $3x^2 - z^2$
ਤਿੰਨ	ਤਿੰਨ ਪਦੀ	$x + y + z$, $p^2 + q^2 + r^2$, $pq + r + t^2$
ਇੱਕ ਜਾਂ ਇੱਕ ਤੋ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਦ	ਬਹੁਪਦੀ	x, $3x + 2y$, $p + q + z$, $x^2 + y^2 + zx$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।

(*a*) $xy + x - z$ (*b*) $16pqr$ (*c*) $m^2 + n^2$ (*d*) $\frac{7x}{2} + \frac{3y}{5}$

ਹੱਲ : (*a*) ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ $xy + x - z$

ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 3

∴ ਇਹ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਹੈ

(*b*) ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ $16\ pqr$

ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 1

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਪਦੀ ਹੈ।

(*c*) ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ $m^2 + n^2$

ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 2

∴ ਇਹ ਦੋ ਪਦੀ ਹੈ।

(*d*) ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ $\frac{7x}{2} + \frac{3y}{5}$

ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 2

∴ ਇਹ ਦੋ ਪਦੀ ਹੈ।

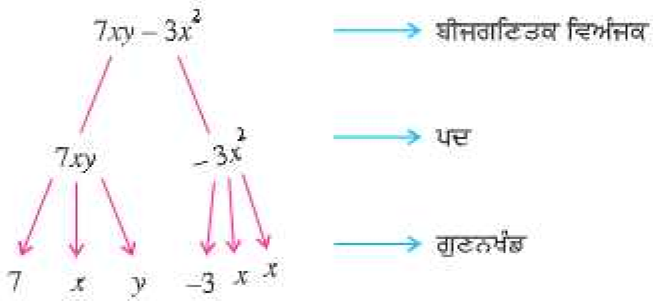
ਦਰੱਖ਼ਤ ਚਿੱਤਰ (Tree diagram) : ਇਹ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਉਣ ਦੀ ਵਿਧੀ ਹੈ। ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰੱਖ਼ਤ ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਲੀ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰੱਖ਼ਤ ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਉ।

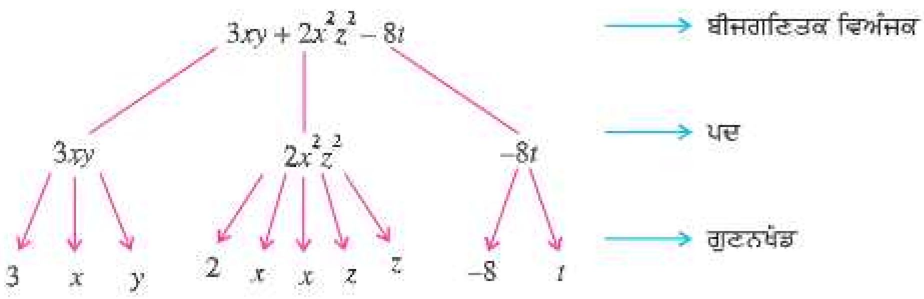
(*a*) $7xy - 3x^2$

(*b*) $3xy + 2x^2 z^2 - 8t$

ਹੱਲ (a) ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਵਿਅੰਜਕ $7xy - 3x^2$
ਦਰੱਖ਼ਤ ਚਿੱਤਰ



(b) ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਵਿਅੰਜਕ $3xy + 2x^2 z^2 - 8t$
ਦਰੱਖ਼ਤ ਚਿੱਤਰ



ਅਭਿਆਸ - 12.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ :

(i) a ਅਤੇ b ਦਾ ਜੋੜਫਲ

(ii) ਸੰਖਿਆਂ z ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(iii) x ਅਤੇ y ਦੇ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਨੂੰ m ਅਤੇ n ਦੇ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ।

(iv) ਸੰਖਿਆ p ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ q ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

(v) ਸੰਖਿਆ z ਦੇ ਅੱਧੇ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆਂ t ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ।

(vi) ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ z ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

(vii) ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ z ਦਾ ਜੋੜਫਲ, ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫ਼ਲ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਚਲ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਚਲ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਰੋ।

$7, xy, \frac{3x^2}{2}, \frac{72z}{3}, \frac{-8z}{3x^2}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖੋ।

(a) $2x^2 + 3yz$ (b) $15x^2y + 3xy^2$

(c) $-7xyz^2$ (d) $100pq + 10\,p^2q^2$

(e) $xy + 3x^2\,y^2$ (f) $-7x^2yz + 3xy^2\,z + 2xyz^2$

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।

(a) $7x + 3y$ (b) $5 + 2x^2y^2z$

(*c*) $ax + by^2 + cz^2$ (*d*) $3x^2 y^2$

(*e*) $1 + x$ (*f*) 10

(g) $\frac{3}{2}p + \frac{7}{6}q$

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਤਮ ਗੁਣਾਂਕ ਲਿਖੋ

(*a*) $2x$ (*b*) $\frac{-3}{2}xyz$

(*c*) $\frac{7}{2}x^2 p$ (*d*) $-p^2q^2$

(*e*) $-5mn^2$

6. ਦੱਸੋ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ

(*a*) $-3y, \frac{7}{8}y$ (*b*) $-32, -32x$

(*c*) $3x^2y$, $3xy^2$ (*d*) $14mn^2$, $14mn^2q$

(*e*) $8pq$, $32pq^2$ (*f*) 10, 15

7. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾਂਕ ਲਿਖੋ

(*a*) x ਦਾ x^2y ਵਿੱਚ (*b*) xyz ਦਾ $15x^2yz$ ਵਿੱਚ

(*c*) $3pq^2$ ਦਾ $3p^2q^2 r^2$ ਵਿੱਚ (*d*) m^2 ਦਾ $m^2 + n^2$ ਵਿੱਚ

(*e*) xy ਦਾ $x^2 y^2 + 2x + 3$ ਵਿੱਚ

8. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਪਦ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ ਅਤੇ ਦਰੱਖ਼ਤ ਚਿੱਤਰ ਦੁਆਰਾ ਵੀ ਦਰਸਾਉ।

(*a*) $12xy + 7x^2$ (*b*) $p^2q^2 + 3mn^2 - 2pqr$

(*c*) $2x^2 y^2 + xyz^2 + zy$ (*d*) $\frac{3}{2}x^3 + 2x^2y^2 - 7y^3$

9. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(*i*) ਇੱਕ ਪਦ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ :

(*a*) ਇੱਕ ਪਦੀ (*b*) ਦੋ ਪਦੀ

(*c*) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (*d*) ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ।

(*ii*) $8 - x + y$ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ

(*a*) -1 (*b*) 1

(*c*) 8 (*d*) 0

(*iii*) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ :

(*a*) $7x$, $12y$ (*b*) $15x$, $12x$

(*c*) $3xy$, $3x$ (*d*) $2y$, $-2yx$

(*iv*) ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਬਣਦੇ ਹਨ :

(*a*) ਵਿਅੰਜਕ (*b*) ਚਲ

(*c*) ਅਚਲ (*d*) ਗੁਣਨਖੰਡ

ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ (Addition and Subtraction of Algebraic expressions)

ਮੰਨ ਲਉ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ 15 ਸੇਬ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਭਰਾ ਦੇ ਕੋਲ 12 ਸੇਬ ਹਨ ਤਾਂ ਤੁਹਾਡੇ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਸੇਬ ਹਨ ? ਉੱਤਰ ਆਸਾਨ ਹੈ $15 + 12 = 27$ ਸੇਬ।

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸੇਬ ਨੂੰ x ਨਾਲ ਲਿਖੀਏ ਤਾਂ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ $15x$ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਭਰਾ ਕੋਲ $12x$ ਸੇਬ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਜੋੜੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ- $15x + 12x = 27x$

ਹੁਣ ਦੁਬਾਰਾ, ਮੰਨ ਲਉ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ 12 ਪੈੱਨ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਭਰਾ ਦੇ ਕੋਲ 8 ਪੈਨਸਿੱਲਾਂ ਹਨ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ 12 ਪੈੱਨਾਂ ਅਤੇ 8 ਪੈਨਸਿੱਲਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਉੱਤਰ ਨਹੀਂ। ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ 12 ਪੈੱਨ ਅਤੇ 8 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Like Terms) : ਦੋ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਵੀ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਦੋਵੇਂ ਪਦਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ :

$$2y + 3y = (2 + 3)\,y = 5y$$
$$3x + 7x + 8x = (3 + 7 + 8)x = 18\,x$$
$$2ab + 5ab + 7ab = (2 + 5 + 7)ab = 14ab$$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : $3xy^2, 7xy^2, -2xy^2$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪਦ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ

ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਕ੍ਰਮ ਵਾਰ 3, 7 ਅਤੇ –2 ਹਨ

$$3xy^2 + 7xy^2 + (-2xy^2)$$
$$= (3 + 7 - 2)xy^2$$
$$= (10 - 2)xy^2$$
$$= 8xy^2$$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : $9xy, -3xy, -8xy, 5xy$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ :

$$\text{ਜੋੜਫਲ} = 9xy + (-3xy) + (-8xy) + (5xy)$$
$$= (9 - 3 - 8 + 5)xy$$
$$= (9 + 5 - 3 - 8)xy$$
$$= (14 - 11)xy$$
$$= 3xy$$

ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ : ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦੀਆਂ ਦੋ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ।

(i) **ਖਤਿਜੀ (Horizontal) ਵਿਧੀ :** ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ, ਸਾਰੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ii) **ਕਾਲਮ (Column) ਵਿਧੀ :** ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਤਾਰਾਂ (rows) ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮਾਨ ਪਦ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਆਉਣ। ਫਿਰ ਕਾਲਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : *(i)* ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ $2x + 3y - 7z$ ਅਤੇ $3x + 4y + 8z$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ : ਖਤਿਜੀ ਵਿਧੀ

$$(2x + 3y - 7z) + (3x + 4y + 8z)$$
$$= 2x + 3y - 7z + 3x + 4y + 8z$$
$$= 2x + 3x + 3y + 4y - 7z + 8z$$
$$= (2 + 3)x + (3 + 4)y + (-7 + 8)z$$
$$= 5x + 7y + z$$

ਕਾਲਮ ਵਿਧੀ :

$$\begin{array}{r} 2x + 3y - 7z \\ 3x + 4y + 8z \\ \hline 5x + 7y + z \\ \hline \end{array}$$

(*ii*) **ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ $5x + 7y - 2z$, $3x + 3y + 8z$ ਅਤੇ $7x + 2y - 3z$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।**

ਹੱਲ : ਖਤਿਜੀ ਵਿਧੀ

$(5x + 7y - 2z) + (3x + 3y + 8z) + (7x + 2y - 3z)$

$= 5x + 3x + 7x + 7y + 3y + 2y - 2z + 8z - 3z$

$= (5 + 3 + 7)x + (7 + 3 + 2)y + (-2 + 8 - 3)z$

$= 15x + 12y + 3z$

ਕਾਲਮ ਵਿਧੀ :

$$\begin{array}{r} 5x + 7y - 2z \\ 3x + 3y + 8z \\ 7x + 2y - 3z \\ \hline 15x + 12y + 3z \\ \hline \end{array}$$

(*iii*) **ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ $3x^3 + 7xy - 8z^2x$, $2x^3 - 3xy + 3z^2x$, $x^3 - 2xy + 5z^2x$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।**

ਹੱਲ : ਖਤਿਜੀ ਵਿਧੀ

$(3x^3 + 7xy - 8z^2x) + (2x^3 - 3xy + 3z^2x) + (x^3 - 2xy + 5z^2x)$

$= 3x^3 + 2x^3 + x^3 + 7xy - 3xy - 2xy - 8z^2 x + 3z^2 x + 5z^2x$

$= (3 + 2 + 1)x^3 + (7 - 3 - 2)xy + (-8 + 3 + 5)\, z^2 x$

$= 6x^3 + 2xy + 0z^2 x$

$= 6x^3 + 6xy$

ਕਾਲਮ ਵਿਧੀ

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 7xy - 8z^2x \\ 2x^3 - 3xy + 3z^2x \\ +\ x^3 - 2xy + 5z^2x \\ \hline 6x^3 + 2xy + 0z^2x \\ \hline \end{array}$$

ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of Like Terms) : ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ, ਬਿਲਕੁਲ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਾਉਣ ਵਾਲੇ ਹਰੇਕ ਪਦ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਜਮ੍ਹਾ ਕਰ ਦਿਉ।

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਘਟਾਓ (*a*) $7x^2$ ਵਿਚੋਂ $3x^2$ ਨੂੰ (*b*) $2xy^2$ ਵਿੱਚੋਂ $-3xy^2$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : (*a*) $7x^2 - 3x^2 = (7 - 3)x^2 = 4x^2$

(*b*) $2xy^2 - (-3xy^2) = 2xy^2 + 3xy^2$

$= (2 + 3)xy^2 = 5xy^2.$

ਪਰਿਮੇਯ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of Algebraic Expression): ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਦੋ ਵਿਧੀਆ ਰਾਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

(*i*) **ਖਤਿਜੀ ਵਿਧੀ :** ਘਟਾਉਣ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਹਰੇਕ ਪਦ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਬਦਲ ਦਿਉ (– ਨੂੰ + ਵਿੱਚ ਅਤੇ + ਨੂੰ – ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ) ਅਤੇ ਜਮ੍ਹਾ ਕਰੋ।

(*ii*) **ਕਾਲਮ ਵਿਧੀ :** ਦੋਵੇਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖੋ ਕਿ ਘਟਾਉਣ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠਲੀ ਪੰਕਤੀ ਵਿੱਚ ਆਵੇ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਪਦ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਆਉਣ। ਹੁਣ ਦੂਸਰੀ ਪੰਕਤੀ ਦੇ ਹਰੇਕ ਪਦ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰ ਦਿਓ।

ਉਦਾਹਰਨ-5 : $20x^2 - 2xy$ ਵਿੱਚੋ $15x^2 + 3xy$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : ਖਤਿਜੀ ਵਿਧੀ

$$20x^2 - 2xy - (15x^2 + 3xy)$$
$$= 20x^2 - 2xy - 15x^2 - 3xy$$
$$= 20x^2 - 15x^2 - 2xy - 3xy$$
$$= (20 - 15)x^2 + (-2 - 3)xy$$
$$= 5x^2 - 5xy$$

ਕਾਲਮ ਵਿਧੀ

$$\begin{array}{r} 20x^2 - 2xy \\ 15x^2 + 3xy \\ - \quad\quad - \\ \hline 5x^2 - 5xy \\ \hline \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : $3a^2 - b^3 + 5c - 1$ ਨੂੰ $2a^2 + 3b^3 - 7c + 2$ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : ਖਤਿਜੀ ਵਿਧੀ

$$2a^2 + 3b^3 - 7c + 2 - (3a^2 - b^3 + 5c - 1)$$
$$= 2a^2 - 3b^3 - 7c + 2 - 3a^2 + b^3 - 5c + 1$$
$$= 2a^2 - 3a^2 + 3b^3 + b^3 - 7c - 5c + 2 + 1$$
$$= (2 - 3)a^2 + (3 + 1)b^3 + (-7 - 5)\ (+ 2 + 1)$$
$$= -a^2 + 4b^3 - 12c + 3$$

ਕਾੱਲਮ ਵਿਧੀ

$$\begin{array}{r} 2a^2 + 3b^3 - 7c + 2 \\ 3a^2 - b^3 + 5c - 1 \\ - \quad + \quad - \quad + \\ \hline -a^2 + 4b^3 - 12c + 3 \\ \hline \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : $2x^2 + 7x - 2$ ਅਤੇ $3x^2 - 8x + 7$ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ $2x^2 + x - 1$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾ ਅਸੀਂ $2x^2 + 7x - 2$ ਅਤੇ $3x^2 - 8x + 7$ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 7x - 2 \\ 3x^2 - 8x + 7 \\ \hline 5x^2 - x + 5 \\ \hline \end{array} \quad .....(1)$$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $2x^2 + x - 1$ ਨੂੰ ਜੋੜਫਲ (1) ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ

$$\begin{array}{r} 5x^2 - x + 5 \\ 2x^2 + x - 1 \\ - \quad - \quad + \\ \hline 3x^2 - 2x + 6 \\ \hline \end{array}$$

ਅਭਿਆਸ - 12.2

1. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :-
   (i) $5y + 7y =$ .... (ii) $3xy + 2xy =$ ....
   (iii) $12a^2 - 7a^2 =$ .... (iv) $8mn^2 - 3mn^2 =$ ....
2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।
   (a) $3xy^2$, $7x\,y^2$ (b) $7x$, $-3x$, $2x$
   (c) $12p^2q$, $3p^2q$, $-5p^2q$ (d) $3x^2$, $-8x^2$, $-5x^2$, $13x^2$
3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।
   (a) $x + y$ ਅਤੇ $2x - 3y$ (b) $5a + 7b$ ਅਤੇ $3a - 2b$
   (c) $3m + 2n$, $7m - 8n$, $2m - n$ (d) $3x^2 + 2x - 7$ ਅਤੇ $5x^2 - 7x + 8$
   (e) $m^2 + 2n^2 - p^2$, $-3m^2 + n^2 + 2p^2$ ਅਤੇ $4m^2 - 3n^2 + 5p^2$
   (f) $3xy + 7x^2 - 2y^2$, $2xy + y^2$ ਅਤੇ $2x^2 + y^2$
4. ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।
   (a) $-5ax + 3xy + 2xy - 8ax$
   (b) $3m - 2n + 5m - 3m + 8n$
   (c) $3pq - 15r^2 - 3\,l^2m^2 + 2r^2 + 2l^2m^2 - 5pq$.
   (d) $4x^3 + 7x^2 - 3x + 2 - 2x^3 - 2x^2 + 7x - 3$
5. ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।
   (a) $3x^2$ ਨੂੰ $7x^2$ ਵਿੱਚੋਂ
   (b) $-3ab$ ਨੂੰ $10ab$ ਵਿੱਚੋਂ
   (c) $a + b$ ਨੂੰ $a - b$ ਵਿੱਚੋਂ
   (d) $15m + 10n$ ਨੂੰ $2m - 16n$ ਵਿੱਚੋਂ
   (e) $2x + 8y - 3z$ ਨੂੰ $-3x + 2y + z$ ਵਿੱਚੋਂ
   (f) $18m^2 + 3n^2 - 2mn - 7$ ਨੂੰ $3m^2 - 2n^2 + 8mn - 8m + 4$ ਵਿੱਚੋਂ
6. $l - 2m + 5n$ ਵਿੱਚੋਂ ਕੀ ਘਟਾਈਏ ਕਿ $2l - 3m + 4n$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ?
7. $3x^2 + 2xy - y^2$ ਵਿੱਚ ਕੀ ਜੋੜੀਏ ਕਿ $x^2 - 7xy + 3y^2$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ?
8. $3a^2 + 2b^2 - 8ab + 8$ ਨੂੰ $a^2 - b^2 + 7ab + 3$ ਅਤੇ $2a^2 + 4b^2 - 18ab + 7$ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।
9. $x^2 + 3xy + y^2$, $2x^2 + 5xy - y^2$ ਨਾਲੋਂ ਕਿੰਨਾ ਘੱਟ ਹੈ ?
10. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-
    (i) "ਸੰਖਿਆ 5 ਨੂੰ m ਅਤੇ n ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ" ਦੇ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਹੈ :
        (a) $5 + 3mn$ (b) $3 + 5mn$
        (c) $(5 + 3)mn$
    (ii) ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ $3x + 11$ ਅਤੇ $2x - 7$ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ :
        (a) $5x + 4$ (b) $x + 4$
        (c) $5x - 18$
    (iii) $2a + 3b$ ਵਿੱਚ $a + b$ ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :
        (a) $a + 2b$ (b) $-a - 2b$
        (c) $3a + 4b$ (d) $a + b$

ਕਿਸੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ (Value of an Algebraic expression)

ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਦਲਣ ਦੇ ਨਾਲ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੀ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਅਨੇਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਥੇ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪੜ੍ਹਤਾਲ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਕਿ ਚਲ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮੁੱਲ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਵਿੱਚ ਚਲ ਦਾ ਕੋਈ ਮੁੱਲ ਭਰ ਕੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ $x = 1$ ਹੋਵੇ

(a) $x + 5$ (b) $3x - 7$ (c) $7x^2 - 2x$

ਹੱਲ : (a) $x = 1$, $x + 5$ ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$x + 5$
$= 1 + 5$
$= 6$

(b) $3x - 7$ ਵਿੱਚ $x = 1$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$3x - 7$
$= 3\,(1) - 7$
$= 3 - 7$
$= -4$

(c) $7x^2 - 2x$ ਵਿੱਚ $x = 1$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$7x^2 - 2x = 7\,(1)^2 - 2\,(1) = 7(1) - 2 = 7 - 2 = 5$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ $p = -3$ ਹੈ :

(a) $p^2 - 7$ (b) $3p^2 + p - 2$ (c) $10p^3 - 100p^2$

ਹੱਲ : (a) $p^2 - 7$ ਵਿੱਚ $p = -3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$p^2 - 7 = (-3)^2 - 7 = 9 - 7 = 2$

(b) $3p^2 + p - 2$ ਵਿੱਚ $p = -3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$3p^2 + p - 2 = 3(-3)^2 + (-3) - 2 = 3(9) - 3 - 2$
$= 27 - 3 - 2$
$= 27 - 5 = 22$

(c) $10p^3 - 100p^2$ ਵਿੱਚ $p = -3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$10p^3 - 100p^2 = 10(-3)^3 - (100)\,(-3)^2$
$= 100\,(-27) - 100\,(9)$
$= -2700 - 900$
$= -3600$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਜੇਕਰ $a = -2, b = 3$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $a + b$ (ii) $a^2 + b^2$ (iii) $10a - 8b$ (iv) $a^2 + 2ab + b^2$

ਹੱਲ : (i) $a + b$ ਵਿੱਚ $a = -2$ ਅਤੇ $b = 3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$a + b = (-2) + 3 = +1$

(ii) $a^2 + b^2$ ਵਿੱਚ $a = -2$ ਅਤੇ $b = 3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$a^2 + b^2 = (-2)^2 + (3)^2 = 4 + 9 = 13$

(iii) $10a - 8b$ ਵਿੱਚ $a = -2$ ਅਤੇ $b = 3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$10a - 8b = 10\,(-2) - 8\,(3) = -20 - 24 = -44$

(iv) $a^2 + 2ab + b^2$ ਵਿੱਚ $a = -2$, $b = 3$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (-2)^2 + 2(-2)(3) + (3)^2 \\ &= 4 - 12 + 9 \\ &= 13 - 12 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ- ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਨਿਯਮ (Using Algebraic expressions – Formula and Rule)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਨਿਯਮ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਨਿਯਮਾਂ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੰਖੇਪ ਅਤੇ ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਪਰਿਮਾਪ ਸੂਤਰ :

(i) ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ l ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $3l$.

(ii) ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ $2(l + b)$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ ਕਿ l ਅਤੇ b ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹਨ।

(iii) ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ 4s ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜਿੱਥੇ ਕਿ 's' ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ।

ਖੇਤਰਫ਼ਲ ਸੂਤਰ :

(i) ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ 's' ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = s^2

(ii) ਜੇਕਰ l ਅਤੇ b ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹਨ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $l \times b$

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਲਈ ਸੂਤਰ ਭਾਵ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਹੋ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 4 ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 6 ਹੈ ਤਾਂ

ਇਸ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2(4 + 6) = 2(10) = 20$

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫ਼ਲ = $4 \times 6 = 24$

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਨਿਯਮ :

1. ਜੇਕਰ n ਕੋਈ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾ ਇਸਦਾ ਅਗੇਤਰ $n + 1$ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਜਾਂਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇਕਰ $n = 15$ ਤਾਂ $n + 1 = 15 + 1 = 16$ ਜੋ ਕਿ 15 ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੈ।

2. ਜੇਕਰ n ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾ $2n$ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ $2n–1$ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇਕਰ $n = 3$.

   $2n = 2(3) = 6$ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ

   $2n–1 = 2(3) – 1 = 6 –1 = 5$ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ

3. ਜੇਕਰ n ਕੋਈ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ n^3 ਵੀ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਜੇਕਰ n ਇਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ n^3 ਵੀ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ

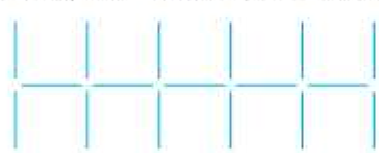
   ਜੇਕਰ $n = 5$

   $n^3 = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ

   ਜੇਕਰ $n = 4$

   $n^3 = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਤੀਲੀਆਂ, ਦੰਦ ਸਾਫ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਸੀਖਾਂ ਜਾਂ ਸਰਕੰਡੇ ਦੀ ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਛੋਟੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਲਓ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਨਮੂਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ।



ਇਸ ਵਿੱਚ 5 ਰੇਖਾ–ਖੰਡਾਂ ਤੋ ਬਣੇ ਹੋਏ ਅੱਖਰ H ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀ ਬਣੇ ਹੋਏ H ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਲੋੜੀਂਦੇ ਰੇਖਾਂ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

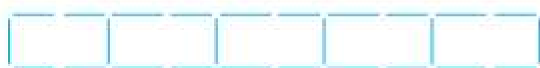
ਬਣੇ ਹੋਏ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
1	5
2	8
3	11
4	14
....	....

ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਬਣੇ ਹੋਏ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ n ਹੈ ਤਾਂ ਲੋੜੀਂਦੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ $3n + 2$ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਇਸਦੀ ਜਾਂਚ n ਦੇ ਵੱਖ–ਵੱਖ ਮੁੱਲ ਲੈ ਕੇ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $n = 1, 2, 3,$ .... ਆਦਿ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ : ਜੇਕਰ ਬਣੇ ਹੋਏ ਅੱਖਰ 5 ਹੋਣ ਤਾਂ ਲੋੜੀਂਦੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ $3n + 2 = 3(5) + 2 = 15 + 2 = 17$ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ।

ਆਇਤ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਨਮੂਨਾ :



ਇਸ ਵਿੱਚ 6 ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਬਣੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਲੋੜੀਂਦੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਰੇਖਾ-ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
1	6
2	11
3	16
4	21
...	...

ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ n ਹੈ ਤਾਂ ਲੋੜੀਂਦੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ $5n + 1$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਜੇਕਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 3 ਹੈ ਤਾਂ ਲੋੜੀਂਦੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ $5(3) + 1 = 15 + 1 = 16$ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

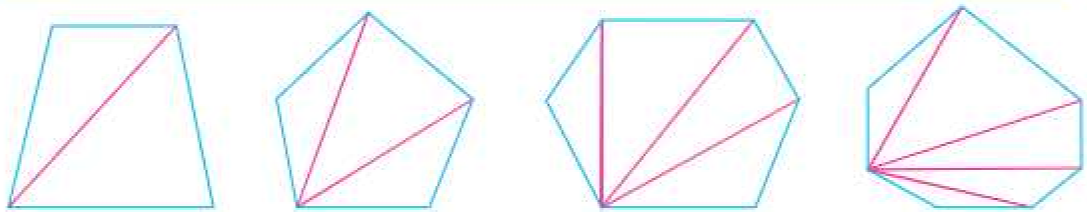
ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਨਮੂਨੇ : ਇੱਥੇ ਅਸੀ ਕਿਸੇ ਬਹੁਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਾਂਗੇ। ਚਾਰ ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ, ਇੱਕ ਪੰਜਭੁਜ, ਇੱਕ ਛੇਭੁਜ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੱਤਭੁਜ ਲਓ

ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 1

ਪੰਜਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 2

ਛੇਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 3

ਸੱਤਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 4



ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ n ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਬਹੁਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਕੁੱਲ $(n - 3)$ ਵਿਕਰਨ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਅੱਠਭੁਜ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ। ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

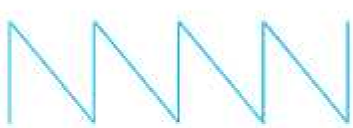
ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ, ਜੇਕਰ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ 12 ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ ਅਰਥਾਤ $n = 12$ ਤਾ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜਿਹੜੇ ਕਿ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ $= n - 3 = 12 - 3 = 9$

ਅਭਿਆਸ - 12.3

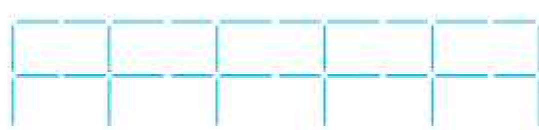
1. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵਿੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਮੁੱਲ ਭਰ ਕੇ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਵਿਅੰਜਕ	ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ			
	$x = 1$	$x = -2$	$x = 3$	$x = 10$
(i) $3x + 7$				
(ii) $x^2 - 2x + 3$				
(iii) $8x^3 - 3x^2$				
(iv) $-10x^2 + 20x$				

2. ਜੇਕਰ $a = 1, b = -2$ ਹੈ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (i) $a^2 - b^2$
   (ii) $a + 2\,ab - b^2$
   (iii) $a^2b + 2ab^2 + 5$
3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ $m = 1, n = 2, p = -1$ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (i) $2m + 3n - p + 7m - 2n$ (ii) $3p + n - m + 2n$
   (iii) $m + p - 2p + 3m$ (iv) $3n + 2m - 5p - 3m - 2n + p$
4. ਜੇਕਰ $b = 2$ ਭਰਨ ਤੇ $2a + b^2 = 10$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ a ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. x ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ $y = 1$ ਹੋਣ ਤੇ $-3x + 7y^2 = 1$ ਹੈ।
6. ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅੱਖ਼ਰਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ



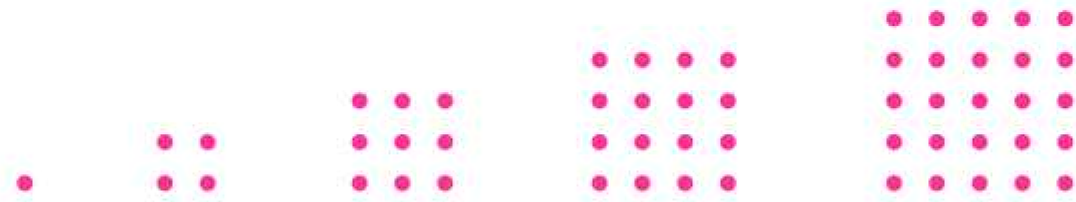
(i)



(iii)

ਜੇਕਰ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅੱਖ਼ਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ n ਲਈ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਲਈ ਜਰੂਰੀ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੋਇਆ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਲਈ ਲਿਖੋ।

7. ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਬਣਾਏ ਗਏ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਦੇਖੋ।



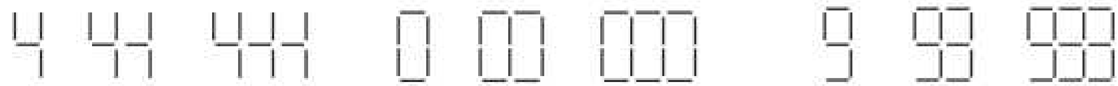
1 4 9 16 25

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ n ਮੰਨ ਲਈਏ ਤਾਂ n ਵੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਲਈ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲੱਭੋ। ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੀ ਲੱਭੋ, ਜੇਕਰ

(*i*) $n = 3$ (*ii*) $n = 7$

(*iii*) $n = 10$

8. ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਦੇਖੋ।



4 7 10 6 10 14 6 11 16

ਜੇਕਰ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ n ਲਈ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਲਈ ਜਰੂਰੀ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੋਇਆ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ।

9. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) ਜੇਕਰ ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ l ਹੈ ਤਾਂ ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ :

(*a*) $3l$ (*b*) $4l$ (*c*) $5l$ (*d*) $8l$

(*ii*) $n = 2$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਵਿਅੰਜਕ $5n-2$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(*a*) 12 (*b*) –12 (*c*) 8 (*d*) 3

(*iii*) ਜੇਕਰ $x = 1$ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਅੰਜਕ $3x^2 - 5x + 6$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(*a*) 3 (*b*) 4 (*c*) –8 (*d*) 14

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਜਿਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਅਚਲ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।
2. ਜਿਹੜੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਲੈ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਚਲ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।
3. ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ, ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅਚਲਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ, ਭਾਗ, ਜਮ੍ਹਾ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਕਰਕੇ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।
4. ਵਿਅੰਜਕ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਪਦ ਧਨਾਤਮਕ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।
5. ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨੂੰ ਪਦ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
6. ਸਮਾਨ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਾਲੇ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਵੱਖਰੇ-ਵੱਖਰੇ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਾਲੇ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
7. ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇੱਕ, ਦੋ ਅਤੇ ਤਿੰਨ (ਅਸਮਾਨ) ਪਦ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
8. ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਕੇ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਕੇ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
9. ਕਿਸੇ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਚਲ ਨੂੰ, ਉਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨਾਲ ਬਦਲ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

10. ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਉਣ ਆਦਿ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।
3. ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ ਕਰਨ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਚਲ ਦੇ ਕਿਸੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
5. ਨਮੂਨੇ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਰੂਪ ਲਿਖਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
6. ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨੂੰ ਆਮ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤਣ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 12.1

1. (*i*) $a + b$ (*ii*) z^2 (*iii*) $xy + mn$
   (*iv*) $\frac{p}{5}q$ (*v*) $2t + \frac{z}{2}$ (*vi*) $x^2 + z^2$
   (*vii*) $xy - (x + y)$

2. ਅਚਲ ਪਦ, 7

   ਚਲ ਪਦ xy, $\frac{3x^2}{2}$, $\frac{72}{3}z$, $\frac{-8z}{3x^2}$

3.

ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦ	ਗੁਣਨਖੰਡ
(*a*) $2x^2 + 3xy$	$2x^2$	2, x, x
	$3xy$	3, x, y
(*b*) $15x^2 y + 3xy^2$	$15x^2y$	15, x, x y
	$3xy^2$	3, x, y, y
(*c*) $-7x\,y\,z^2$	$-7xy\,z^2$	−7, x, y, z, z
(*d*) $100pq + 10p^2q^2$	$100pq$	100, p, q
	$10p^2q^2$	10, p, p, q, q
(*e*) $xy + 3x^2y^2$	xy	x,y
	$3x^2y^2$	3, x, x, y, y
(*f*) $-7x^2yz + 3xy^2z$ $+2xy\,z^2$	$-7x^2\,yz$	−7, x, x, y, z
	$3xy^2z$	3, x, y, y, z
	$2xyz^2$	2, x, y, z, z

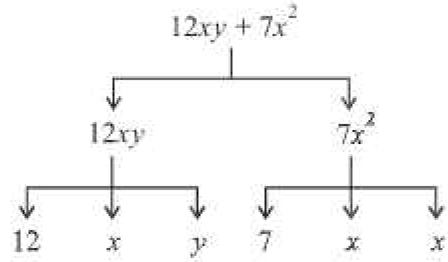
4. (*a*) ਦੋ ਪਦੀ (*b*) ਦੋ ਪਦੀ (*c*) ਤਿੰਨ ਪਦੀ
(*d*) ਇੱਕ ਪਦੀ (*e*) ਦੋ ਪਦੀ (*f*) ਇੱਕ ਪਦੀ
(*g*) ਦੋ ਪਦੀ

5. (*a*) 2 (*b*) $\frac{-3}{2}$ (*c*) $\frac{7}{2}$
(*d*) -1 (*e*) -5

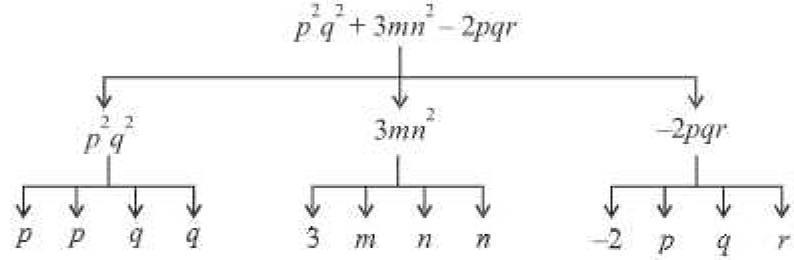
6. (a) ਸਮਾਨ (*b*) ਅਸਮਾਨ (*c*) ਅਸਮਾਨ
(*d*) ਅਸਮਾਨ (*e*) ਅਸਮਾਨ (*f*) ਸਮਾਨ

7. (*a*) xy (*b*) $15x$ (*c*) pr^2
(*d*) 1 (*e*) xy

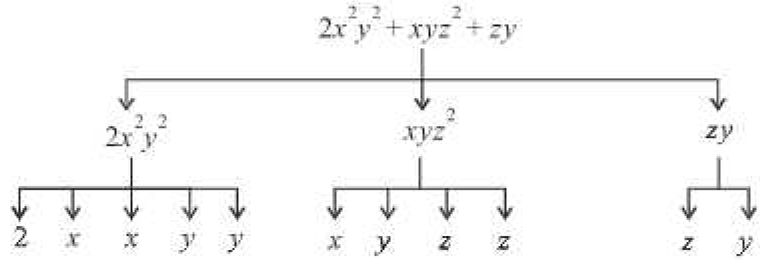
8. (*a*)



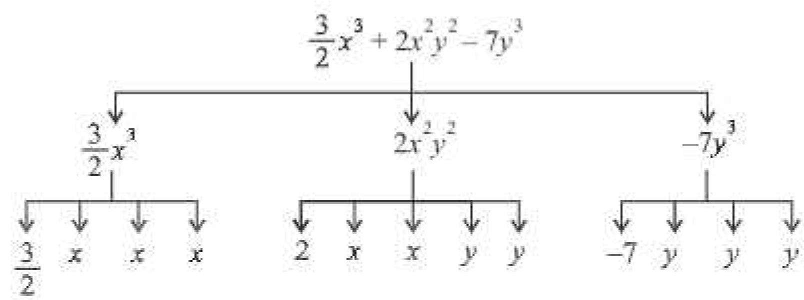
(*b*)



(*c*)



(*d*)



9. (*i*) a (*ii*) a
(*iii*) b (*iv*) a

ਅਭਿਆਸ 12.2

1. (*i*) $12y$ (*ii*) $5xy$
(*iii*) $5a^2$ (*iv*) $5mn^2$

2. (*a*) $10xy^2$ (*b*) $6x$
(*c*) $10p^2q$ (*d*) $3x^2$

3. (*a*) $3x - 2y$ (*b*) $8a + 5b$
(*c*) $12m - 7n$ (*d*) $8x^2 - 5x + 1$
(*e*) $2m^2 + 0n^2 + 6p^2$ (*f*) $5xy + 9x^2$

4. (*a*) $-13ax + 5xy$ (*b*) $5m + 6n$
(*c*) $-2pq - 13r^2 - 2l^2m^2$ (*d*) $2x^3 + 5x^2 + 4x - 1$

5. (*a*) $4x^2$ (*b*) $13ab$
(*c*) $-2b$ (*d*) $-13m - 26n$
(*e*) $-5x - 6y + 4z$ (*f*) $-15m^2 - 5n^2 + 10mn - 8m + 11$

6. $-l + m + n$ **7.** $-2x^2 - 9xy + 4y^2$

8. $b^2 - 3ab + 2$ **9.** $x^2 + 2xy - 2y^2$

10. (*i*) a (*ii*) a
(*iii*) a

ਅਭਿਆਸ 12.3

1. (*i*) 10, 1, 16, 37 (*ii*) 2, 11, 6, 83
(*iii*) 5, –76, 189, 7700 (*iv*) 10, –80, –30, –800

2. (*i*) –3 (*ii*) –7
(*iii*) 11

3. (*i*) 12 (*ii*) 2
(*iii*) 5 (*iv*) 5

4. $a = 3$ **5.** $x = 2$

6. (*i*) $2n + 1$ (*ii*) $6n + 2$

7. n^2
(*i*) 9 (*ii*) 49
(*iii*) 100

8. (*i*) $3n + 1$ (*ii*) $4n + 2$
(*iii*) $5n + 1$

9. (*i*) c (*ii*) c
(*iii*) b

ਪਾਠ 13

N8Q8E4

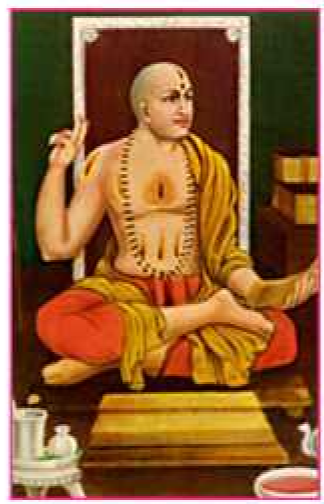
ਘਾਤ ਅੰਕ ਅਤੇ ਘਾਤ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰਨਾ।
2. ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਬਾਰੇ।
3. ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ।
4. ਘਾਤ ਅੰਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।
5. ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਬਾਰੇ।

ਸਾਡੇ ਦੇਸ਼ ਦਾ ਮਾਣ (Our Nation's Pride)



ਅਪਸਤੰਭਾ ਨੂੰ ਭਾਰਤ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਜਟਿਲ ਗਣਿਤਕਾਰ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 600 BC ਦੇ ਲਗਪਗ ਹੋਏ ਮੰਨੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਹਿੰਦੂ ਪਰੰਪਰਾ ਅਨੁਸਾਰ ਉਹ ਬੁਧਿਯਾਨਾ ਦਾ ਚੇਲਾ ਸੀ। ਅਪਸਤੰਭਾ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੁਲਭ ਸੂਤਰ ਅਜੋਕੇ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਪੁਰਾਣੇ ਮੰਨੇ ਜਾਂਦੇ ਸੂਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹਨ। ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਹੱਲ ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਗਣਿਤ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਯੋਗਦਾਨ ਹੈ। ਅਪਸਤੰਭਾਂ ਦੇ ਵੇਦੀ ਨਿਰਮਾਣ (altar construction) ਨਿਯਮ ਨੇ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਵਿੱਚ ਅਗਵਾਈ ਕੀਤੀ ਜਦਕਿ ਇਸਦੇ ਲਈ ਉਸਨੂੰ ਕਦੀ ਵੀ ਮਾਣ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਛੋਟੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇਖਣ ਨੂੰ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਉਮਰ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ, ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਟਨ ਵਿੱਚ, ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ (ਕਿ.ਮੀ.) ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਬੈਕਟਰੀਆਂ ਦਾ ਆਕਾਰ ਆਦਿ, ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜਿਹੜੀਆਂ ਜਾਂ ਤਾਂ ਬਹੁਤ ਛੋਟੀਆਂ ਹਨ ਜਾਂ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ (ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੈ)। ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕੁੱਝ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਲਗਾ ਕੇ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਉਮਰ ਲਗਪਗ 8,000,000,000 ਸਾਲ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ ਲਗਪਗ 5980000000000000000 ਮੀਟਰਿਕ ਟਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਲਿਖਿਆਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ, ਸੰਖਿਆ 8000000000 ਨੂੰ 8×10^9 ਜਾਂ 80×10^8 ਜਾਂ 800×10^7 ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $5980000000000000000000 = 598\times10^{19}$ ਇਸ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਸਾਨੂੰ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਛੋਟੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਲਿਖਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ (Exponential form)

ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ 125 ਨੂੰ, $125 = 5 \times 5 \times 5$ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $125 = 5^3$, 5^3 ਸੰਖਿਆ 125 ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੈ। ਇੱਥੇ '5' ਆਧਾਰ ਅਤੇ '3' ਘਾਤ ਅੰਕ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ 5^3 ਨੂੰ 5 ਦੀ ਘਾਤ 3 ਜਾਂ 5 ਦਾ ਘਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਲਉ $\frac{16}{81}$

$$\frac{16}{81} = \frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{16}{81}$ ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ ਹੈ।

ਇਥੇ $\frac{2}{3}$ ਆਧਾਰ ਅਤੇ 4 ਘਾਤ ਅੰਕ ਹੈ।

ਉਪਰਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ 'a' ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^n = a \times a \times a$ .... (n ਵਾਰ ਗੁਣਾ)। ਇੱਥੇ 'a' ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਅਤੇ n ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। a^n ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੈ। ਅਸੀਂ a^n ਨੂੰ 'a' ਦੀ ਘਾਤ n ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $a^1 = a$.

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, : $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10$

ਭਾਵ $10^4 = 10000$ ਇੱਥੇ ਆਧਾਰ = 10, ਘਾਤ ਅੰਕ = 4 ਅਤੇ 10^4 ਸੰਖਿਆ 10000 ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $(-3)^4$ (ii) 2^6 (iii) $(-1)^5$ (iv) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

ਹੱਲ : (i) $(-3)^4$ ਦਾ ਅਰਥ ਕਿ -3 ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ 4 ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਹੋਇਆ ਹੈ

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (+9) \times (+9) = 81$

(ii) $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

(iii) $(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

(iv) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = +\frac{1}{4}$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) **343** (ii) **3125**

ਹੱਲ : (i) 343

$343 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$

7	343
7	49
7	7
	1

(ii) 3125

$3125 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$= 5^5$

5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

ਉਦਾਹਰਨ-3 : 5^3 ਅਤੇ 3^5 ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ ?

ਹੱਲ :

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$
$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$$
$$243 > 125$$
$$\therefore \quad 3^5 > 5^3$$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : 540 ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : 540

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$
$$= 2^2 \times 3^3 \times 5$$

2	540
2	270
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਸਰਲ ਕਰੋ : (*i*) $5^2 \times 3^3$ (*ii*) 0×10^2

ਹੱਲ : (*i*) $5^2 \times 3^3 = 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3$
$= 25 \times 27 = 675$

(*ii*) $0 \times 10^2 = 0 \times 10 \times 10$
$= 0 \times 100 = 0$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਜੇਕਰ $3^x = 729$ ਹੈ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$$3^x = 729$$
$$3^x = 3^6$$
$$\therefore \quad x = 6$$

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : (*i*) $(1)^5$ (*ii*) $(-1)^3$ (*iii*) $(-1)^4$ (*iv*) $(-10)^3$ (*v*) $(-5)^4$

ਹੱਲ : (*i*) $(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$

> ਅਸਲ ਵਿੱਚ, 1 ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਘਾਤ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(*ii*) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$ $\quad [(-1)^{\text{ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ}} = -1]$

(*iii*) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times 1 = 1$ $[(-1)^{\text{ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ}} = +1]$

> ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ (-1) ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਟਾਂਕ ਘਾਤ (-1) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ (-1) ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਜਿਸਤ ਘਾਤ $(+1)$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(*iv*) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = 100 \times (-10) = -1000$

(*v*) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$

$$(-1)^{\text{ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ}} = -1$$
$$(-1)^{\text{ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ}} = 1$$

ਅਭਿਆਸ - 13.1

1. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :

(*i*) ਵਿਅੰਜਕ 3^7 ਵਿੱਚ, ਆਧਾਰ = ________ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ = ________

(*ii*) ਵਿਅੰਜਕ $\left(\frac{2}{5}\right)^{11}$ ਵਿੱਚ, ਆਧਾਰ = ________ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ = ________

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) 2^6 (*ii*) 9^3 (*iii*) 5^5

(*iv*) $(-6)^4$ (*v*) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(*i*) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (*ii*) $b \times b \times b \times b$ (*iii*) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

4. ਸਰਲ ਕਰੋ :

(*i*) 2×10^3 (*ii*) $5^2 \times 3^2$ (*iii*) $3^2 \times 10^4$

5. ਸਰਲ ਕਰੋ :

(*i*) $(-3) \times (-2)^3$ (*ii*) $(-4)^3 \times 5^2$ (*iii*) $(-1)^{99}$

(*iv*) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (*v*) $(-1)^{132}$

6. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(*i*) 4^3 ਜਾਂ 3^4 (*ii*) 5^3 ਜਾਂ 3^2 (*iii*) 2^3 ਜਾਂ 8^2

(*iv*) 4^5 ਜਾਂ 5^4 (*v*) 2^{10} ਜਾਂ 10^2

7. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) 8 (*ii*) 128 (*iii*) 1024

8. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) 27 (*ii*) 2187

9. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(*i*) $7^x = 343$ (*ii*) $9^x = 729$ (*iii*) $(-8)^x = -512$

10. (-2) ਦੀ ਘਾਤ ਕਿੰਨੀ ਹੋਣ ਤੇ 16 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ?

11. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ :

(*i*) 72 (*ii*) 360 (*iii*) 405

(*iv*) 648 (*v*) 3600

ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ (Laws of Exponents)

ਅਸੀਂ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

ਇੱਕ ਹੀ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ, ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਘਾਤ ਅੰਕਾ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਆਉ ਅਸੀਂ $2^4 \times 2^3$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ

$$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $(-3)^2 \times (-3)^3$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$[(-3) \times (-3)] \times [(-3) \times (-3) \times (-3)]$$

$$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^5$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

> **ਨਿਯਮ 1 :** ਜੇਕਰ 'a' ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ m, n ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ਇੱਕ ਹੀ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ, ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਗ

ਆਉ ਅਸੀਂ $5^7 \div 5^4$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ $= \dfrac{5^7}{5^4} = \dfrac{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times 5 \times 5 \times 5}{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}$

$$= 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ $5^7 \div 5^4 = \dfrac{5^7}{5^4} = 5^{7-4} = 5^3$

> **ਨਿਯਮ 2 :** ਜੇਕਰ a ਕੋਈ (ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ m, n ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਜਿੱਥੇ ਕਿ $m > n$, ਤਾਂ
>
> $$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

ਸਿਫ਼ਰ ਘਾਤ ਅੰਕ

ਆਉ ਅਸੀਂ $\dfrac{3^3}{3^3}$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ $= \dfrac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \dfrac{27}{27} = 1$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ $\dfrac{3^3}{3^3} = 3^{3-3} = 3^0 = 1$

ਭਾਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੋ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ $\dfrac{3^3}{3^3}$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਪਰ ਉੱਤਰ ਇੱਕੋ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਸਿੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ $3^0 = 1$.

> **ਨਿਯਮ 3 :** ਜੇਕਰ a ਕੋਈ (ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^0 = 1$

ਇੱਕ ਘਾਤ ਦੀ ਘਾਤ

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3}$$

$$= 2^6 = 2^{3\times2}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $(2^3)^2 = 2^{3\times2}$

ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

ਨਿਯਮ 4 : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਅਤੇ m, n ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $(a^m)^n = a^{m \times n}$

ਸਮਾਨ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਆਉ ਅਸੀ $3^4 \times 5^4$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ

$$= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$$
$$= (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5)$$
$$= (3 \times 5)^4$$

ਨਿਯਮ 5 : ਜੇਕਰ a, b ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^n \times b^n = (ab)^n$

ਸਮਾਨ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ

ਆਉ ਅਸੀਂ $\frac{2^4}{7^4}$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ $= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{7 \times 7 \times 7 \times 7} = \left(\frac{2}{7}\right)^4$

ਨਿਯਮ 6 : ਜੇਕਰ $a, (b \neq 0)$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਅਤੇ n ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ ਜਾਂ

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

ਰਿਣਾਤਮਕ ਘਾਤ ਅੰਕ (Negative Exponent)

ਜੇਕਰ a (ਗੈਰ–ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਕੋਈ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ

$\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n}$, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ਨਿਯਮ 7 : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ (ਗੈਰ–ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*a*) $2^3 \times 2^2$ (*b*) $4^2 \times 4^3$ (*c*) $3^2 \times 3^3 \times 3^4$ (*d*) $(-4)^3 \times (-4)^2$

ਹੱਲ : (*a*) $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

(*b*) $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$

(*c*) $3^2 \times 3^3 \times 3^4 = 3^{2+3+4} = 3^9$

(*d*) $(-4)^3 \times (-4)^2 = (-4)^{3+2} = (-4)^5$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*a*) $13^6 \div 13^4$ (*b*) $10^4 \div 10$ (*c*) $18^{16} \div 18^{10}$ (*d*) $(-5)^6 \div (-5)^2$

ਹੱਲ : (*a*) $13^6 \div 13^4 = 13^{6-4} = 13^2$

(*b*) $10^4 \div 10 = 10^{4-1} = 10^3$

(*c*) $18^{16} \div 18^{10} = 18^{16-10} = 18^6$

(*d*) $(-5)^6 \div (-5)^2 = (-5)^{6-2} = (-5)^4$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

(*a*) $(3^2)^3$ (*b*) $(4^3)^2$ (*c*) $[(10)^2]^3$ (*d*) $(2^{100})^2$

ਹੱਲ : (*a*) $(3^2)^3 = 3^{2\times3} = 3^6$

(*b*) $(4^3)^2 = 4^{3\times2} = 4^6$

(*c*) $[(10)^2]^3 = (10)^{2\times3} = (10)^6$

(*d*) $(2^{100})^2 = 2^{100\times2} = 2^{200}$

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਸਰਲ ਕਰੋ : (*a*) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ (*b*) $\left(\frac{-1}{3}\right)^3$ (*c*) $\left(\frac{-6}{7}\right)^2$

ਹੱਲ : (*a*) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4} = \frac{2\times2\times2\times2}{5\times5\times5\times5} = \frac{16}{625}$

(*b*) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{(-1)^3}{3^3} = \frac{(-1)\times(-1)\times(-1)}{3\times3\times3} = -\frac{1}{27}$

(*c*) $\left(\frac{-6}{7}\right)^2 = \frac{(-6)^2}{7^2} = \frac{(-6)\times(-6)}{7\times7} = \frac{36}{49}$

ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

(*a*) $[(5^2)^3 \times 5^4] \div 5^7$ (*b*) $125^4 \div 5^3$ (*c*) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6$

ਹੱਲ : (*a*) $[(5^2)^3 \times 5^4] \div 5^7$

$= (5^{2\times3} \times 5^4) \div 5^7$
$= (5^6 \times 5^4) \div 5^7$
$= 5^{6+4} \div 5^7$
$= 5^{10} \div 5^7$
$= 5^{10-7} = 5^3$

(*b*) $125^4 \div 5^3$

$125^4 = (5\times5\times5)^4 = (5^3)^4 = 5^{12}$
$125^4 \div 5^3 = 5^{12} \div 5^3 = 5^{12-3} = 5^9$

(*c*) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6 = (2^{2\times3} \times 3^6) \times 5^6$

$= (2\times3)^6 \times 5^6$
$= 6^6 \times 5^6$
$= (6\times5)^6$
$= 30^6$

ਉਦਾਹਰਨ-6 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ :

(*i*) $\frac{2^3\times3^4\times4}{3\times32}$ (*ii*) $(3^0+2^0)\times5^0$ (*iii*) $\frac{25\times5^2\times a^8}{10^3\times a^4}$

ਹੱਲ : (*i*) $4 = 2\times2 = 2^2$ ਅਤੇ $32 = 2\times2\times2\times2\times2 = 2^5$

$\therefore \quad \frac{2^3\times3^4\times4}{3\times32} = \frac{2^3\times3^4\times2^2}{3\times2^5} = \frac{2^5\times3^4}{3^1\times2^5}$

$= 2^{5-5}\times3^{4-1}$
$= 2^0\times3^3 = 1\times3^3 = 3^3$

(ii) $(3^0 + 2^0) \times 5^0 = (1 + 1) \times 1 = 2 \times 1 = 2 = 2^1$

(iii) $$\frac{25 \times 5^2 \times a^8}{10^3 \times a^4} = \frac{5^2 \times 5^2 \times a^8}{(2 \times 5)^3 \times a^4} = \frac{5^2 \times 5^2 \times a^8}{2^3 \times 5^3 \times a^4}$$

$$= \frac{5^{2+2-3} \times a^{8-4}}{2^3} = \frac{5a^4}{2^3}$$

ਉਦਾਹਰਨ-7 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

(i) $\mathbf{\frac{64}{343}}$ (ii) $\mathbf{\frac{-27}{125}}$ (iii) $\mathbf{\frac{-1}{243}}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{64}{343} = \frac{4^3}{7^3} = \left(\frac{4}{7}\right)^3$

(ii) $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{5^3} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

(iii) $\frac{-1}{243} = \frac{-1}{243} = \frac{(-1)^5}{3^5} = \left(\frac{-1}{3}\right)^5$

ਉਦਾਹਰਨ-8 : $(3^0 + 2^0 - 6^0) \div (100)^0$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ 5 ਦੇ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

ਹੱਲ : $(3^0 + 2^0 - 6^0) \div (100)^0$

$= (1 + 1 - 1) \div 1 \ (\because a^0 = 1)$

$= 1 \div 1 = 1 = 5^0 \ (\because 5^0 = 1)$

ਅਭਿਆਸ - 13.2

1. ਘਾਤ ਅੰਕ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (i) $2^7 \times 2^4$ (ii) $p^5 \times p^3$
   (iii) $(-7)^5 \times (-7)^{11}$ (iv) $20^{15} \div 20^{13}$
   (v) $(-6)^7 \div (-6)^3$ (vi) $7^x \times 7^3$
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰਕੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।
   (i) $5^3 \times 5^7 \times 5^{12}$ (ii) $a^5 \times a^3 \times a^7$
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।
   (i) $(2^2)^{100}$ (ii) $(5^3)^7$
4. ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (i) $(2^3)^4 \div 2^5$ (ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5$
   (iii) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6$
5. ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।
   (i) $5^4 \times 8^4$ (ii) $(-3)^6 \times (-5)^6$

6. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

(*i*) $\dfrac{\left(3^2\right)^3 \times (-2)^5}{(-2)^3}$ (*ii*) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$

(*iii*) $\dfrac{2^8 \times a^5}{4^3 \times a^3}$ (*iv*) $3^0 \times 4^0 \times 5^0$

7. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

(*i*) $\dfrac{25}{64}$ (*ii*) $\dfrac{-64}{125}$

(*iii*) $\dfrac{-125}{216}$ (*iv*) $\dfrac{-343}{729}$

8. ਸਰਲ ਕਰੋ :-

(*i*) $\dfrac{(2^5)^2 \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (*ii*) $\dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2}$

9. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਕੇਵਲ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) 384×147 (*ii*) 729×64

(*iii*) 108×92

10. ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) $3^3 \times 2^2 + 2^2 \times 5^0$ (*ii*) $\left(\dfrac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5$

(*iii*) $8^2 \div 2^3$

11. **ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-**

(i) $\left(\dfrac{-5}{8}\right)^0$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

(*a*) 0 (*b*) 1

(*c*) $\dfrac{-5}{8}$ (*d*) $\dfrac{-8}{5}$

(ii) $(5^2)^3$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

(*a*) 5^6 (*b*) 5^5

(*c*) 5^9 (*d*) 10^3

(iii) $a \times a \times a \times b \times b \times b$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

(*a*) $a^3 b^2$ (*b*) $a^2 b^3$

(*c*) $(ab)^3$ (*d*) $a^6 b^6$

(iv) $(-5)^2 \times (-1)^1$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

(*a*) 25 (*b*) –25

(*c*) 10 (*d*) –10

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (Decimal Number System)

ਆਓ 753015 ਦਾ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਵਿਸਥਾਰ ਦੇਖੀਏ, ਜਿਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣੂ ਹਾਂ

$$753015 = 7 \times 100000 + 5 \times 10000 + 3 \times 1000 + 0 \times 100 + 1 \times 10 + 5 \times 1$$

ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ:

$$753015 = 7 \times 10^5 + 5 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$
$$= 7 \times 10^5 + 5 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

ਅਸਲ ਵਿੱਚ, ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ (Standard form of Numbers)

ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ $k \times 10^n$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਕਿ k ਦਾ ਮੁੱਲ 1 ਤੋਂ 10 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ–

$$76 = 7.6 \times 10 = 7.6 \times 10^1$$
$$763 = 7.63 \times 100 = 7.63 \times 10^2$$
$$7630 = 7.63 \times 1000 = 7.63 \times 10^3$$
$$76300 = 7.63 \times 10000 = 7.63 \times 10^4$$ ਆਦਿ।

ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤ (Scientific Notation)

ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਸਾਨ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਹੈ।

ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ $k \times 10^n$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਥੇ k, 1 ਤੋਂ 10 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ k ਸੰਕੇਤਕ (significand) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਮ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ	ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤ (ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ)
500	5×10^2
47,000	4.7×10^4
9,830,000,000	9.83×10^9

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) **763.4** (*ii*) **83,500** (*iii*) **573,000**

ਹੱਲ : (*i*) $763.4 = 7.634 \times 10^2$

(*ii*) $83500 = 8.3500 \times 10^4 = 8.35 \times 10^4$

(*iii*) $573000 = 5.73000 \times 10^5 = 5.73 \times 10^5$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਮ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(*i*) $\mathbf{5.37 \times 10^4}$ (*ii*) $\mathbf{7.501 \times 10^7}$ (*iii*) $\mathbf{2.3049 \times 10^{11}}$

ਹੱਲ : (*i*) $5.37 \times 10^4 = 53700$

(*ii*) $7.501 \times 10^7 = 75010000$

(*iii*) $2.3049 \times 10^{11} = 230490000000.$

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 6366000 m ਹੈ।

(ii) ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ 149, 600, 000, 000 m ਹੈ।

(iii) ਖਲਾਅ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ (ਗਤੀ) 299, 800, 000 m/s ਹੈ

(iv) ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ 5, 976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 kg ਹੈ।

ਹੱਲ : (i) ਧਰਤੀ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ $= 6366000 = 6.366 \times 10^6\ m$

(ii) ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਸੂਰਜ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ $= 149, 600, 000, 000\ m = 1.496 \times 10^{11}$ m

(iii) ਖਲਾਅ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਚਾਲ = 299, 800, 000 m/s

$= 2.998 \times 10^8$ m/s

(iv) ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ = 5, 976, 000,000,000,000,000,000, 000 kg

$= 5.976 \times 10^{24}$ kg

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(i) 2.7×10^{12} ; 1.5×10^8 (ii) 3.547×10^9; 6.02×10^9

ਹੱਲ : (i) ਅਸੀਂ 2.7×10^{12} ਅਤੇ 1.5×10^8 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨੀ ਹੈ।
ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਦੋਵੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹਨ। 2.7×10^{12} ਵਿੱਚ 10 ਦੀ ਘਾਤ, 1.5×10^8 ਵਿੱਚ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਤੋ ਜਿਆਦਾ ਹੈ,

$\therefore$ $2.7 \times 10^{12} > 1.5 \times 10^8$

(ii) ਅਸੀਂ 3.54×10^9 ਅਤੇ 6.02×10^9 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਦੋਵੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਦੋਵੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਸੰਕੇਤਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ
3.547×10^9 ਦਾ ਸੰਕੇਤਕ 3.547 ਹੈ ਅਤੇ 6.02×10^9 ਦਾ ਸੰਕੇਤਕ 6.02 ਹੈ
ਕਿਉਂਕਿ $6.02 > 3.547$, ਇਸ ਲਈ $6.02 \times 10^9 > 3.547 \times 10^9$

ਅਭਿਆਸ - 13.3

1. **ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :**
   (i) 104278 (ii) 20068
   (iii) 120719 (iv) 3006194
   (v) 28061906
2. **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰ ਇੱਕ ਲਈ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ :**
   (i) $4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$
   (ii) $3 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0$
   (iii) $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^0$
   (iv) $8 \times 10^7 + 3 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10^1$
3. **ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :**
   (i) 3, 43,000 (ii) 70,00,000
   (iii) 3, 18,65,00,000 (iv) 530.7
   (v) 5985.3 (vi) 3908.78

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :
   (*i*) ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਚੰਦਰਮਾਂ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ 384, 000,000 m ਹੈ
   (*ii*) ਧਰਤੀ ਦਾ ਵਿਆਸ 1,27, 56,000 m ਹੈ।
   (*iii*) ਸੂਰਜ ਦਾ ਵਿਆਸ 1,400,000,000 m ਹੈ।
   (*vi*) ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ 12,000,000,000 years ਪੁਰਾਣਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।
   (*v*) ਯੁਰੇਨਸ ਦਾ ਪੁੰਜ 86,800,000, 000,000,000,000,000,000 kg ਹੈ।
5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ :
   (*i*) 4.3×10^{14} ਅਤੇ 3.01×10^{17}.
   (*ii*) 1.439×10^{12} ਅਤੇ 1.4335×10^{12}

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਜੇਕਰ a ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ
   $a^n = a \times a \times a$ .... n ਵਾਰ ਗੁਣਾ।
   ਜਿੱਥੇ ਕਿ a ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ n ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਅਤੇ a^n ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੈ। a^n ਨੂੰ a ਦੀ ਘਾਤ n ਜਾਂ a ਦੀ nਵੀਂ ਘਾਤ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
   ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $a^1 = a$
   $(-1)^{\text{ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ}} = -1$
   ਅਤੇ $(-1)^{\text{ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ}} = 1$
2. ਘਾਤ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਯਮ
   ਨਿਯਮ 1. : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ m, n ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a^m \times a^n = a^{m+n}$
   ਨਿਯਮ 2. : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ (ਗੈਰ–ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ m, n ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜਿੱਥੇ ਕਿ $m > n$ ਹੈ ਤਾਂ $a^m \div a^n = a^{m-n}$
   ਨਿਯਮ 3. : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ (ਗੈਰ–ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^0 = 1$
   ਨਿਯਮ 4. : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ m, n ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $(a^m)^n = a^{m \times n}$
   ਨਿਯਮ 5. : ਜੇਕਰ a, b ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ n ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^n \times b^n = (ab)^n$
   ਨਿਯਮ 6. : ਜੇਕਰ a, b $(b \neq 0)$ ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ n ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ $a^n \div b^n$
   $$= \left(\frac{a}{b}\right)^n \text{ ਜਾਂ } \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$
   ਨਿਯਮ 7. : ਜੇਕਰ a ਕੋਈ (ਗੈਰ–ਸਿਫ਼ਰ) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ n ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
3. ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਜਾਂ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤ
   ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਹ $k \times 10^n$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀ ਹੋਈ ਹੋਵੇ ਜਿੱਥੇ ਕਿ k ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ $1 \leq k < 10$ ਅਤੇ n ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
   ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਨੂੰ ਵਿਗਿਆਨਿਕ ਸੰਕੇਤਾਂ ਵਜੋਂ ਵੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
   ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ k ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
4. ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ
   (*i*) ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਅੱਗੇ ਵਧਾਓ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਅੰਕ ਰਹਿ ਜਾਏ।
   (*ii*) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਾਗ (*i*) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ 10^n ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਜਿੱਥੇ ਕਿ n ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿੰਨੇ ਅੰਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

5. ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਨੂੰ ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ

ਸੰਕੇਤਕ ਨੂੰ ਲਉ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਵਧਾਓ ਜਿੰਨੀ ਕਿ 10^n ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ n ਹੈ ਜਰੂਰੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਿੱਛੇ ਹੋਰ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਲਗਾਉ।

6. ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ

(*i*) 10 ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕ ਵੱਧ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ।

(*ii*) ਜੇਕਰ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਸੰਕੇਤਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਵੱਡੇ ਸੰਕੇਤਕ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇਗੀ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਵੀ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੈ।
3. ਸਿਫ਼ਰ ਘਾਤ ਅੰਕ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
4. ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ।
5. ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
6. ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਘਾਤ ਅੰਕ ਰੂਪ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 13.1

1. (*i*) 3, 7 (*ii*) $\frac{2}{5}, 11$

2. (*i*) 64 (*ii*) 729 (*iii*) 3125
(*iv*) 1296 (*v*) $\frac{-32}{243}$

3. (*i*) 6^4 (*ii*) b^4 (*iii*) $5^2 \times 7^3$

4. (*i*) 2000 (*ii*) 225 (*iii*) 90000

5. (*i*) 24 (*ii*) –1600 (*iii*) –1
(*iv*) 225 (*v*) 1

6. (*i*) 3^4 (*ii*) 5^3 (*iii*) 8^2
(*iv*) 4^5 (*v*) 2^{10}

7. (*i*) 2^3 (*ii*) 2^7 (*iii*) 2^{10}

8. (*i*) 3^3 (*ii*) 3^7

9. (i) 3 (*ii*) 3 (*iii*) 3

10. 4

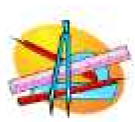
11. (*i*) $2^3 \times 3^2$ (*ii*) $2^3 \times 3^2 \times 5^1$ (*iii*) $5^1 \times 3^4$
(*iv*) $2^3 \times 3^4$ (*v*) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$

ਅਭਿਆਸ 13.2

1. (i) 2^{11} (ii) p^8 (iii) $(-7)^{16}$
   (iv) 20^2 (v) $(-6)^4$ (vi) 7^{x+3}
2. (i) 5^{22} (ii) a^{15}
3. (i) 2^{200} (ii) 5^{21}
4. (i) 2^7 (ii) 10^5 (iii) 30^6
5. (i) 40^4 (ii) 15^6
6. (i) $3^6 \times 2^2$ (ii) 1^1 (iii) $(2a)^2$
   (iv) 1^1
7. (i) $\left(\frac{5}{8}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{-4}{5}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)^3$ (iv) $\left(\frac{-7}{9}\right)^3$
8. (i) 98 (ii) 36
9. (i) $2^7 \times 3^2 \times 7^2$ (ii) $3^6 \times 2^6$ (iii) $2^4 \times 3^3 \times 23$
10. (i) $2^4 \times 7^1$ (ii) 3^{10} (iii) 2^3
11. (i) (a) (ii) (a)
    (iii) (c) (iv) (b)

ਅਭਿਆਸ 13.3

1. (i) $104278 = 1 \times 10^5 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$
   (ii) $20068 = 2 \times 10^4 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$
   (iii) $120719 = 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$
   (iv) $3006194 = 3 \times 10^6 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0$
   (v) $28061906 = 2 \times 10^7 + 8 \times 10^6 + 6 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 6 \times 10^0$
2. (i) 47561 (ii) 30705 (iii) 405302
   (iv) 80037580
3. (i) 3.43×10^5 (ii) 7.0×10^6 (iii) 3.1865×10^9
   (iv) 5.307×10^2 (v) 5.9853×10^3 (vi) 3.90878×10^3
4. (i) 3.84×10^8 (ii) $1.2756 \times 10^7 m$ (iii) $1.40 \times 10^9 m$.
   (iv) 1.2×10^{10} years (v) 8.68×10^{25} kg.
5. (i) $3.01 \times 10^{17} > 4.3 \times 10^{14}$ (ii) $1.439 \times 10^{12} > 1.4335 \times 10^{12}$.



ਪਾਠ 14

L1H4Q1

ਸਮਮਿਤੀ

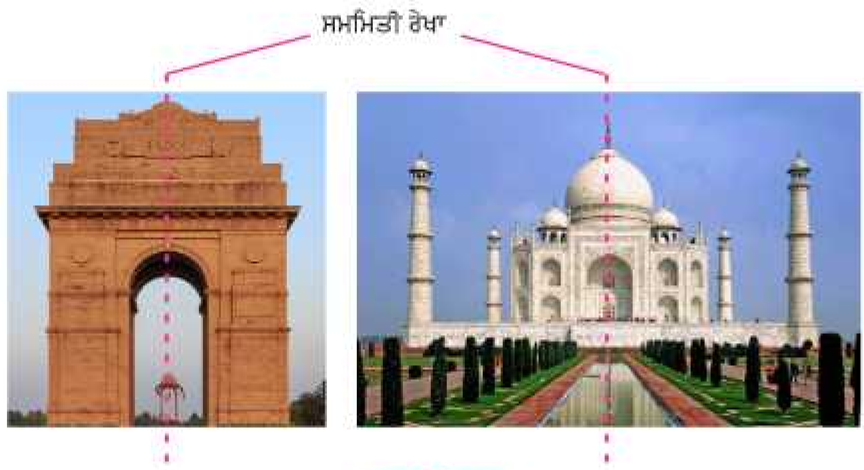
ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

1. ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਅਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
2. ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਖਿੱਚਣਾ।
3. ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀ ਧਾਰਨਾ, ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਕ੍ਰਮ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਬਾਰੇ।
4. ਉਹਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਬਾਰੇ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਵੇਂ ਹੋਣ।
5. ਅਧੂਰੇ ਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨਾ।
6. ਵਿਹਾਰਕ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਨੂੰ ਵਰਤਣਾ।

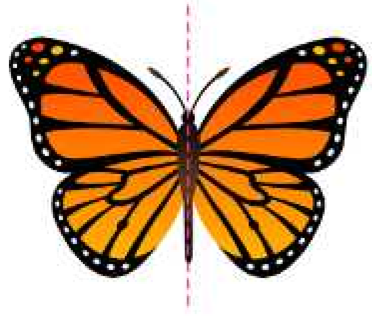
ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

ਸਮਮਿਤੀ ਜਿਆਮਤੀ ਦਾ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਭਾਗ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੀ ਵਿਹਾਰਕ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਵਰਤੋਂ ਹੈ। ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਕਿੱਤਿਆਂ ਜਿਵੇਂ ਕਾਰ-ਉਤਪਾਦਨ, ਨਕਸ਼ੇ ਅਤੇ ਡਿਜਾਇਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। 6ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਅਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਨਸਾਨ ਅਤੇ ਕੁਦਰਤ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਈਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਹੋਂਦ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਫੁੱਲ, ਪੱਤੇ, ਮਛਲੀਆਂ, ਪੰਛੀ, ਜਾਨਵਰ, ਇਨਸਾਨ, ਧਾਰਮਿਕ ਚਿੰਨ੍ਹ, ਇਮਾਰਤਾਂ ਆਦਿ।

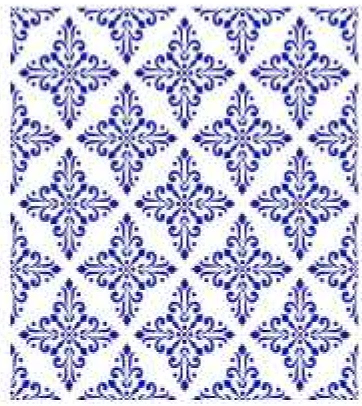


ਆਰਕੀਟੈਕਚਰ

ਇੰਡੀਆਂ ਗੇਟ ਅਤੇ ਤਾਜ ਮਹਿਲ ਦੇ ਉਪੱਰਲੇ ਚਿੱਤਰ ਸਮਮਿਤੀ ਕਾਰਨ ਬਹੁਤ ਸੁੰਦਰ ਲੱਗਦੇ ਹਨ।



ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ

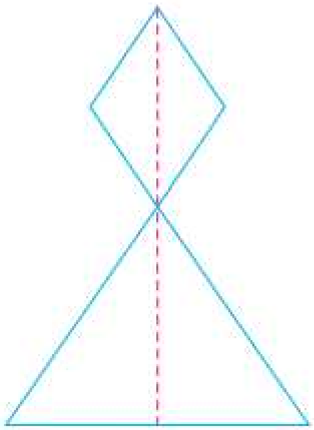


ਕੱਪੜਿਆਂ ਦੇ ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ

ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ

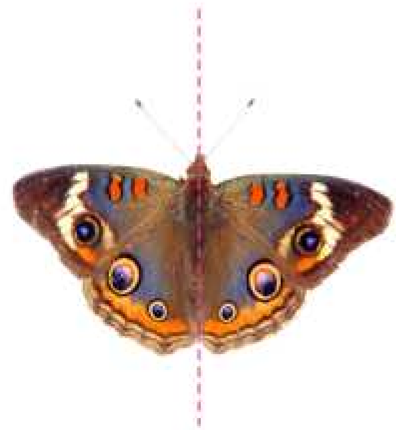
ਅਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰ (Asymmetrical figures) : ਉਹ ਵਸਤੂਆਂ ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ ਜਿੰਨਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ (Line of symmetry) : ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀਆਂ ਤਸਵੀਰਾਂ ਅਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ :-

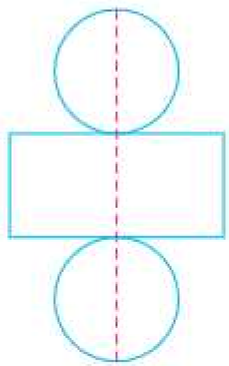


(*i*)

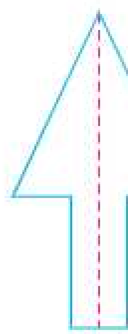
(*ii*)



(*iii*)



(*iv*)

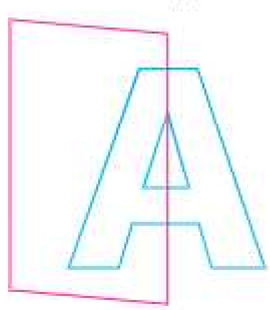


(*v*)

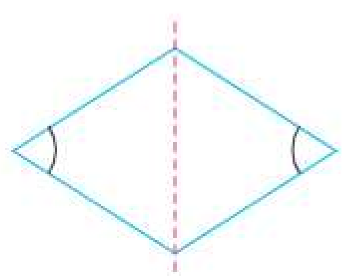
ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਜਾਂ ਤਸਵੀਰਾਂ ਕਿਸੇ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੁਆਲੇ ਮੋੜਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਇੱਕੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਦੁਆਲੇ ਸਮਰੂਪ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਰੇਖਾ ਨੂੰ **ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਜਾਂ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਧੁਰਾ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ (Mirror reflection) : ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਸੰਕਲਪ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਨਾਲ ਮਿਲਦਾ-ਜੁਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ, ਕਿਸੇ ਆਕਾਰ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਉਸਦਾ ਅੱਧ ਦੂਸਰੇ ਅੱਧ ਦੀ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਵਰਗਾ ਹੋਵੇ। ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ (*i*) ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸ਼ੀਸ਼ਾ ਰੇਖਾ ਸਮਰੂਪਤਾ ਦੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਈ ਹੈ।

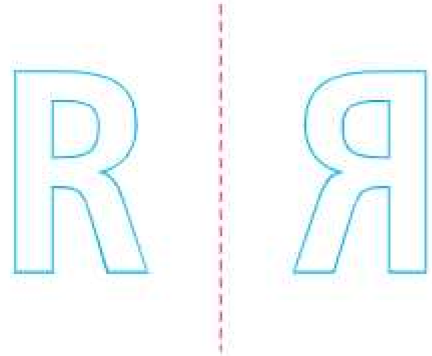


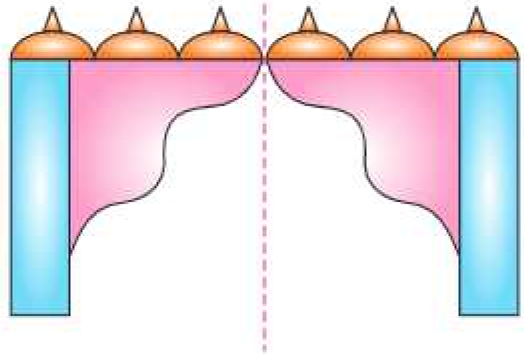
(*i*)



(*ii*)

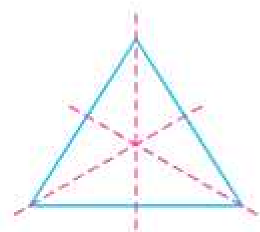
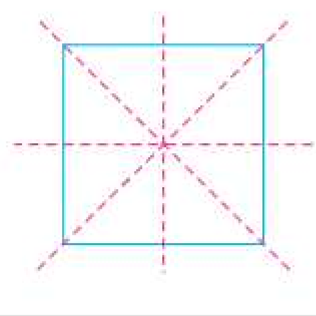
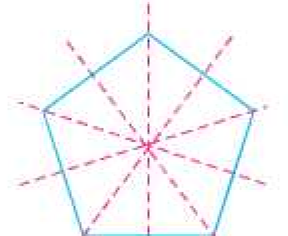
ਜਦੋਂ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਬਿੰਬ ਵਿੱਚੋਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਖੱਬਾ-ਸੱਜਾ ਬਦਲਾਅ (ਨਿਰਦੇਸ਼ਾਤਮਕ ਬਦਲਾਅ) ਅਤੇ ਤਸਵੀਰ ਦਾ ਬਿਲਕੁਲ ਉਲਟਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹੇਠਾ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ :



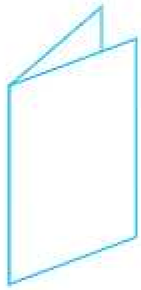


ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਲਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ : ਇੱਕ ਸਾਧਾਰਨ ਬੰਦ ਵਕਰ ਜੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਤੋਂ ਮਿਲਕੇ ਬਣੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਬਹੁਭੁਜ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦੇ ਘੱਟੋ ਘੱਟ 3 ਰੇਖਾਖੰਡ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। **ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਉਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।**

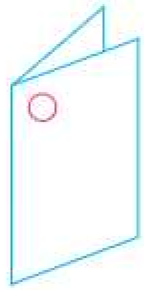
ਕੁਝ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਅਤੇ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ	ਚਿੱਤਰ ਅਤੇ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
1.	**ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ :** ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 60° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।		3
2.	**ਵਰਗ :** ਉਹ ਚਤੁਰਭੁਜ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਚਾਰੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ 90° ਹੋਵੇ। ਇਸਦੇ ਵਿਕਰਨ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ 90° 'ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।		4
3.	**ਸਮਪੰਜਭੁਜ :** ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 108° ਹੋਵੇ।		5

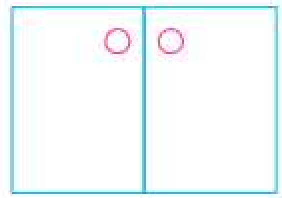
ਕਾਗਜ਼ ਵਿੱਚ ਸੁਰਾਖ ਕਰਨਾ : ਇਕ ਕਾਗਜ਼ ਨੂੰ ਅੱਧ ਵਿੱਚੋਂ ਮੋੜ ਕੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਜਗ੍ਹਾ ਤੇ ਸੁਰਾਖ ਕਰਕੇ ਉਸਨੂੰ ਖੋਲਣ ਤੇ ਜੋ ਕ੍ਰੀਜ ਬਣਦੀ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਫੋਲਡ ਕ੍ਰੀਜ ਖੋਲ੍ਹਣ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੁਰਾਖ ਦਾ ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਸਮਮਿਤਈ ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਹੈ।



ਸ਼ੀਟ ਨੂੰ ਅੱਧ ਤੋਂ 2 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਮੋੜੋ

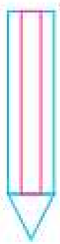


ਸੁਰਾਖ ਕਰੋ

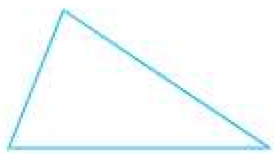


ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਆਸੇ ਪਾਸੇ ਸੁਰਾਖ

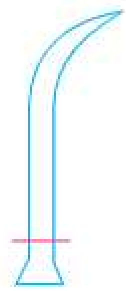
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰ, ਅਸਮਮਿਤਈ ਚਿੱਤਰ ਹਨ ?



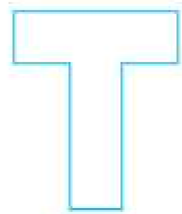
(a)



(b)



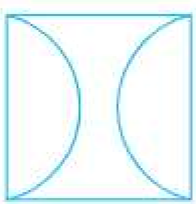
(c)



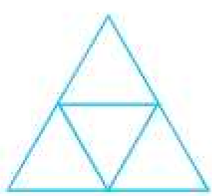
(d)

ਹੱਲ : (b), (c) ਅਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ (a), (d) ਸਮਮਿਤਈ ਚਿੱਤਰ ਹਨ।

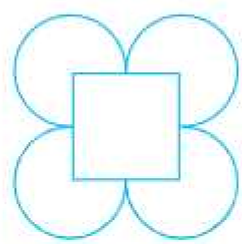
ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ, ਜੇ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਦੀ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ?



(a)

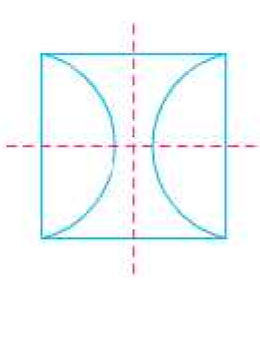


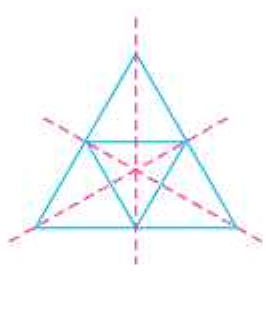
(b)

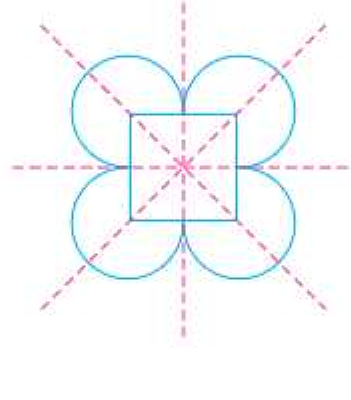


(c)

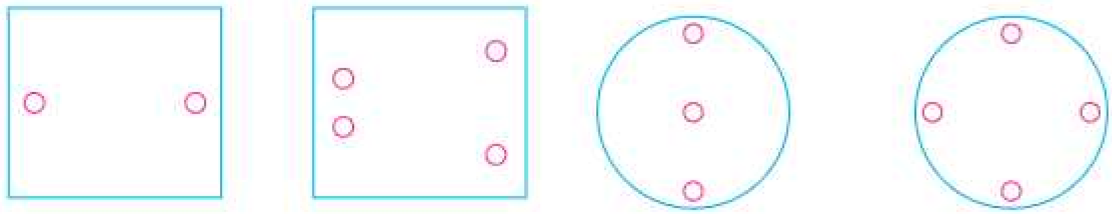
ਹੱਲ :





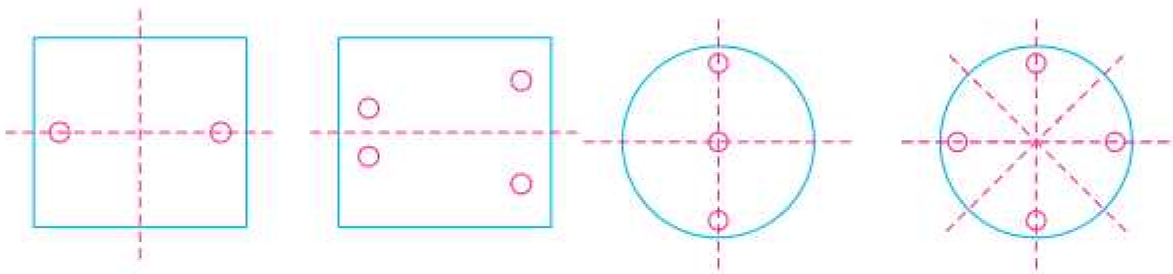


ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਸੁਰਾਖ ਅਨੁਸਾਰ ਹਰੇਕ ਲਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ।

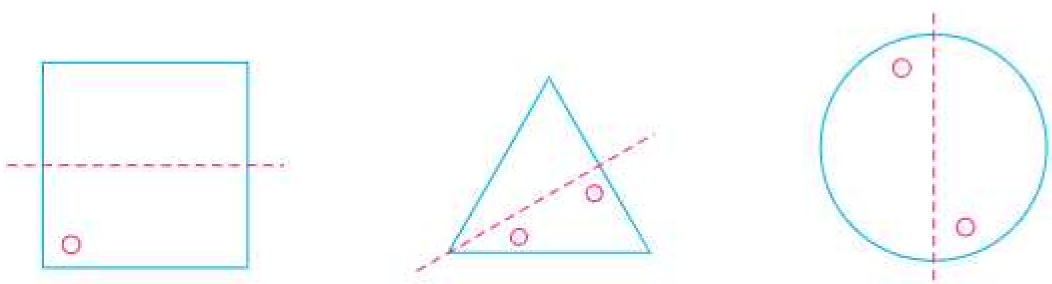


(a) (b) (c) (d)

ਹੱਲ :

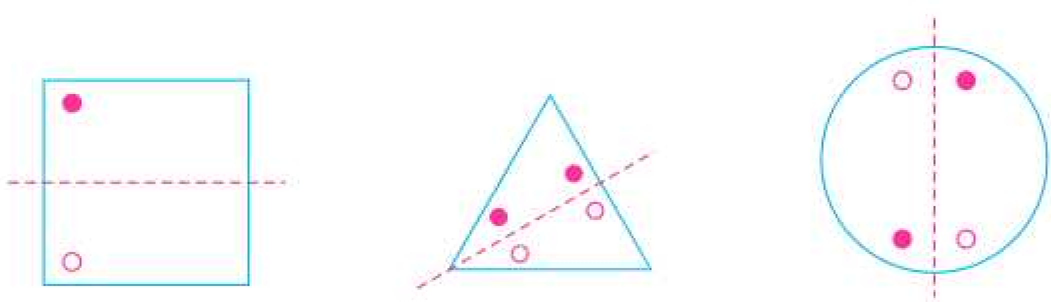


ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੀ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮਮਿਤੀ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸੁਰਾਖ ਲਗਾਉ।

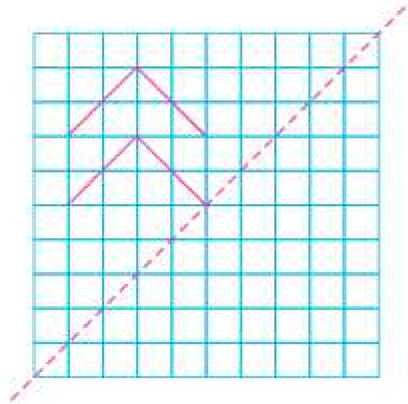


(a) (b) (c)

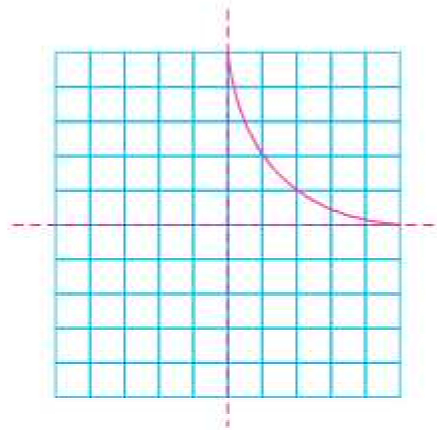
ਹੱਲ : ਸਮਮਿਤੀ ਵਾਲੇ ਸੁਰਾਖਾਂ ਨੂੰ ਲਾਲ ਰੰਗ ਦੇ ਚੱਕਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ-5 : ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ 'ਤੇ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਆਕਾਰ/ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਨੂੰ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਅਨੁਸਾਰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

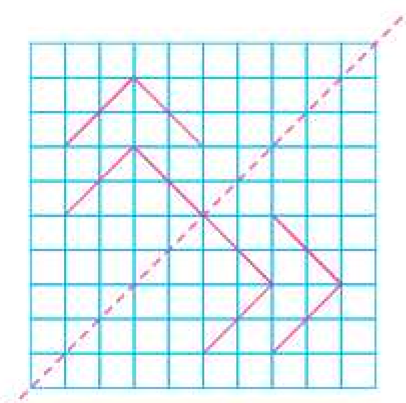


(a)

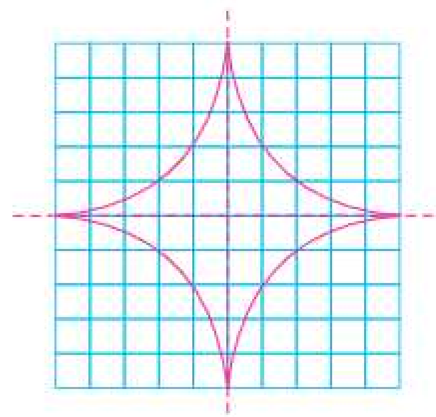


(b)

ਹੱਲ : ਪੂਰੇ ਚਿੱਤਰ ਹੇਠਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ :



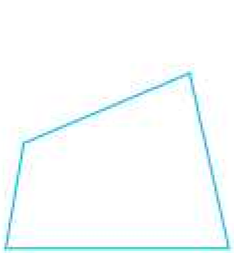
(a)



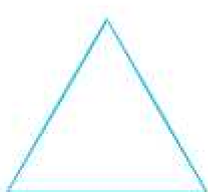
(b)

ਅਭਿਆਸ - 14.1

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰ ਸਮਮਿਤਈ ਨਹੀਂ ਹਨ ?

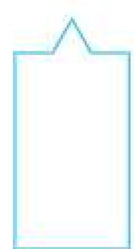


(a)



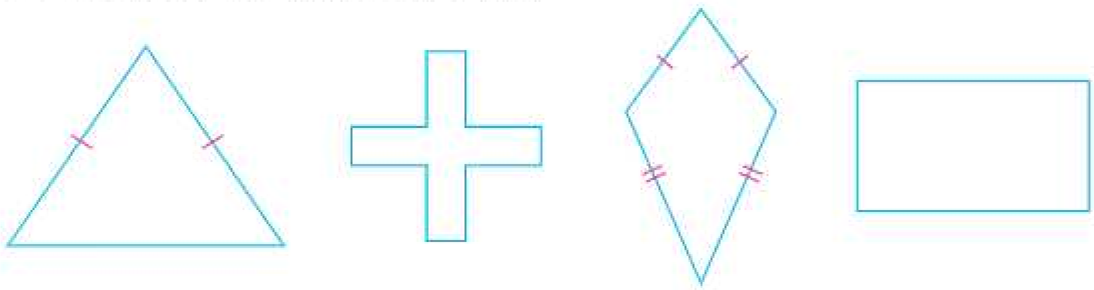
(b)

(c)



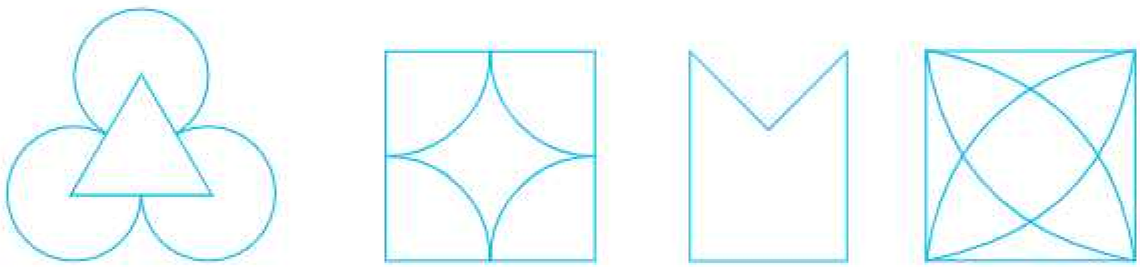
(d)

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ।



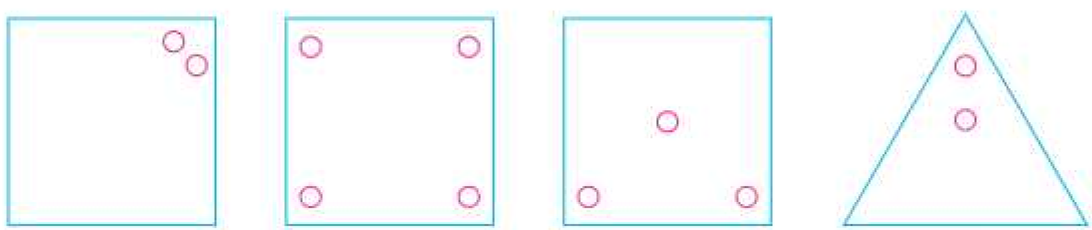
(a) (b) (c) (d)

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ।

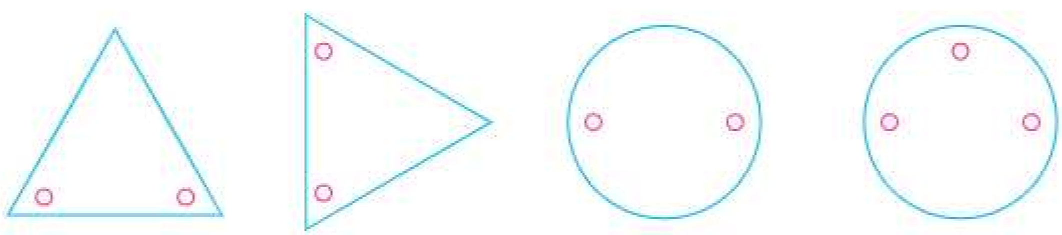


(a) (b) (c) (d)

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸੁਰਾਖਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੱਭੋ।

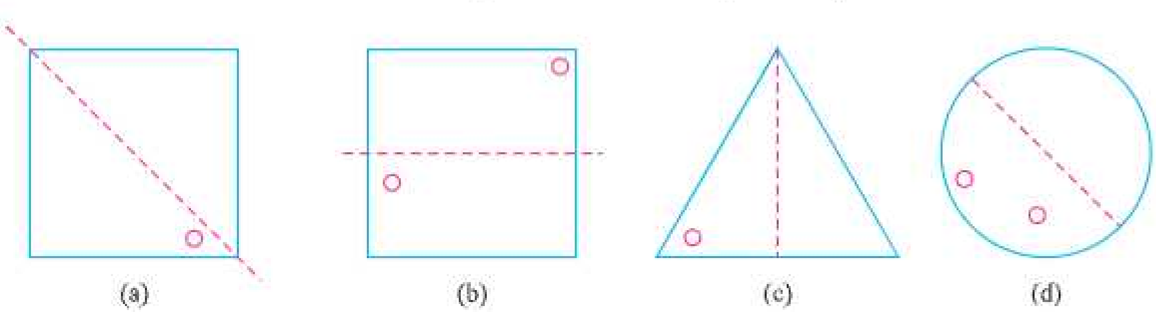


(a) (b) (c) (d)



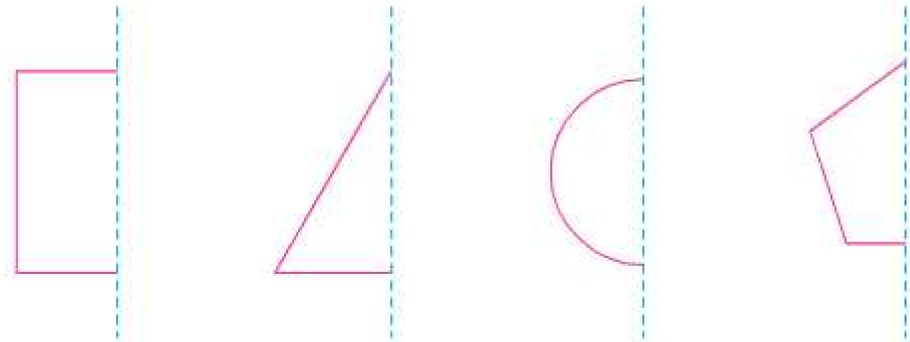
(e) (f) (g) (h)

5. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਸਮਮਿਤੀ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸੁਰਾਖ ਲਗਾਓ।



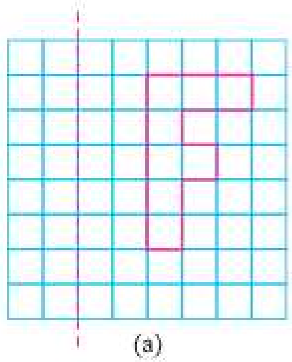
(a) (b) (c) (d)

6. ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਸ਼ੀਸ਼ਾ ਰੇਖਾ (ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ) ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਉਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਕੇ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। (ਇਸ ਮੰਤਵ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਸਮਤਲ ਦਰਪਣ ਰੱਖ ਕੇ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਬਿੰਬ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ) ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਨਾਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

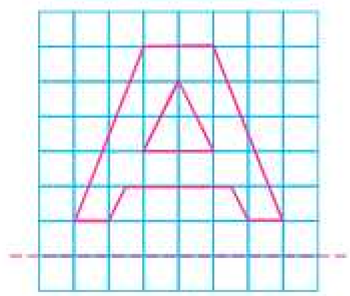


(a) (b) (c) (d)

7. ਦਿੱਤੀ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਦੀ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਅੱਖਰ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਬਣਾਓ।

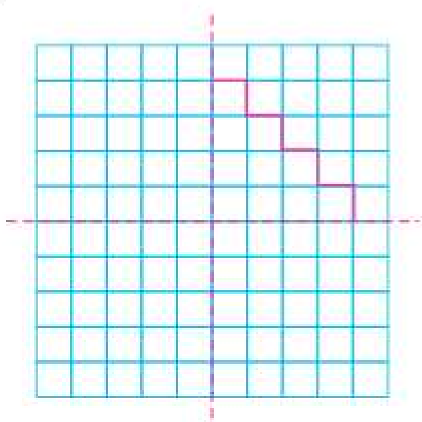


(a)

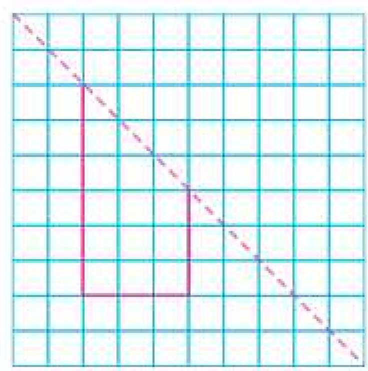


(b)

8. ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ 'ਤੇ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੂਰਾ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਦਰਪਣ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮਮਿਤਈ ਹੋ ਜਾਣ।



(a)



(b)

9. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸੋ।

(*a*) ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
(*b*) ਆਇਤ
(*c*) ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ
(*d*) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ
(*e*) ਸਮਛੇਭੁਜ
(*f*) ਚੱਕਰ

10. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ—

(*i*) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(*a*) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (*b*) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ

(*c*) ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (*d*) ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰੇ

(*ii*) ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਾਮ ਕੀ ਹੈ ?

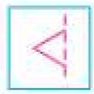
(*a*) ਚਾਪ (*b*) ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ

(*c*) ਵਿਆਸ (*d*) ਅਰਧ ਵਿਆਸ

(*iii*) ਇੱਕ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸੋ ?

(*a*) ਅਨੰਤ (*b*) ਜਿੰਨੀ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ

(*c*) ਇੱਕ (*d*) ਸਿਫਰ

(*iv*) ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ, ਜੇ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਕਿਹੜਾ ਚਿੱਤਰ ਬਣਦਾ ਹੈ ? 

(*a*) ਵਰਗ (*b*) ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ

(*c*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ (*d*) ਪੰਜਭੁਜ

(*v*) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

(*a*) ਭੁਜਾ (*b*) ਮੱਧਿਕਾ

(*c*) ਅਰਧ ਵਿਆਸ (*d*) ਕੋਣ

(*vi*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦੀ ਇੱਕ ਖੜਵੀਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ?

(*a*) M (*b*) Q

(*c*) E (*d*) B

(*vii*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦੀ ਇੱਕ ਲੇਟਵੀਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ?

(*a*) C (*b*) D

(*c*) K (*d*) ਸਾਰੇ

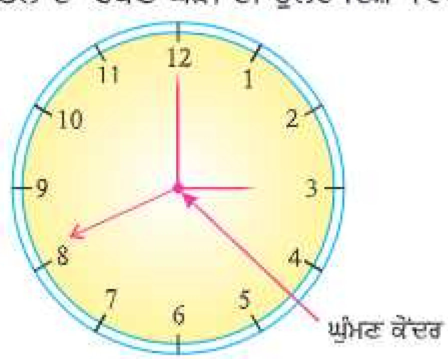
(*viii*) ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰ ਦੀ ਕੋਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(*a*) A (*b*) B

(*c*) P (*d*) O

ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ (Rotational symmetry) : ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾਂ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਘੁੰਮਦੀਆਂ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਲੇ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਗਤੀ ਨੂੰ ਘੁੰਮਣਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਘੜੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਬੋਤਲ ਦਾ ਢੱਕਣ ਘੜੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁਮਾ ਕੇ ਖੋਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਬੰਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁਮਾ ਕੇ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ (Centre of rotation) : ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ, ਜਿਸ ਦੁਆਲੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਉਸਦਾ ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਘੜੀ ਵਿੱਚ ਜਿਥੇ ਤਿੰਨੋ ਸੂਈਆਂ ਜੁੜੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਹ ਉਸਦਾ ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



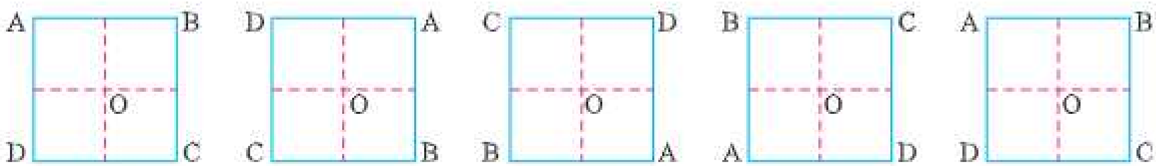
ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ (Angle of rotation) : ਉਹ ਛੋਟੇ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਕੋਣ, ਜਿਸ ਦੁਆਲੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ (ਕੇਂਦਰ) ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸੇ ਤਰਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦੁਬਾਰਾ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਨੂੰ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ 360° ਤੇ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਅੱਧੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਥ 180° 'ਤੇ ਘੁੰਮਣਾ ਅਤੇ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਦਾ ਮਤਲਬ 90° ਤੇ ਘੁੰਮਣਾ।

ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ (Order of rotational symmetry) : ਜੇ A° ਉਹ ਛੋਟੇ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਕੋਣ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ ਘੁੰਮ ਕੇ ਉਸੇ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ = $\dfrac{360}{A^\circ}$

ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਲਈ A°, 180° ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ($A^\circ \leq 180^\circ$)

ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ (Example of rotation symmetry)

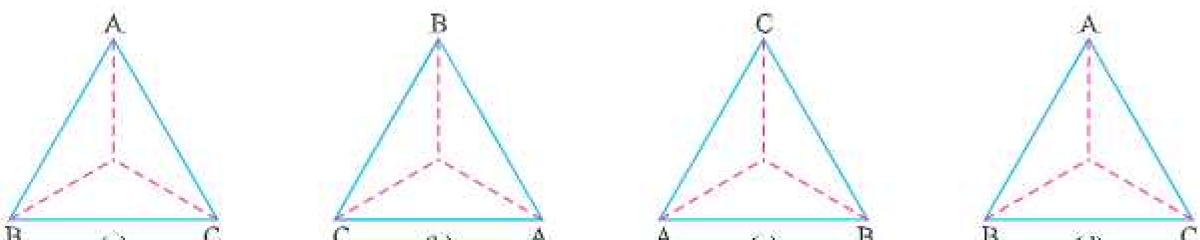
(*i*) **ਵਰਗ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ :** ਇੱਕ ਵਰਗ ABCD ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਘੁੰਮਣ (ਚਿੱਤਰ *a*) ਇਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਸਥਿਤੀਆਂ 90° (ਚਿੱਤਰ *b*), 180° (ਚਿੱਤਰ *c*), 270° (ਚਿੱਤਰ *d*) ਅਤੇ 360° (ਚਿੱਤਰ *e*) ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਉਸੇ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੀ ਹੈ।



(a) ਅਸਲ ਸਥਿਤੀ | (b) 90° ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ | (c) 180° ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ | (d) 270° 'ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ | (e) 360° ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ

ਇਸ ਤਰਾਂ, ਚਾਰ ਵਾਰ ਘੁਮਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਰਗ ਆਪਣੀ ਅਸਲ ਪੁਜੀਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਪਹੁੰਚ ਗਿਆ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

(*ii*) **ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ :** ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਨੂੰ 120° ਦੇ ਕੋਣ 'ਤੇ ਘੁਮਾਓ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਥਿਤੀਆਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਹਨ (120°, 240° ਅਤੇ 360°) ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਹ ਦੁਬਾਰਾ ਆਪਣੀ ਅਸਲ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਹੁੰਚਦੀ ਹੈ।



(a) ਅਸਲ ਸਥਿਤੀ | (b) 120° 'ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ | (c) 240° 'ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ | (d) 360° 'ਤੇ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ

ਇਸ ਤਰਾਂ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3 ਹੈ।

ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ

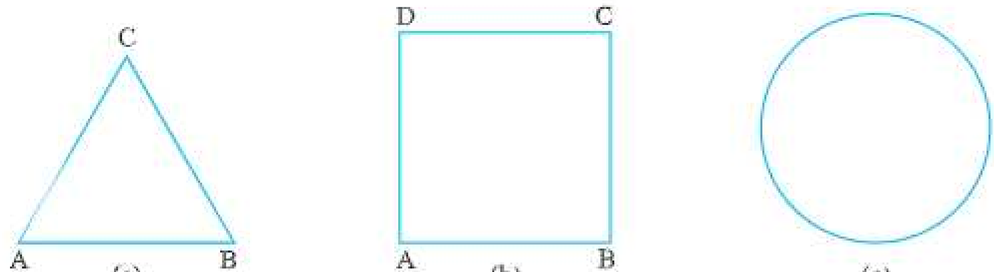
(*i*) ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਮਦੁਭਾਜਕਾਂ ਦਾ ਸੰਗਾਮੀ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

(*ii*) ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 120° ਹੈ।

(*iii*) ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

(*iv*) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਲਈ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਲਿਖੋ।

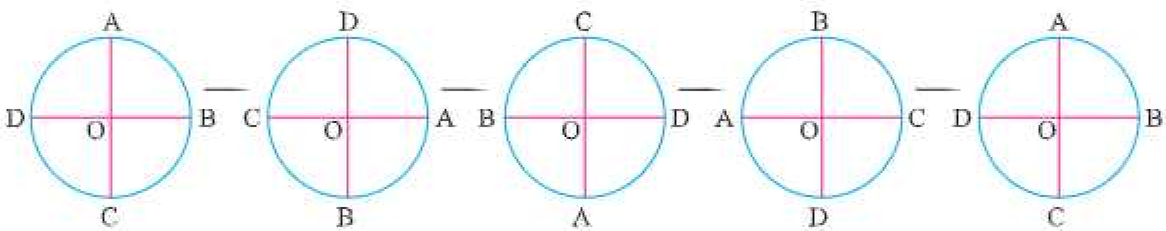


(a) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (b) ਵਰਗ (c) ਚੱਕਰ

ਹੱਲ :

ਲੜੀ ਨੰ.	ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਨਾਂ	ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ
1.	ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ	3
2.	ਵਰਗ	4
3.	ਚੱਕਰ	ਅਨੰਤ

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਲਈ, ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ, ਘੁੰਮਣ ਦਿਸ਼ਾ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਕ੍ਰਮ ਦੱਸੋ।



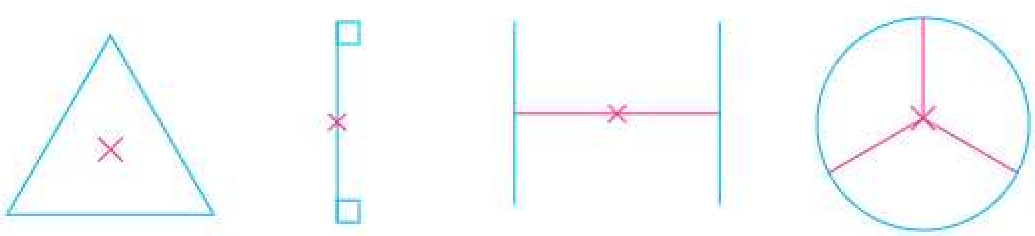
ਹੱਲ : (*i*) ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ।

(*ii*) ਘੁੰਮਣ ਦਿਸ਼ਾ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ।

(*iii*) ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 90° ਹੈ।

(*iv*) ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (X) ਦੁਆਲੇ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ (X) ਦੁਆਲੇ ਘੁਮਾਓਦਾਰ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵੀ ਦੱਸੋ।



(a) (b) (c) (d)

ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ (*a*) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (×) ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3 ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 120° ਹੈ।

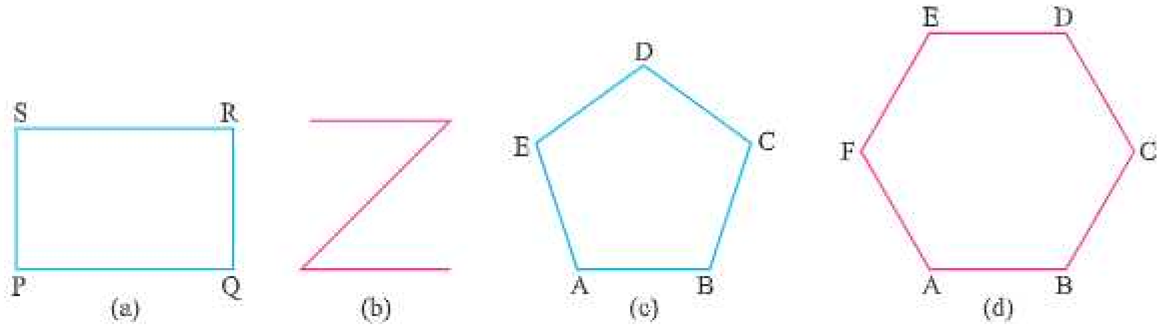
ਚਿੱਤਰ (*b*) ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (×) ਦੁਆਲੇ ਕੋਈ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ (*c*) ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (×) ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 2 ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ 180° ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ (*d*) ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (×) ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3 ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ 120°. ਹੈ।

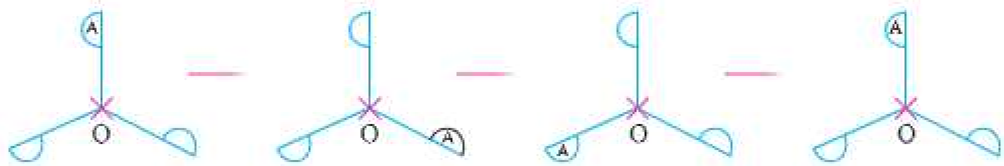
ਅਭਿਆਸ - 14.2

1. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਕ੍ਰਮ ਲਿਖੋ।

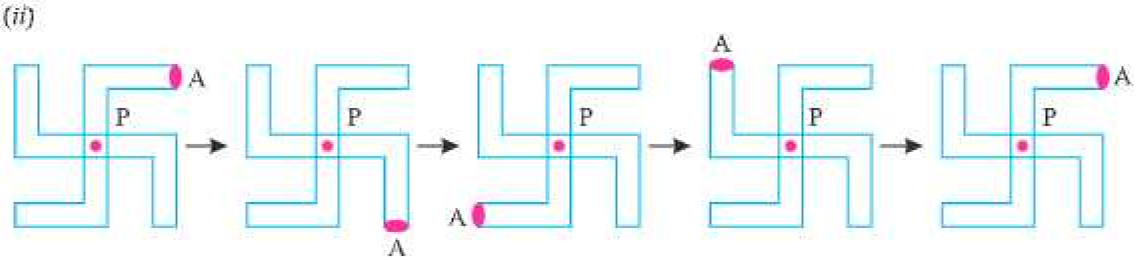


2. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ, ਘੁੰਮਣ ਦਿਸ਼ਾ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦੱਸੋ।

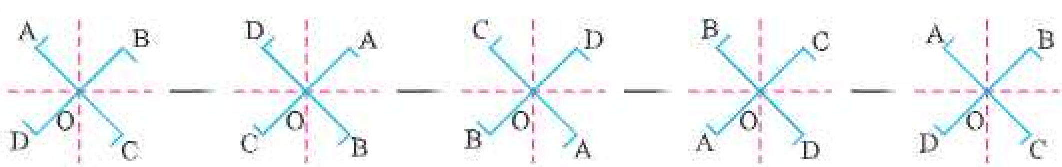
(*i*)



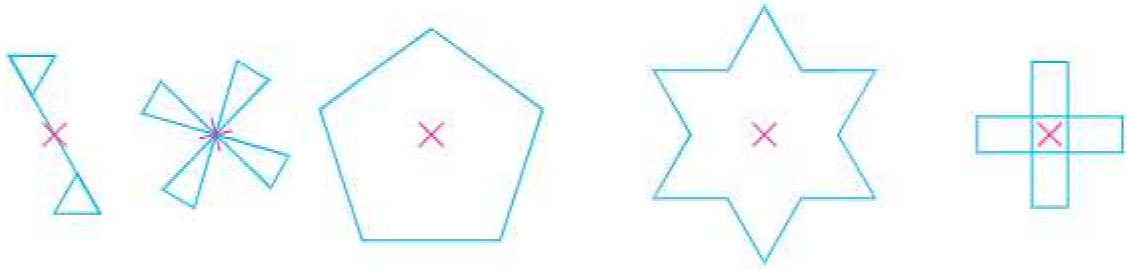
(*ii*)



(*iii*)



3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (×) ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵੀ ਦੱਸੋ—


(a) (b) (c) (d) (e)

4. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਹੈ :

(*a*) 60° (*b*) 70°

(*c*) 90° (*d*) 120°

(*ii*) ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਆਪਣੇ ਕੇਂਦਰ 'ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

(*a*) 45° (*b*) 90°

(*c*) 180° (*d*) 270°

(*iii*) ਅੰਗਰੇਜੀ ਦੇ ਅੱਖਰ Z ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਕੀ ਹੈ ?

(*a*) 0 (*b*) 1

(*c*) 2 (*d*) 3

(*iv*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ?

(*a*) S (*b*) E

(*c*) B (*d*) P

(*v*) ਜੇ ਛੋਟੇ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 90° ਹੈ ਤਾਂ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

(*a*) 1 (*b*) 3

(*c*) 4 (*d*) 2

ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ : ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਕੁਝ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ, ਕੁੱਝ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਦੋਨੋਂ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਹਨ :

(*i*) ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

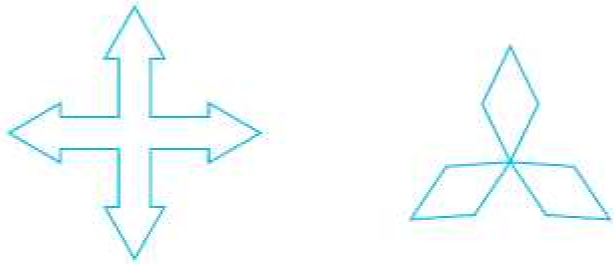
(*ii*) ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(*iii*) ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਨੋਂ ਹਨ। ਵਰਗ ਵਿੱਚ 4 ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

(iv) ਚੱਕਰ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਦੀਆਂ ਅਨੰਤ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਕੇਂਦਰ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕੋਣ 'ਤੇ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਨੋਟ : ਜੇ ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਦੀਆਂ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਵੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(a) (b)

ਹੱਲ : (*a*) ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 2

ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ = $90°$

(*b*) ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 3

ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ = $120°$

ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਨੋਂ ਹਨ। ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ, ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦੱਸੋ।

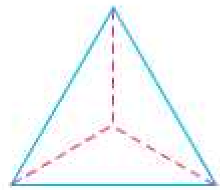
(a) (b) (c)

ਹੱਲ :

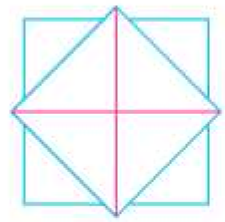
ਲੜੀ ਨੰ.	ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਨਾਮ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ
1.	ਵਰਗ	4	ਵਿਕਰਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ	4
2.	ਆਇਤ	2	ਵਿਕਰਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ	2
3.	ਚੱਕਰ	ਅਨੰਤ	ਕੇਂਦਰ	ਅਨੰਤ

ਅਭਿਆਸ - 14.3

1. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(a)

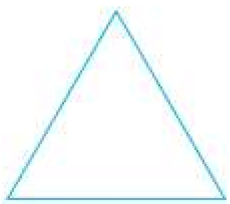


(b)

2. ਕਿਸੇ ਦੋ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜਿੰਨਾਂ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਨੋਂ ਹਨ।

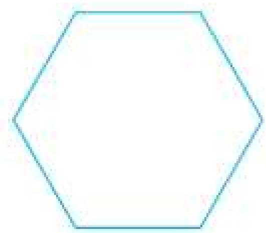
3. ਜੇ ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੀ ਇਸਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗਾ ?

4. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਨੋਂ ਹਨ। ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ, ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(a)

(b)



(c)

5. ਕੁਝ ਅੰਗਰੇਜੀ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਬਣਾਵਟ ਸਮਮਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਕਿਹੜੇ ਵੱਡੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ? ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਕ੍ਰਮ 2 ਹੈ ? ਇੰਨਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸੋਚਦੇ ਹੋਏ, ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਭਰੋ :

ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਰਣਮਾਲਾ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ
Z	ਨਹੀ		ਹਾਂ	
S		0		2
H		2		
O	ਹਾਂ			4
E	ਹਾਂ	1		
N			ਹਾਂ	
C	ਹਾਂ			1

6. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) ਜੇ ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਲਈ ਛੋਟੇ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 60° ਤਾਂ ਉਸ ਚਿੱਤਰ ਲਈ ਹੋਰ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਕਿਹੜਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

(*a*) 150° (*b*) 180°
(*c*) 90° (*d*) 330°

(*ii*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਕੋਣ ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ?

(*a*) 120° (*b*) 180°
(*c*) 17° (*d*) 90°

(*iii*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਨੋਂ ਹਨ ?

(a) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (b) ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
(c) ਵਰਗ (d) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ

(*iv*) ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਨੋਂ ਹਨ ?

(a) S (b) O
(c) H (d) L

(*v*) 'MATHS' ਸ਼ਬਦ ਵਿੱਚ, ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ?

(a) M ਅਤੇ T (b) H ਅਤੇ S
(c) A ਅਤੇ S (d) T ਅਤੇ S

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ?

1. ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੁਆਲੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।
2. ਹਰੇਕ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਵਿੱਚ ਜਿੰਨੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਨੀਆਂ ਹੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੋਣਗੀਆਂ।
3. ਸ਼ੀਸ਼ਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ।
4. ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ/ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ—
   - ਇਸ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਘੁਮਾਉ ਕੇਂਦਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
   - ਜਿਸ ਕੋਣ 'ਤੇ ਵਸਤੂ/ਚਿੱਤਰ ਘੁੰਮਦਾ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
   - ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 360° ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅੱਧੇ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਘੁੰਮਣ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਜਾਂ ਘੜੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
5. ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੇ ਉਹ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ 180° ਜਾਂ ਘੱਟ ਕੋਣ ਤੇ ਘੁੰਮ ਕੇ ਉਸੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਾਪਿਸ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।
6. ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ A° ($\le$ 180°) ਤੇ ਘੁਮਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵੀ ਚਿੱਤਰ ਉਹੀ ਨਜਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਘੁਮਾਉ ਕ੍ਰਮ = $\frac{360°}{A°}$ ਹੈ।
7. ਜੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 1 ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ, ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।
8. ਕੁਝ ਵਸਤੂਆਂ/ਚਿੱਤਰਾਂ ਜਾਂ ਆਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁਝ ਵਿੱਚ ਦੋਨੋਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਅਸਮਮਿਤਈ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦੱਸ ਸਕਣਗੇ।
2. ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚ ਸਕਣਗੇ।
3. ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਦੱਸ ਸਕਣਗੇ।

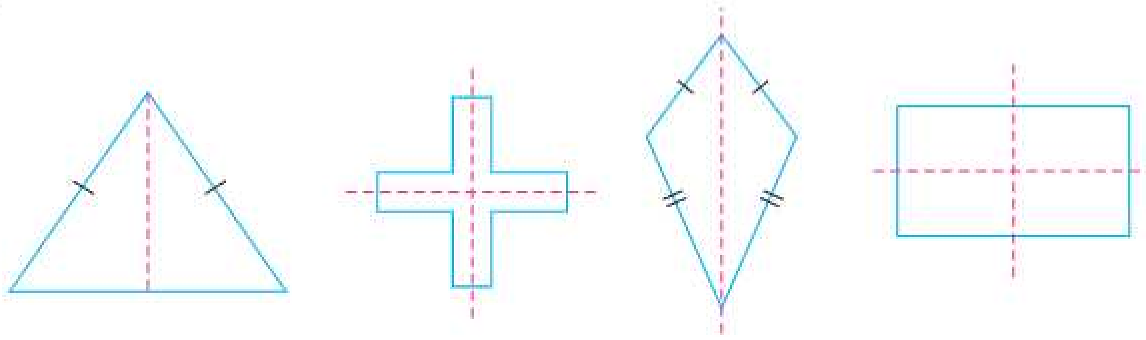
4. ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ, ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਣਗੇ।
5. ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਅਤੇ ਹੋਰ ਘੁਮਾਉਦਾਰ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਨੂੰ ਲੱਭ ਸਕਣਗੇ।

ਉੱਤਰ

ਅਭਿਆਸ 14.1

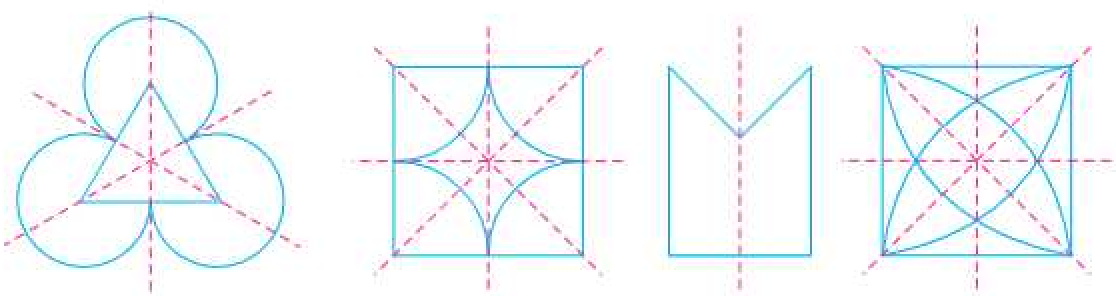
1. ਚਿੱਤਰ (a) ਅਤੇ (c) ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

2.



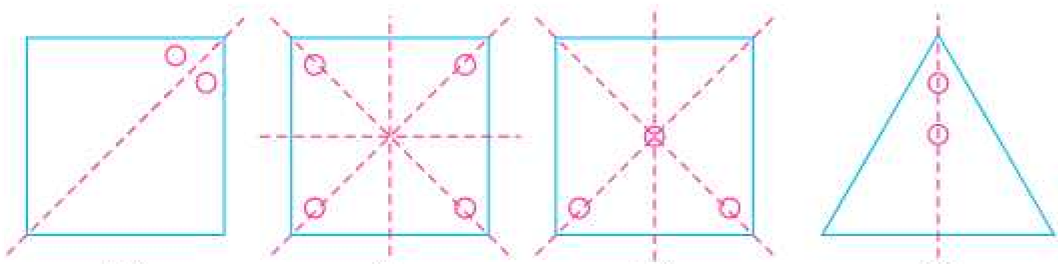
(a) (b) (c) (d)

3.

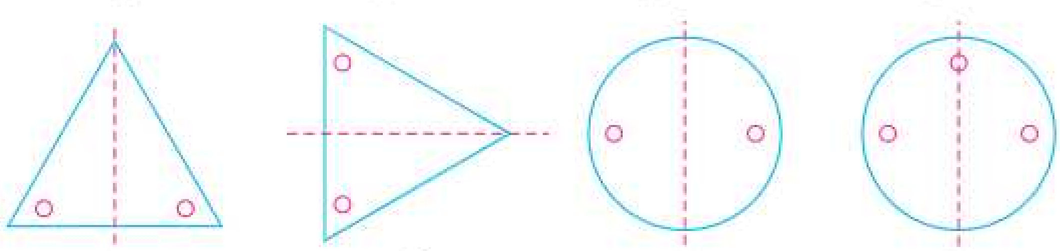


(a) (b) (c) (d)

4.

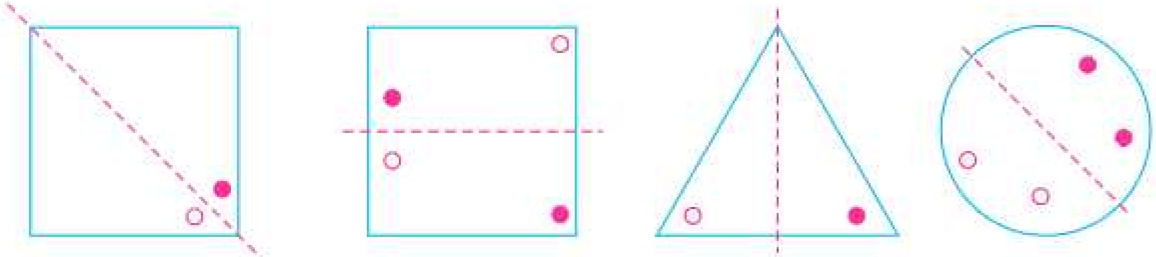


(a) (b) (c) (d)



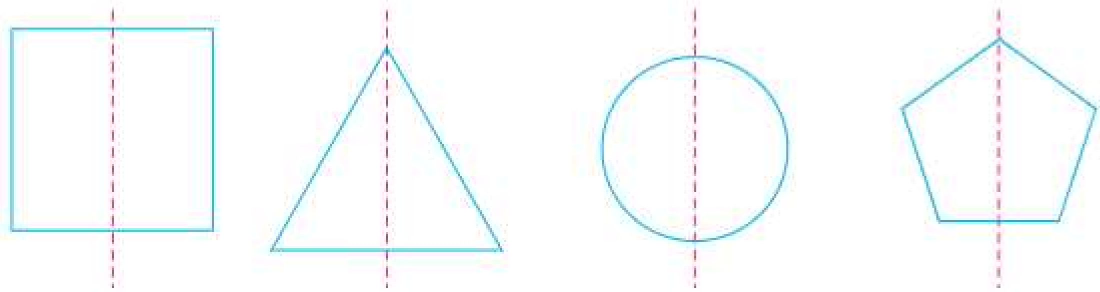
(e) (f) (g) (h)

5. ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੁਆਲੇ ਸੁਰਾਖਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਖਿੱਚੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਲਾਲ ਰੰਗ ਵਾਲੇ ਸੁਰਾਖਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



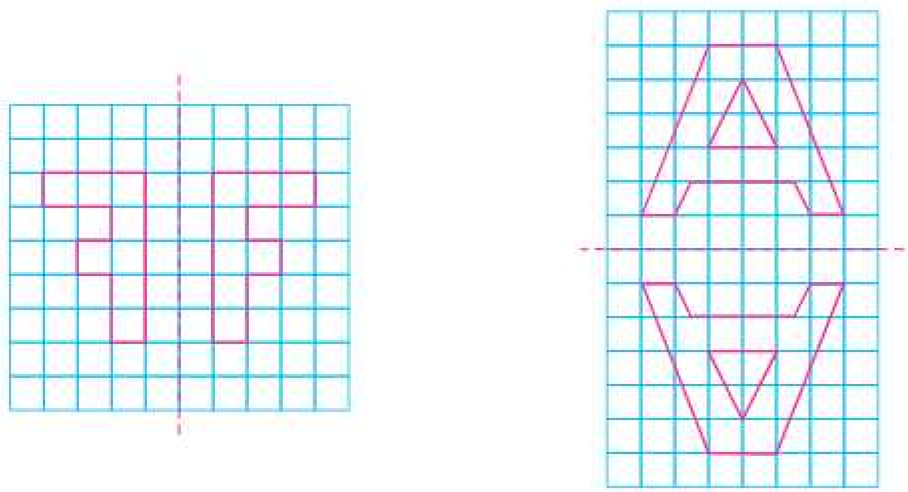
(a) (b) (c) (d)

6.



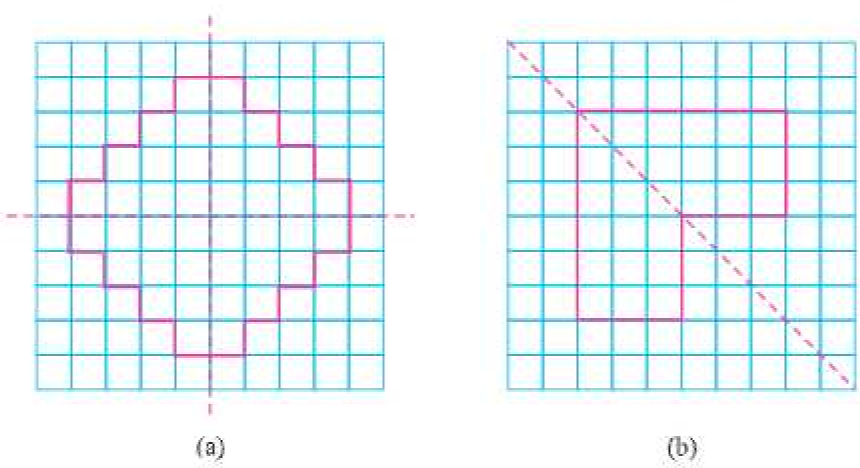
(a) ਵਰਗ (b) ਤ੍ਰਿਭੁਜ (c) ਚੱਕਰ (d) ਪੰਜਭੁਜ

7.



(a) (b)

8.



(a) (b)

9. (*a*) 0 (*b*) 2 (*c*) 2
(*d*) 0 (*e*) 6 (*f*) ਅਨੰਤ

10. (*i*) *a* (*ii*) *c* (*iii*) *b*
(*iv*) *b* (*v*) *b* (*vi*) *a*
(*vii*) *d* (*viii*) *c*

ਅਭਿਆਸ 14.2

1. (*a*) 2 (*b*) 2
(*c*) 5 (*d*) 6

2. (*i*) ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਦਿਸ਼ਾ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 120° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3 ਹੈ।
(*ii*) ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ P ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਦਿਸ਼ਾ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 90° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।
(*iii*) ਘੁੰਮਣ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਦਿਸ਼ਾ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 90° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

3. (*a*) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 180° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 2 ਹੈ।
(*b*) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 90° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।
(*c*) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 72° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 5 ਹੈ।
(*d*) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 60° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 6 ਹੈ।
(*e*) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ 90° ਹੈ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

4. (*i*) *d* (*ii*) *b* (*iii*) c
(*iv*) *a* (*v*) *c*

ਅਭਿਆਸ 14.3

1. (*a*) ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ 3, ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕੇਂਦਰ 120° ਹੈ।
(*b*) ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ 4, ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕੇਂਦਰ 90° ਹੈ।

2. ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਚੱਕਰ

3. ਹਾਂ, ਵਰਗ ਦੀਆਂ 4 ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

4. (*a*) 3, ਕੇਂਦਰਕ , 3 (*b*) 2, ਵਿਕਰਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ, 2
(c) 6, ਛੇ ਭੁਜ ਦਾ ਕੇਂਦਰ, 6

5.

ਅੰਗਰੇਜੀ ਵਰਣਮਾਲਾ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ
Z	ਨਹੀਂ	0	ਹਾਂ	2
S	ਨਹੀਂ	0	ਹਾਂ	2
H	ਹਾਂ	2	ਹਾਂ	2
O	ਹਾਂ	2	ਹਾਂ	4
E	ਹਾਂ	1	ਹਾਂ	1
N	ਨਹੀਂ	0	ਹਾਂ	2
C	ਹਾਂ	1	ਹਾਂ	1

6. (*i*) *b* (*ii*) *c* (*iii*) *c*
(*iv*) *b* (*v*) *b*

ਪਾਠ 15

ਠੋਸ ਆਕਾਰ ਦੀ ਕਲਪਨਾ

ਉਦੇਸ਼ :-

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :-

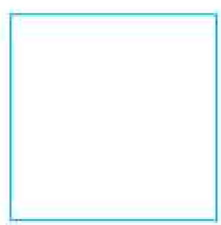
1. ਦੋ ਪਸਾਰੀ (2-D) ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ (3-D) ਆਕਾਰਾਂ ਬਾਰੇ।
2. ਠੋਸ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ, ਫਲਕਾਂ ਅਤੇ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਸਮਝਣਾ।
3. (3-D) ਆਕਾਰ ਦੇ ਜਾਲਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ (3-D) ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ।
4. ਟੇਢੇ ਚਿੱਤਰ ਅਤੇ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਣਾ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਕਰਨਾ।
5. ਠੋਸ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਤੋਂ ਦੇਖਣਾ ਅਤੇ ਲੁਕੇ ਹੋਏ ਫਲਕਾਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।
6. ਆਪਣੀ ਰੋਜਾਨਾਂ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਠੋਸ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨੂੰ ਵਰਤਣਾ।

ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

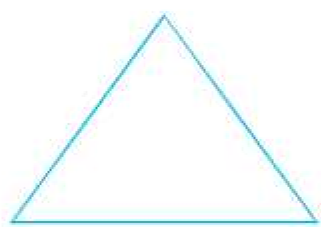
ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਮਤਲ ਅਤੇ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ (Plane figures) : ਪਿਛਲੀਆਂ ਕਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੁੱਝ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਜਿਵੇ ਵਰਗ, ਆਇਤ, ਤਿਕੋਣ, ਚਤੁਰਭੁਜ, ਚੱਕਰ ਆਦਿ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ 2 ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਹਨ— ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਤੇ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਦੋ ਪਸਾਰੀ (2-D) ਚਿੱਤਰ ਜਾਂ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਕੁਝ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਨ :

(i) ਆਇਤ

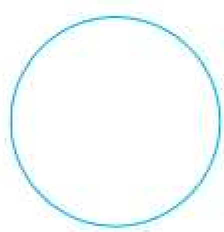


(ii) ਵਰਗ



(iii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ

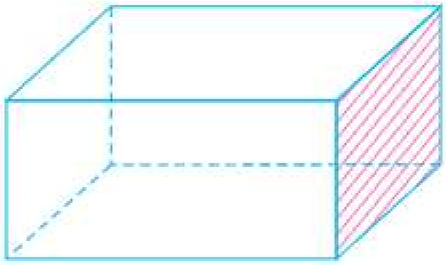
(iv) ਚਤੁਰਭੁਜ



(v) ਚੱਕਰ

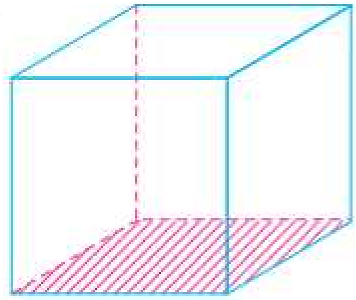
ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ (Solid Shapes) : ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਵਸਤੂਆਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿਤਾਬਾਂ, ਬਕਸੇ, ਰੋਡ ਰੋਲਰ, ਗੇਂਦਾਂ, ਆਇਸਕ੍ਰੀਮ ਆਦਿ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਅਜਿਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ (3-D) ਜਾਂ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਆਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਥਾਨ ਘੇਰਦੇ ਹਨ। ਕੁੱਝ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਨ :

(i)



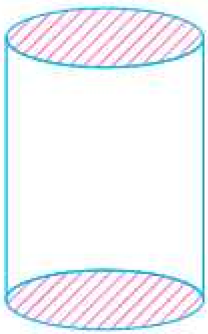
ਘਣਾਵ

(ii)



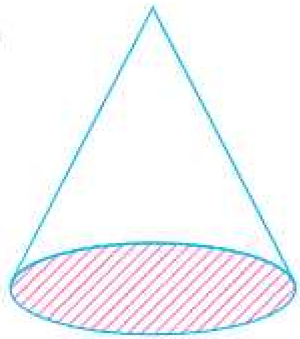
ਘਣ

(iii)



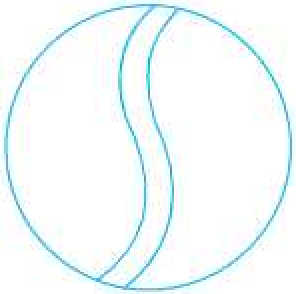
ਬੇਲਨ

(iv)



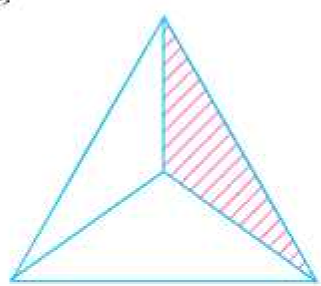
ਸ਼ੰਕੂ

(v)



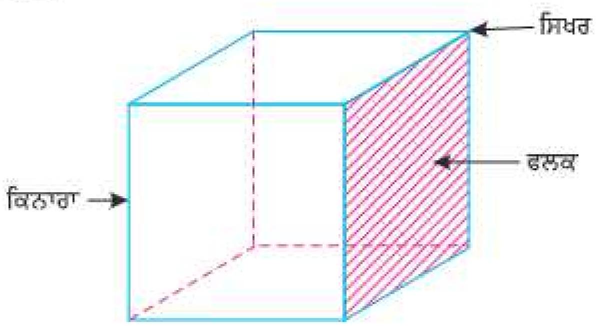
ਗੋਲਾ

(vi)



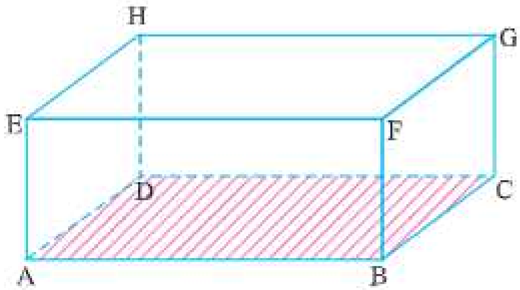
ਤਿਕੋਣਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ

ਫਲਕ, ਕਿਨਾਰੇ ਅਤੇ ਸਿਖ਼ਰ : ਤੁਸੀਂ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਫਲਕ, ਕਿਨਾਰੇ ਅਤੇ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਆਓ ਉਹਨਾਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕਰੀਏ।



ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਠੋਸ ਅਤੇ ਇਸਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Different solid shapes and their features)

ਘਣਾਵ (Cuboid) : ਇੱਕ ਠੋਸ ਜੋ 6 ਆਇਤਾਕਾਰ ਫਲਕਾਂ (ਸਨਮੁੱਖ ਸਰਬੰਗਸਮ ਫਲਕ) ਦੁਆਰਾ ਘਿਰਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨਾਲ 90° ਦੇ ਕੋਣ 'ਤੇ ਹਨ, ਨੂੰ ਘਣਾਵ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਹੇਠ ਦਿੱਤਾ ਚਿੱਤਰ ਘਣਾਵ ABCDEFGH ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ :

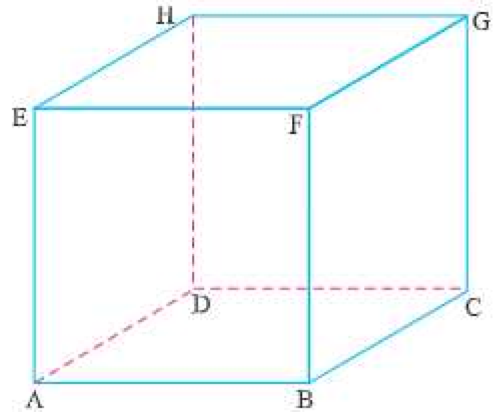


(i) **ਫਲਕ (Faces) :** ਇਸਦੇ 6 ਆਇਤਾਕਾਰ ਫਲਕ ABCD, EFGH, ADHE, BCGF, ABFE ਅਤੇ DCGH ਹਨ। ਇਹਨਾਂ 6 ਫਲਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ABFE, DCGH, BCGF ਅਤੇ ADHE ਨੂੰ ਪਾਸਵੇਂ ਫਲਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

(ii) **ਕਿਨਾਰੇ (Edges) :** ਇਸਦੇ 12 ਕਿਨਾਰੇ AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, BF, CG, AE ਅਤੇ DH ਹਨ।

(iii) **ਸਿਖ਼ਰ (Vertices) :** ਇਸਦੇ 8 ਸਿਖਰ A, B, C, D, E, F, G ਅਤੇ H ਹਨ।

ਘਣ (Cube) : ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਘਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਹੇਠ ਦਿੱਤਾ ਚਿੱਤਰ ਘਣ ABCDEFGH ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ :

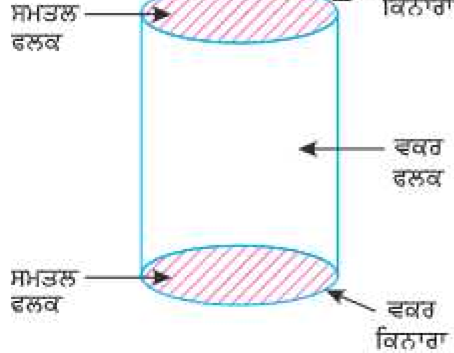


(i) **ਫਲਕ (Faces) :** ਇਸਦੇ 6 ਵਰਗਾਕਾਰ ਫਲਕ ABCD, EFGH, ADHE, BCGF, ABFE 'ਤੇ DCGH ਹਨ ਅਤੇ ਪਾਸਵੇਂ ਫਲਕ ABFE, DCGH, BCGF ਅਤੇ ADHE ਹਨ।

(ii) **ਕਿਨਾਰੇ (Edges) :** ਇਸਦੇ 12 ਕਿਨਾਰੇ AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, BF, CG, AE ਅਤੇ DH ਹਨ।

(iii) **ਸਿਖ਼ਰ (Vertices) :** ਇਸਦੇ 8 ਸਿਖਰ A, B, C, D, E, F ਅਤੇ H ਹਨ।

ਬੇਲਨ (Cylinder) : ਬੇਲਨ ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਠੋਸ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਵਕਰ ਸਤਾ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਆਧਾਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕਾਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਪਾਈਪ, ਕੋਲਡ ਡਰਿੰਕ ਕੈਨ, ਰੋਲਰ ਆਦਿ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬੇਲਨ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ :-

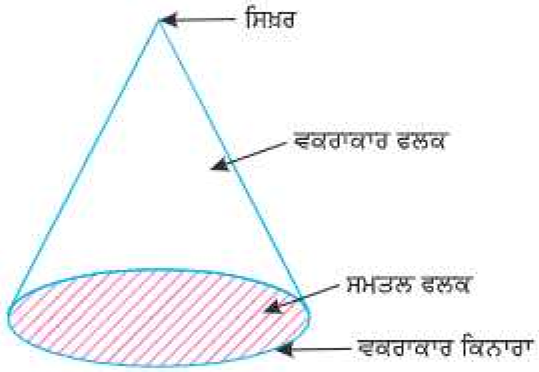


(i) **ਫਲਕ (Faces) :** ਇਸਦੇ ਦੋ ਸਮਤਲ ਫਲਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਕਰਾਕਾਰ ਫਲਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ii) **ਕਿਨਾਰੇ (Edges) :** ਇਸਦੇ ਦੋ ਵਕਰਾਕਾਰ ਕਿਨਾਰੇ ਹਨ।

(iii) **ਸਿਖ਼ਰ (Vertices) :** ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਸਿਖ਼ਰ ਨਹੀ ਹੈ।

ਸ਼ੰਕੂ (Cone) : ਸ਼ੰਕੂ ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਠੋਸ ਹੈ ਜੋ ਸਿਖ਼ਰ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸਮਤਲ ਆਧਾਰ ਦੇ ਵਕਰ ਕਿਨਾਰੇ ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਆਧਾਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਆਇਸਕ੍ਰੀਮ ਕੋਨ, ਕੀਪ, ਸ਼ੰਕੂ ਆਕਾਰ ਟੈਂਟ ਆਦਿ।

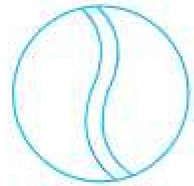


(*i*) **ਫਲਕ (Faces) :** ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਕਰਾਕਾਰ ਫਲਕ ਹੈ।

(*ii*) **ਕਿਨਾਰੇ (Edge) :** ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਵਕਰਾਕਾਰ ਕਿਨਾਰਾ ਹੈ।

(*iii*) **ਸਿਖ਼ਰ (Vertex) :** ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਹੈ।

ਗੋਲਾ (Sphere) : ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਵਸਤੂ ਜੋ ਗੇਂਦ ਦੀ ਤਰਾਂ ਗੋਲਾਕਾਰ ਹੈ, ਨੂੰ ਗੋਲਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।



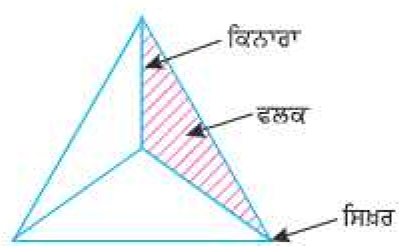
ਦਿੱਤਾ ਚਿੱਤਰ ਗੋਲੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾ ਰਿਹਾ ਹੈ :

(*i*) ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਵਕਰਾਕਾਰ ਫ਼ਲਕ (ਸਤ੍ਹਾ) ਹੈ।

(*ii*) ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਕਿਨਾਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(*iii*) ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਸਿਖ਼ਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ (Triangular Pyramid) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਉਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਵੇ। ਦਿੱਤਾ ਚਿੱਤਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਹੈ।



(*i*) ਇਸਦੇ 4 ਫ਼ਲਕ ਹਨ।

(*ii*) ਇਸਦੇ 6 ਕਿਨਾਰੇ ਹਨ।

(*iii*) ਇਸਦੇ 4 ਸਿਖ਼ਰ ਹਨ।

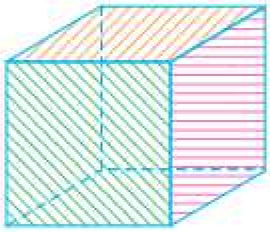
ਸਾਰਣੀ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਠੋਸ ਦਾ ਨਾਮ	ਫਲਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਕਿਨਾਰਿਆ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਸਿਖਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
1.	ਘਣਾਵ	6	12	8
2.	ਘਣ	6	12	8
3.	ਸਿਲੰਡਰ, ਬੇਲਨ	3	12	ਕੋਈ ਨਹੀਂ
4.	ਸ਼ੰਕੂ	2	1	1
5.	ਗੋਲਾ	1	ਕੋਈ ਨਹੀਂ	ਕੋਈ ਨਹੀਂ
6.	ਤਿਕੋਣਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ	4	6	4

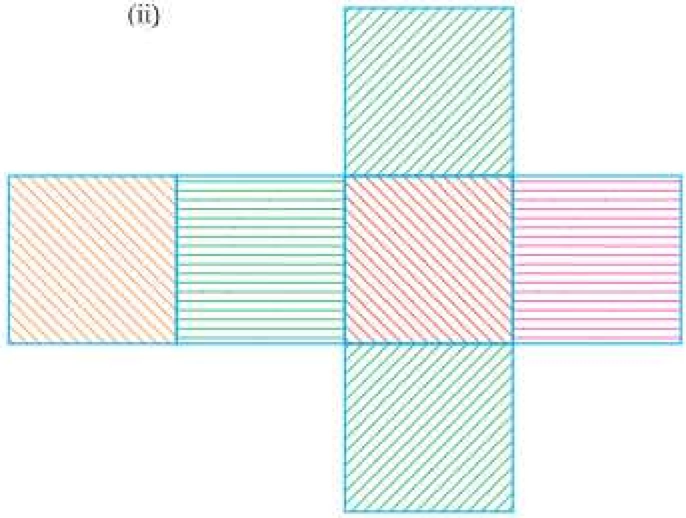
ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ (3-D) ਆਕਾਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਜਾਲ : ਜਾਲ ਇੱਕ 2 ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਚਿੱਤਰ ਜਾਂ ਠੋਸ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਠੋਸ ਦੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਜਾਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ :

ਚਿੱਤਰ (*i*) ਘਣ ਅਤੇ (*ii*) ਘਣ ਦੇ ਜਾਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

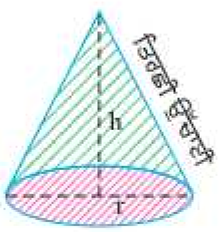
(i)

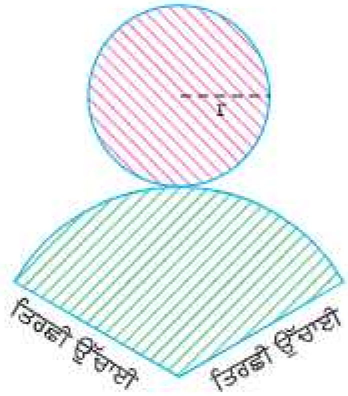


(ii)

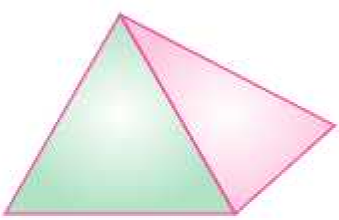


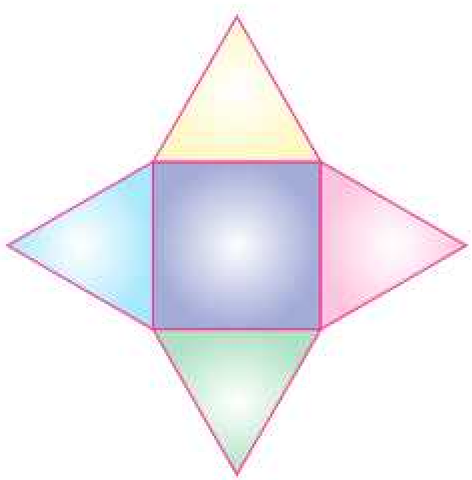
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤੁਸੀਂ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਤੋਂ ਕੱਟ ਕੇ ਉਸਦਾ ਜਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।





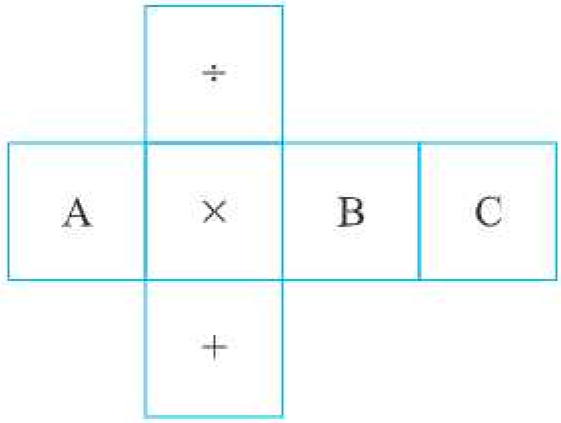
ਮਿਸਰ ਦੇ ਮਹਾਨ ਪਿਰਾਮਿਡ ਜਿੰਨਾ ਦੇ ਆਧਾਰ ਵਰਗਾਕਾਰ ਹਨ ਅਤੇ ਤਿਕੋਣਾਕਾਰ ਹਨ, ਦੇ ਜਾਲ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ।



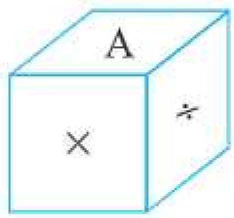


ਅਸੀਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਜਾਲਾਂ ਤੋਂ 3-D ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

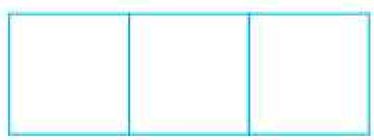
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਦਿੱਤੇ ਜਾਲ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਠੋਸ ਬਣਾਉ।



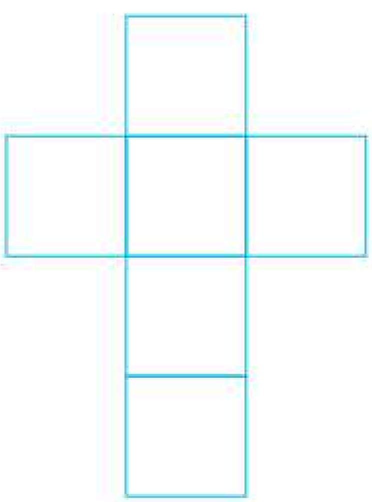
ਹੱਲ :

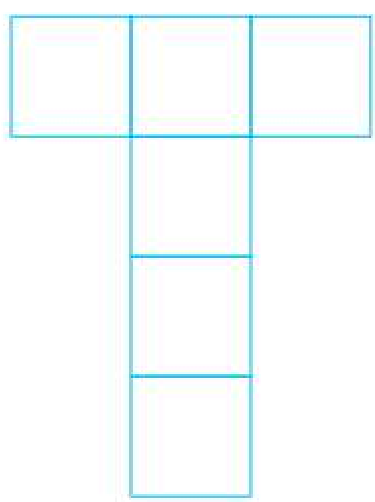


ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਘਣ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਦਿੱਤਾ ਜਾਲ ਅਧੂਰਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਘੱਟੋ ਘੱਟ 2 ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਘਣ ਦੇ 6 ਫਲਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

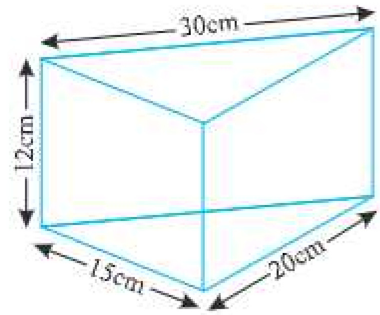


ਹਲ : ਇੱਕ ਘਣ ਦੇ 6 ਫਲਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਘਣ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਜਾਲ ਦੇ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਨ—

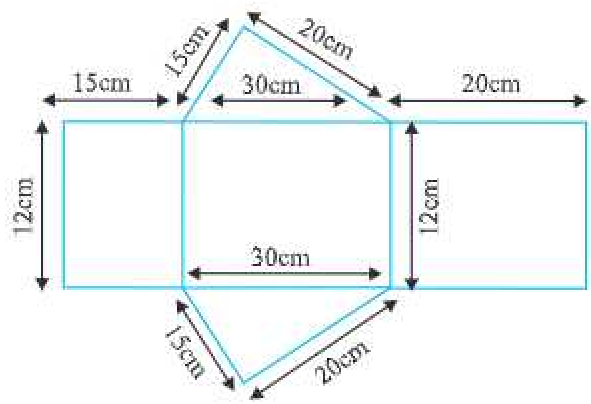




ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਠੋਸ ਦਾ ਜਾਲ ਬਣਾਓ।



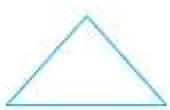
ਹੱਲ : ਦਿੱਤੇ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਜਾਲ

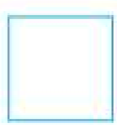


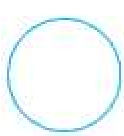
ਅਭਿਆਸ - 15.1

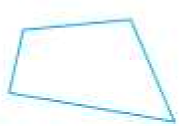
1. ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨਾਲ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਵਾਂ ਦਾ ਮਿਲਾਣ ਕਰੋ :

(*i*) (*a*) ਵਰਗ

(*ii*)  (*b*) ਚੱਕਰ

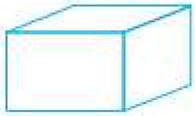
(*iii*)  (*c*) ਚਤੁਰਭੁਜ

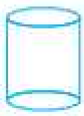
(*iv*)  (*d*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ

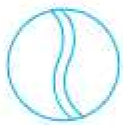
(*v*)  (*e*) ਆਇਤ

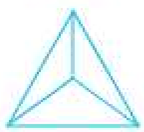
2. ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਵਾਂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਣ ਕਰੋ।

(*i*) (*a*) ਬੇਲਨ

(*ii*)  (*b*) ਤਿਕੋਣਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ

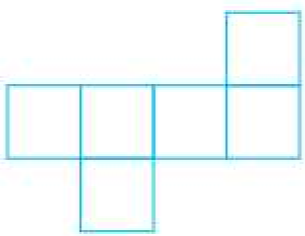
(*iii*)  (*c*) ਗੋਲਾ

(*iv*)  (*d*) ਸ਼ੰਕੂ

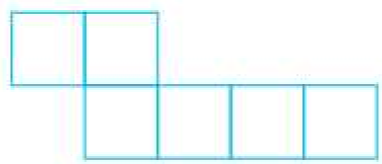
(*v*)  (*e*) ਘਣਾਵ

3. ਘਣ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਲਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਹੀ ਜਾਲਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ।

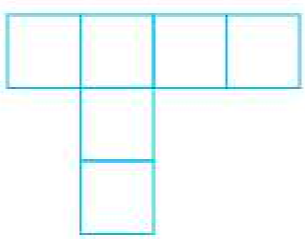
(i)



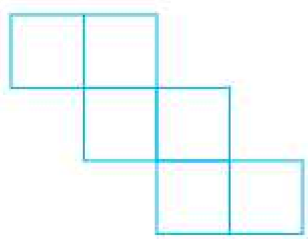
(ii)



(iii)

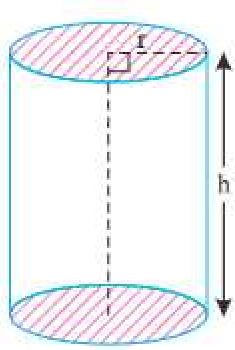


(iv)

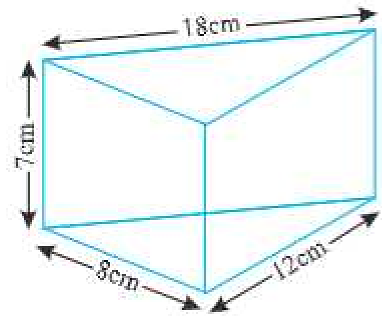


4. ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਦਾ ਜਾਲ ਬਣਾਓ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵਰਗਾਕਾਰ ਆਧਾਰ ਦੀ ਭੁਜਾ 5 ਸਮ ਅਤੇ ਵਕਰ ਕਿਨਾਰਾ 7 ਸਮ ਹੈ।

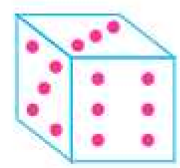
5. ਦਿੱਤੇ ਬੇਲਨ ਦਾ ਜਾਲ ਬਣਾਓ।



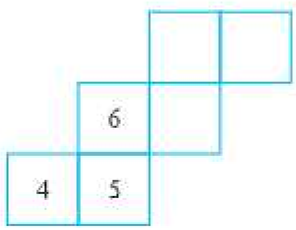
6. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਠੋਸ ਦਾ ਜਾਲ ਬਣਾਓ।



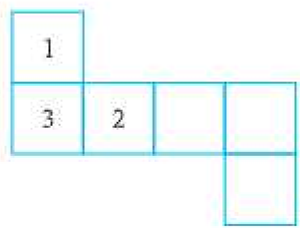
7. ਪਾਸੇ (Dice) ਉਹ ਘਣ ਹਨ ਜਿਸਦੇ ਸਾਰੇ ਫਲਕਾ ਤੇ ਬਿੰਦੂ ਅੰਕਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। (ਪਾਸੇ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾਂ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ 7 ਹੁੰਦਾ ਹੈ)। ਹੇਠਾਂ ਦੋ ਜਾਲ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਪਾਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਫਲਕਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਭਰੋ।



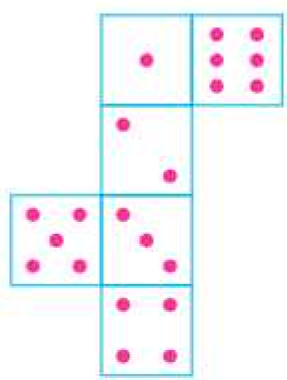
(i)



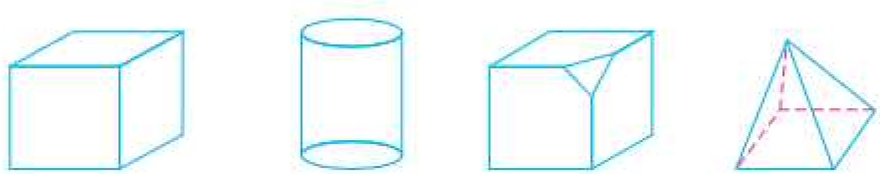
(ii)



8. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਜਾਲ ਨੂੰ ਫੋਲਡ ਕਰਕੇ ਕਿਹੜਾ ਠੋਸ ਬਣਦਾ ਹੈ ?



9. ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਅਨੁਸਾਰ, ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।



(i) (ii) (iii) (iv)

ਫਲਕ		3		
ਕਿਨਾਰੇ	12			8
ਸਿਖਰ	8		10	

10. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

(*i*) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ 3–D ਚਿੱਤਰ ਹੈ ?

(*a*) ਵਰਗ (*b*) ਤਿਕੋਣ

(*c*) ਗੋਲਾ (*d*) ਚੱਕਰ

(*ii*) ਇੱਕ ਬੇਲਨ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਫਲਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?

(*a*) 0 (*b*) 2

(*c*) 1 (*d*) 3

(*iii*) ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਕਿਨਾਰੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?

(*a*) 5 (*b*) 8

(*c*) 7 (*d*) 4

(*iv*) ਪਾਸੇ (Dice) ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾਂ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਜੋੜ .... ਹੈ ।

(*a*) 8 (*b*) 7

(*c*) 9 (*d*) 6

(*v*) ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(*a*) ਘਣਾਵ (*b*) ਗੋਲਾ

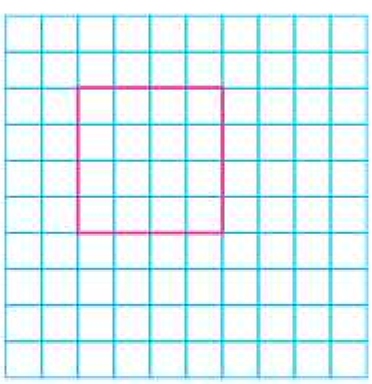
(*c*) ਚਤੁਰਭੁਜ (*d*) ਪਿਰਾਮਿਡ

ਸਮਤਲ ਸਤ੍ਹਾ ਤੇ ਠੋਸ ਬਣਾਉਣਾ (Drawing solids on a flat surface)

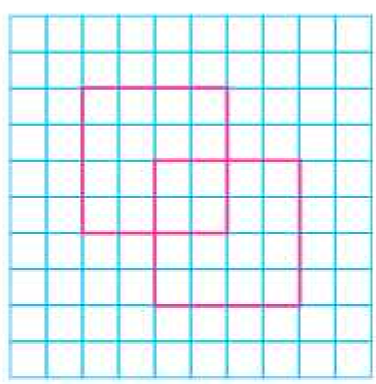
ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕੋਈ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਵਿੱਚ ਸਮੱਸਿਆ ਆਉਂਦੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਡੀ ਡਰਾਇੰਗ ਸਤ੍ਹਾ ਇੱਕ ਪੇਜ/ਬੋਰਡ (2-D) ਹੈ। ਪੇਜ਼ ਤੇ 3 ਪਸਾਰੀ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਹਨ।

1. ਟੇਢੇ (Oblique) ਸਕੇਚ
2. ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ (Isometric) ਸਕੈਚ/ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ

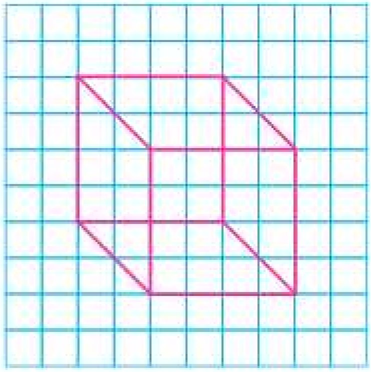
ਟੇਢੇ (Oblique) ਸਕੈਚ : ਟੇਢੇ ਸਕੇਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਰੂਪ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਘਣ ਨੂੰ ਟੇਢੇ ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਉਣ ਦੇ ਪਗ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।



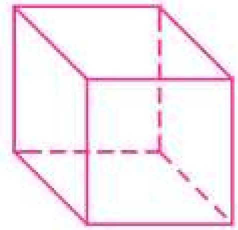
ਪਗ 1
ਵਰਗ ਬਣਾਓ



ਪਗ 2
ਦੂਜਾ ਵਰਗ ਬਣਾਓ ਜਿੱਥੇ ਦੋਨੋਂ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਮਿਲਦੇ ਹਨ



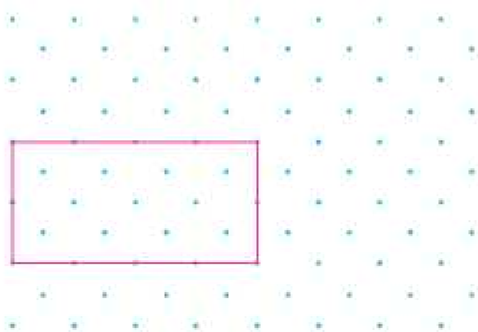
ਪਗ 3
ਦੋਨੋਂ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ
ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ



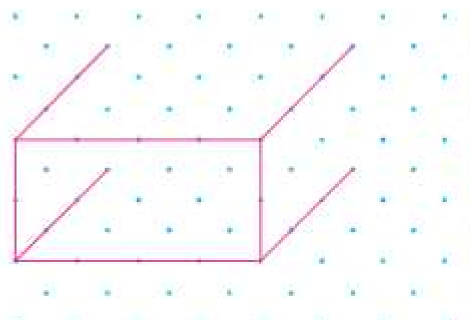
ਪਗ 4
ਛੁਪੇ ਹੋਏ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਨੂੰ
ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ

ਇਸੇ ਤਰਾਂ ਅਸੀਂ ਘਣਾਵ ਦਾ ਟੇਢਾ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। (ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਘਣਾਵ ਦੇ ਫ਼ਲਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹਨ)

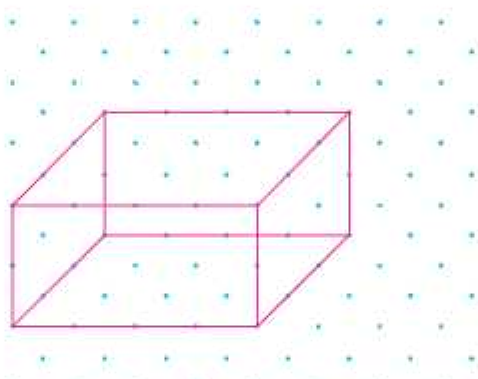
***(ii)* ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ (Isometric sketches) :** ਇੱਕ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪੇਪਰ ਉਹ ਪੇਪਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਪੈਟਰਨ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਵਿੱਚ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ $4 \times 3 \times 3$ ਘਣਾਵ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਪਗ ਦਿੱਤੇ ਹਨ :



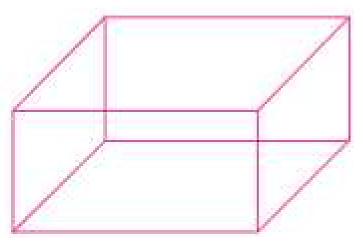
ਪਗ 1
ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੇ ਫਲਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ
ਲਈ ਆਇਤ ਬਣਾਓ



ਪਗ 2
ਆਇਤ ਦੇ ਚਾਰੋਂ ਸਿਖਰਾਂ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ
3 ਵਾਲੇ ਚਾਰ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਖਿੱਚੋ



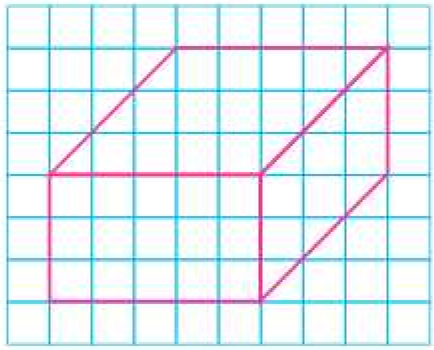
ਪਗ 3
ਸੰਗਤ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਏ
ਅਨੁਸਾਰ ਮਿਲਾਓ



ਪਗ 4
ਇਹ ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ
ਸਕੈਚ ਹੈ।

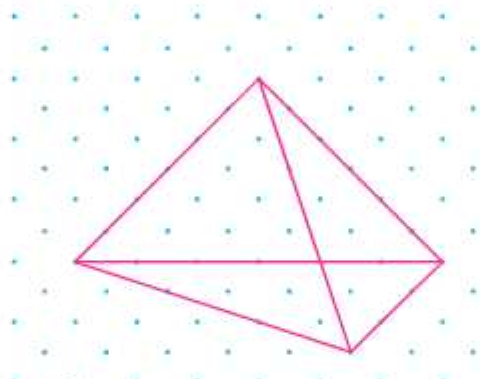
ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਘਣਾਵ ਦਾ ਟੇਢਾ ਸਕੈਚ ਬਣਾਉ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 5*cm*, ਚੌੜਾਈ 4*cm* ਅਤੇ ਉਚਾਈ 3*cm* ਹੈ।

ਹੱਲ : ਲੰਬਾਈ 5*cm*, ਚੌੜਾਈ 4*cm* ਉਚਾਈ 3*cm* ਵਾਲੇ ਘਣਾਵ ਦਾ ਟੇਢਾ ਚਿੱਤਰ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ।



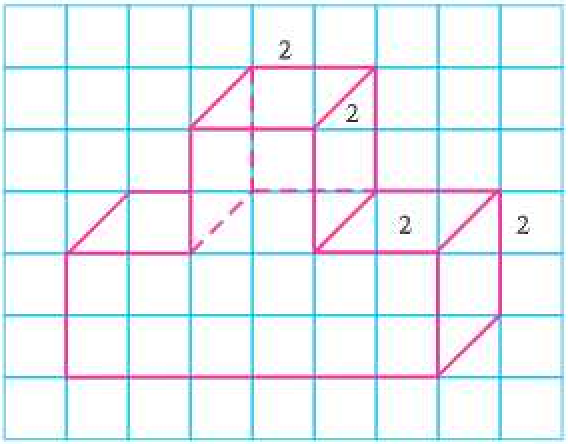
ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਤਿਕੋਣਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਦਾ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਬਣਾਓ।

ਹੱਲ : ਤਿਕੋਣਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਦਾ ਆਇਸਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ।

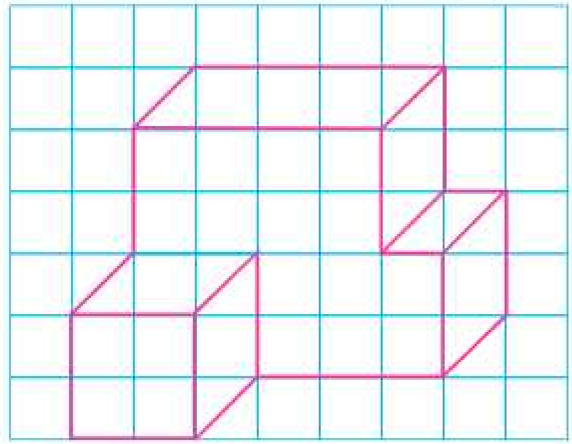


ਅਭਿਆਸ - 15.2

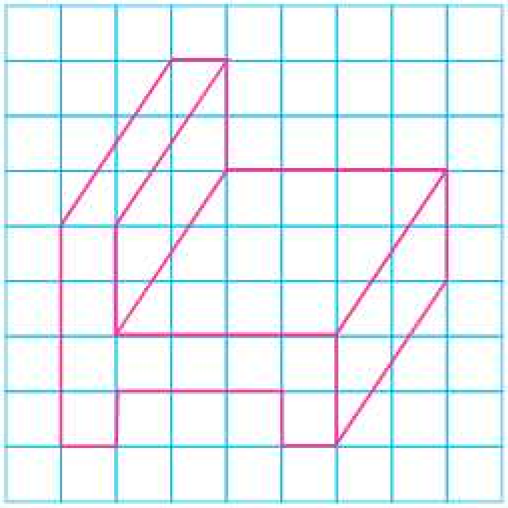
1. ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਬਿੰਦੂ ਪੇਪਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਬਣਾਓ।



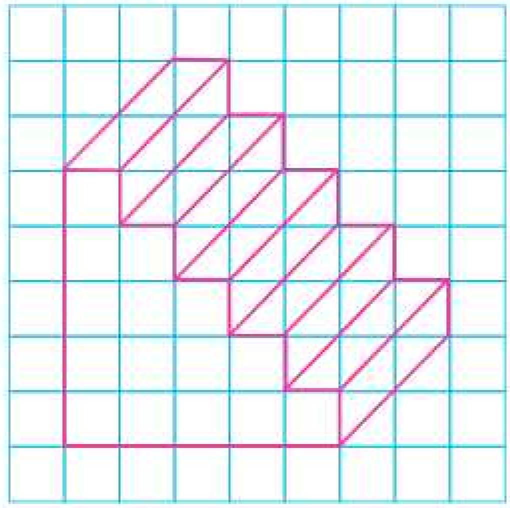
(i)



(ii)

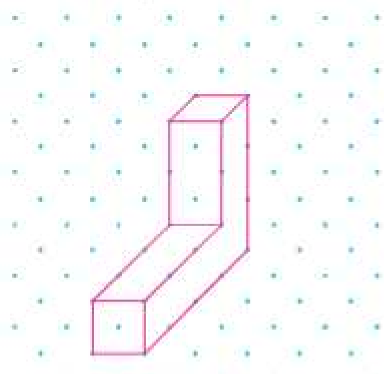


(iii)

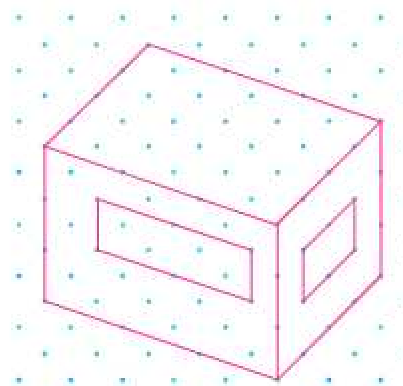


(iv)

2. (*i*) ਇੱਕ ਟੇਢਾ ਸਕੈਚ (*ii*) ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਬਣਾਓ।
   (*a*) ਇੱਕ ਘਣ ਦੇ ਲਈ ਜਿਸਦਾ ਕਿਨਾਰਾ 4 ਸਮ ਹੈ।
   (*b*) ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਦੇ ਲਈ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 6 ਸਮ, ਚੌੜਾਈ 5 ਸਮ ਅਤੇ ਉਚਾਈ 3 ਸਮ ਹੈ।
3. ਦੋ ਘਣ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ 3 ਸਮ ਦੇ ਹਨ, ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਘਣਾਵ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਘਣਾਵ ਦਾ ਟੇਢਾ ਚਿੱਤਰ ਅਤੇ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ।
4. ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਜਿਸਦੇ ਆਧਾਰ ਵਿੱਚ 6 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੀ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ 4 ਸਮ ਹੈ ਦਾ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਬਣਾਓ।
5. ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ ਦਾ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਬਣਾਓ।
6. ਦਿੱਤੇ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚਾਂ ਦੇ ਟੇਢੇ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ।

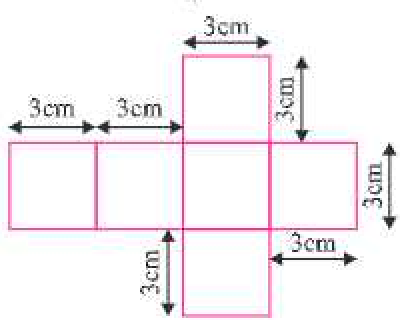


(i)



(ii)

7. ਦਿੱਤੇ ਜਾਲ ਦੁਆਰਾ ਬਣੇ ਠੋਸ ਦਾ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਬਣਾਓ।



8. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

(*i*) ਇੱਕ ਟੇਢੀ (oblique) ਸ਼ੀਟ ਕਿਸ ਦੀ ਬਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ :

(*a*) ਆਇਤ (*b*) ਵਰਗ

(*c*) ਸਮਕੋਣੀ ਤਿਕੋਣ (*d*) ਸਮਭੁਜ ਤਿਕੋਣ

(*ii*) ਇੱਕ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ ਕਿਹੜਾ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ?

(*a*) ਵਰਗ (*b*) ਆਇਤ

(*c*) ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ (*d*) ਸਮਕੋਣੀ ਤਿਕੋਣ

(*iii*) ਇੱਕ ਟੇਢੇ ਸਕੈਚ ਵਿੱਚ .... ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

(*a*) ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤੀ ਲੰਬਾਈਆਂ (*b*) ਸਮਾਂਤਰ ਲੰਬਾਈਆਂ

(*c*) ਅਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤੀ ਲੰਬਾਈਆਂ (*d*) ਲੰਬ ਲੰਬਾਈਆਂ

(*iv*) ਇੱਕ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਵਿੱਚ .... ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

(*a*) ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤੀ ਲੰਬਾਈਆਂ (*b*) ਸਮਾਂਤਰ ਲੰਬਾਈਆਂ

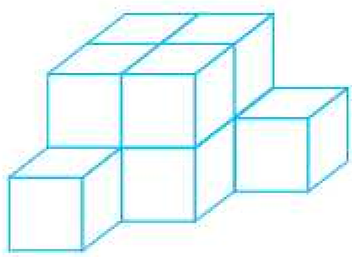
(*c*) ਅਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤੀ ਲੰਬਾਈਆਂ (*d*) ਲੰਬ ਲੰਬਾਈਆਂ

(*v*) ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚਾਂ ਵਿੱਚ .... ਵਸਤੂਆਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(*a*) 2 ਪਾਸਾਰੀ (2-D) (*b*) ਪਰਛਾਵਾਂ

(*c*) 3 ਪਾਸਾਰੀ (3-D) (*d*) ਪਾਸਾਰੀ

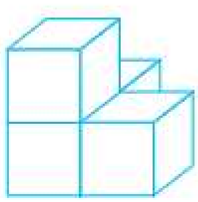
ਠੋਸ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣਾ : ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਇੱਕ ਜਗ੍ਹਾ ਤੋਂ ਉਸਨੂੰ ਪੂਰਾ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕੇ। ਠੋਸ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉਸਦੇ ਦੇਖਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕੁਝ ਸੰਯੋਜਿਤ ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕੁੱਝ ਹਿੱਸਾ, ਦੇਖਣ ਵਾਲੇ ਤੋਂ ਲੁੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰਾਂ ਦੇਖਣਾ ਇੱਕ ਹੁਨਰ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਉਸਦੇ ਛੁਪੇ ਹੋਏ ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



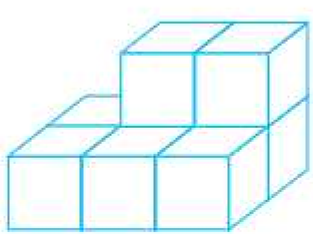
ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਸੰਯੋਜਿਤ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ ਇਸ ਢਾਂਚੇ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਘਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ? ਥੋੜਾ ਬਹੁਤ ਸੋਚਣ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਉੱਤਰ ਮਿਲ ਜਾਵੇਗਾ। ਇਸ ਢਾਂਚੇ ਵਿੱਚ 10 ਘਣ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ-1 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਢਾਂਚਿਆਂ ਵਿੱਚ ਘਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

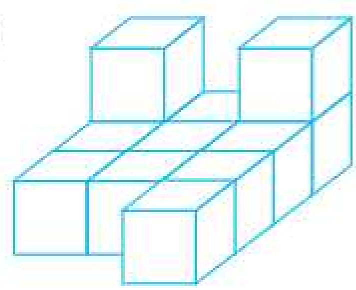
(i)



(ii)



(iii)

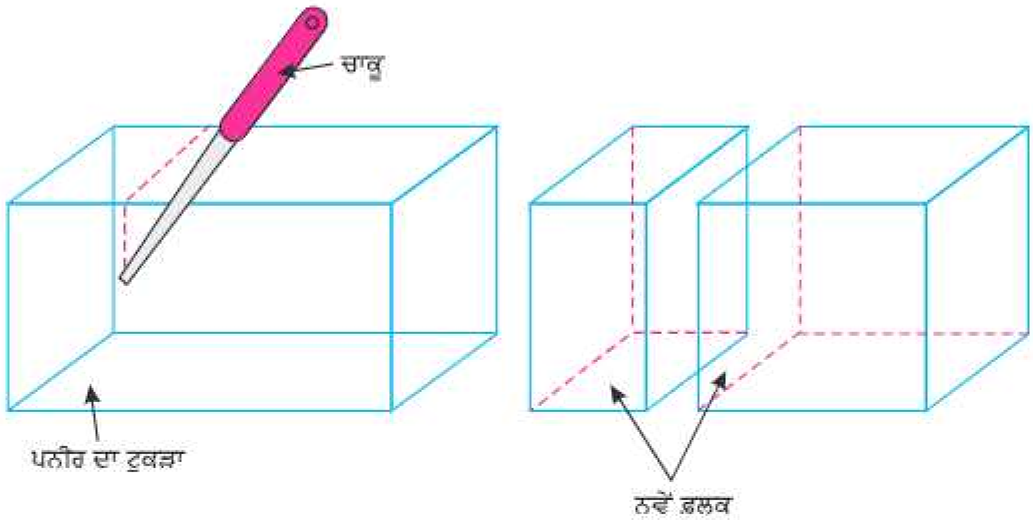


ਹੱਲ : (*i*) 4 (*ii*) 8 (*iii*) 12

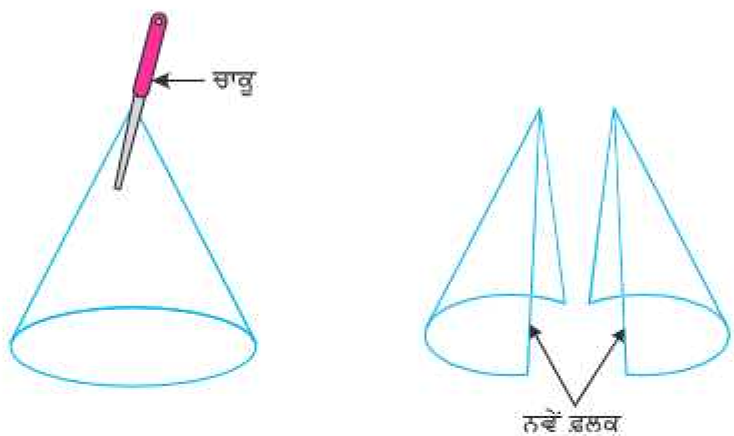
ਠੋਸ ਦੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ (Viewing different sections of a solid)

3-D ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਤਰਾਂ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ—

1. ਕੱਟ ਕੇ ਜਾਂ ਟੁੱਕੜੇ ਕਰਕੇ (Cutting or Slicing) : ਇੱਕ ਠੋਸ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਨੂੰ ਚਾਕੂ ਨਾਲ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਸ ਠੋਸ ਦੇ ਦੋ ਨਵੇਂ ਫਲਕ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਫਲਕਾਂ ਨੂੰ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ (cross-sections) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਇੱਕ ਪਨੀਰ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਨੂੰ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਣ 'ਤੇ 2 ਨਵੇਂ ਫ਼ਲਕ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।



ਇਸੇ ਤਰਾਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਸ਼ੰਕੂ ਨੂੰ ਖੜ੍ਹਵੇਂ ਰੂਪ 'ਚ ਕੱਟਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਨਵੇਂ ਫਲਕ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

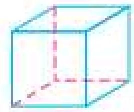
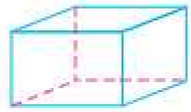
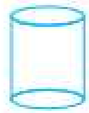
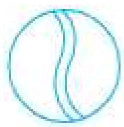
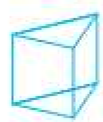


ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਨੂੰ ਕੱਟਣ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਸਮਤਲ ਫ਼ਲਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਮਤਲ ਫ਼ਲਕ ਨੂੰ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ (cross-sections) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਸਮਤਲ ਵਕਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

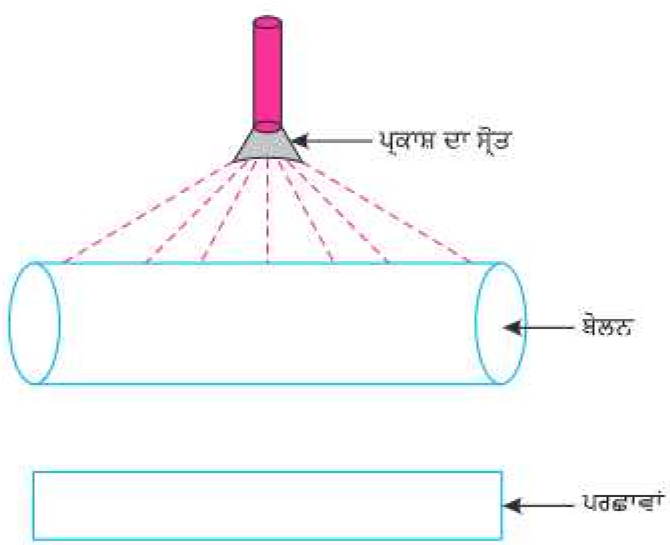
ਉਦਾਹਰਨ-2 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸ ਵਿੱਚ (*i*) ਖੜ੍ਹਵੇਂ ਕੱਟ (*ii*) ਲੇਟਵੇਂ ਕੱਟ ਨਾਲ ਕਿਹੜੀ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਬਣਦੀ ਹੈ ?

(*a*) ਘਣ (*b*) ਘਣਾਵ
(*c*) ਸਿਲੰਡਰ (*d*) ਗੋਲਾ
(*e*) ਸ਼ੰਕੂ (*f*) ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪ੍ਰਿਜ਼ਮ

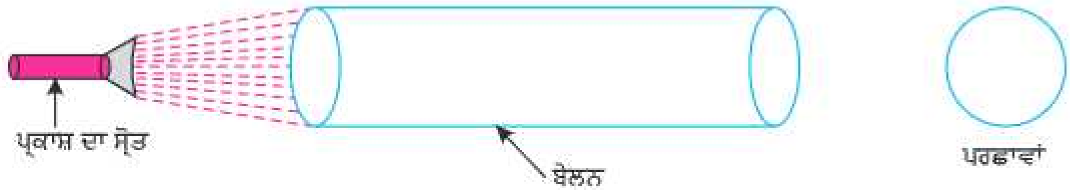
ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਵੀ ਬਣਾਓ।

	ਠੋਸ ਦਾ ਨਾਂ	ਸਕੈਚ/ਚਿੱਤਰ	ਖੜ੍ਹਵਾਂ ਕੱਟ	ਲੇਟਵਾਂ ਕੱਟ
(*a*)	ਘਣ		ਵਰਗ	ਵਰਗ
(*b*)	ਘਣਾਵ		ਆਇਤ	ਆਇਤ
(*c*)	ਸਿਲੰਡਰ		ਆਇਤ	ਚੱਕਰ
(*d*)	ਗੋਲਾ		ਚੱਕਰ	ਚੱਕਰ
(*e*)	ਸ਼ੰਕੂ		ਤ੍ਰਿਭੁਜ	ਚੱਕਰ
(*f*)	ਤ੍ਰਿਭੁਜਕਾਰ ਪ੍ਰਿਜ਼ਮ		ਆਇਤ	ਤ੍ਰਿਭੁਜ

3. ਤਿੰਨ-ਪਾਸਾਰੀ (3-D) ਵਸਤੂ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਨਾਲ : 3-D ਵਸਤੂ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ 2-D ਚਿੱਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਲਾਈਟ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਦਲਣ ਦੇ ਨਾਲ, ਪਰਛਾਵਾਂ ਵੀ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਬੇਲਨ ਦੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਪਾਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਪਰਛਾਵਾਂ ਆਇਤਾਕਾਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

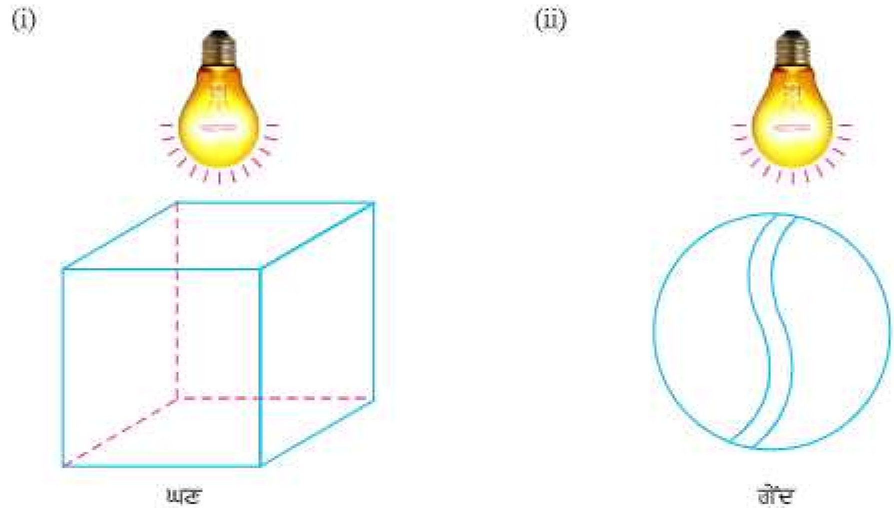


ਪਰੰਤੂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਬੇਲਨ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਪਾਵਾਂਗੇਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਪਰਛਾਵਾਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

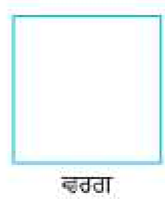


ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ, ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਦਲਣ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵੀ ਬਦਲਣ 'ਤੇ ਬਦਲਦਾ ਹੈ।

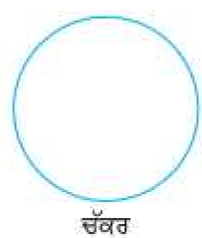
ਉਦਾਹਰਨ-3 : ਜੇ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ 'ਤੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਪਾਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦਾ ਕੀ ਆਕਾਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ।



ਹਲ : (*i*) ਘਣ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਵਰਗਾਕਾਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ।

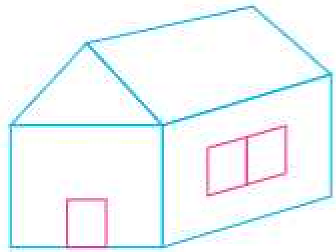


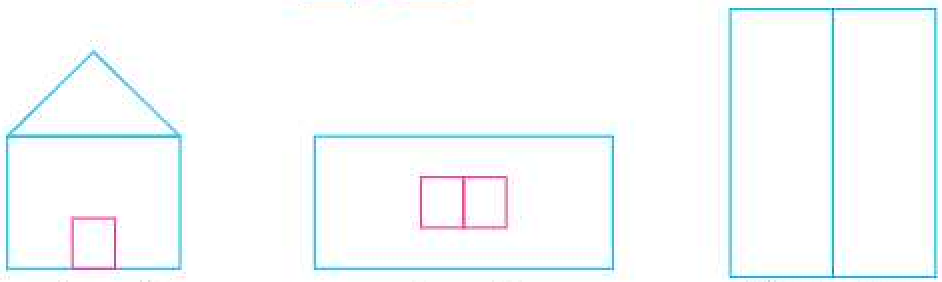
(*ii*) ਗੇਂਦ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ।



3. ਠੋਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦਿਸ਼ਾ ਤੋਂ ਦੇਖਣਾ : ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਣ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਜਿਵੇਂ ਸਾਹਮਣੇ ਤੋਂ, ਪਾਸੇ ਤੋਂ, ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੇਖਣਾ ਵੀ ਹੈ। ਜਿਸ ਨਾਲ ਠੋਸ ਬਾਰੇ ਬਹੁਤ ਜਾਣਕਾਰੀ ਮਿਲ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਠੋਸ ਦੇ ਤਿੰਨ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ : ਘਰਦੇ ਤਿੰਨ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਸਾਹਮਣਾ, ਪਾਸੇ ਦਾ ਅਤੇ ਉੱਪਰਲਾ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ—

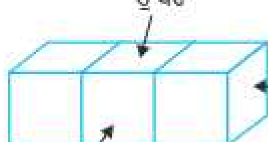




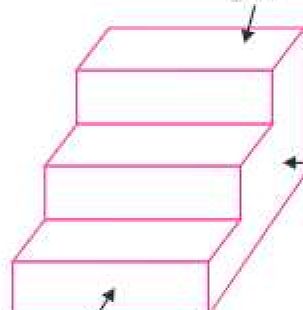
ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

ਉਦਾਹਰਨ-4 : ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੇ, ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਬਣਾਓ।

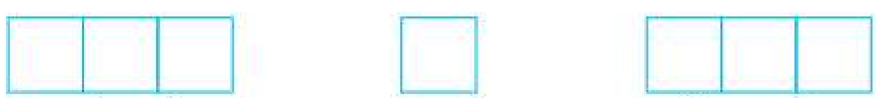
(i)



(ii)

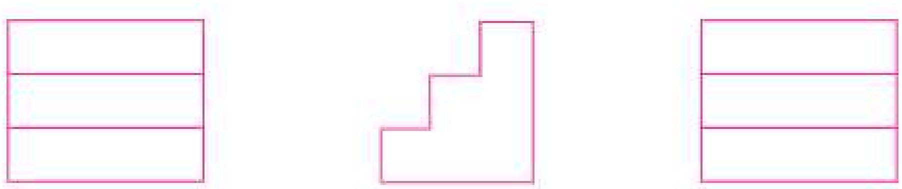


ਹਲ : (i)



ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

(ii)

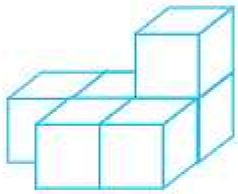


ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

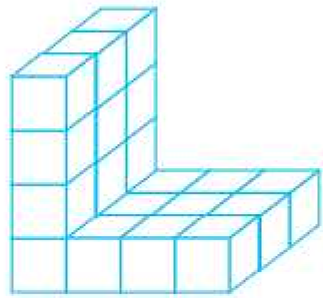
ਅਭਿਆਸ - 15.3

1. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਘਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸੋ।

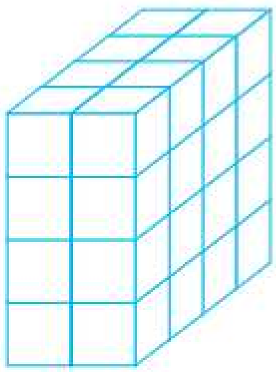
(i)



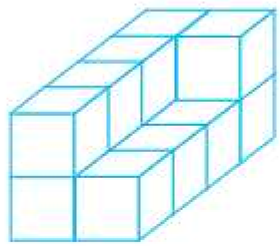
(ii)



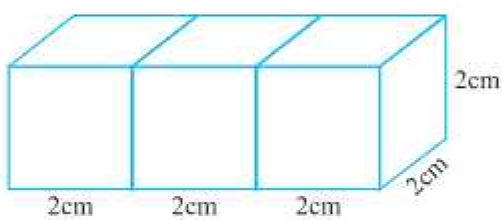
(iii)



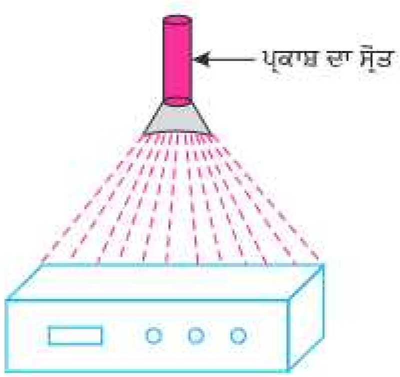
(iv)



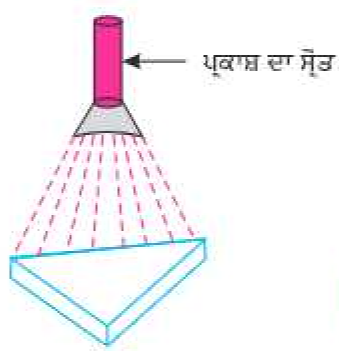
2. ਜੇ ਤਿੰਨ ਘਣ, ਜਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀ ਭੁਜਾ 2 ਸਮ ਹੈ, ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਮਿਲਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਬਣੇ ਘਣਾਵ ਦਾ ਮਾਪ ਦੱਸੋ।



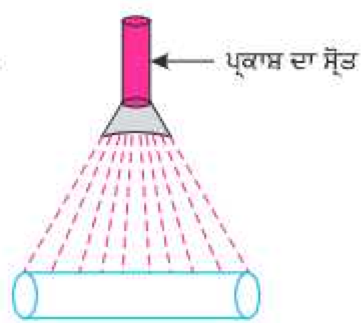
3. ਜੇ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਪਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਬਣੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦਾ ਆਕਾਰ ਦੱਸੋ ਅਤੇ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ।



(i) ਡੀ.ਵੀ.ਡੀ. ਪਲੇਅਰ



(ii) ਸੈਂਡਵਿਚ



(iii) ਸਟਰਾਅ (Straw)

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਨੂੰ

(*i*) ਖੜਵੇਂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ (*ii*) ਲੇਟਵੇਂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ

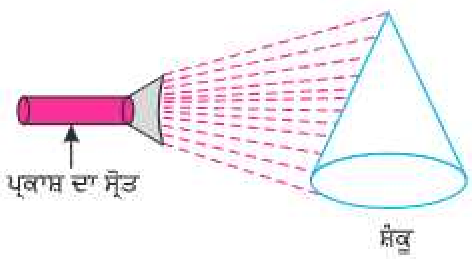
ਪ੍ਰਾਪਤ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ (cross-section) ਦਾ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

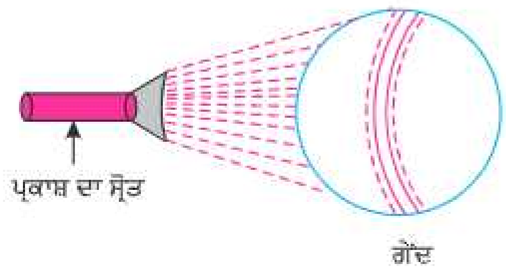
(*a*) ਪਾਸਾ (dice) (*b*) ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਿਰਾਮਿਡ

(*c*) ਗੋਲ ਤਰਬੂਜ (*d*) ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਈਪ

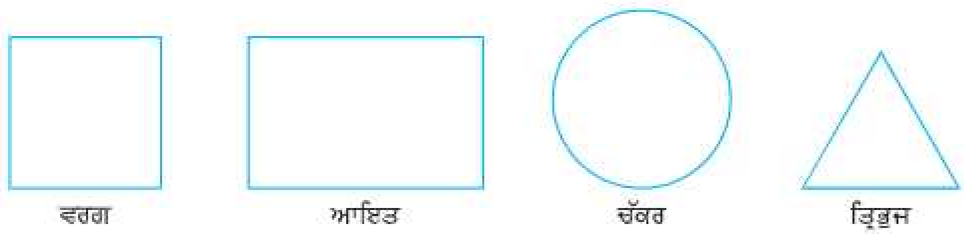
(*e*) ਇੱਟ (*f*) ਆਇਸਕ੍ਰੀਮ ਕੋਨ

5. ਜੇ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਰੋਸ਼ਨੀ ਪਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਅਤੇ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ।



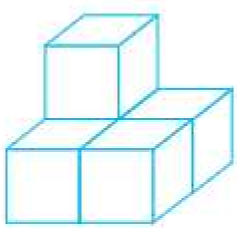


6. ਹੇਠਾਂ ਕੁੱਝ 3–D ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟਰ ਦੇ ਦੇਖਣ ਤੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦਰਸਾਏ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਠੋਸਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਇਹ ਪਰਛਾਵੇਂ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। (ਉੱਤਰ ਇੱਕ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।)

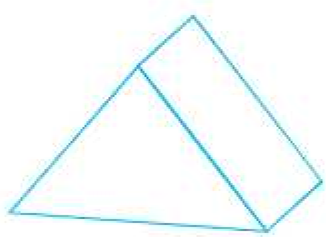


7. ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੇ, ਪਾਸੇ ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਨੂੰ ਬਣਾਓ।

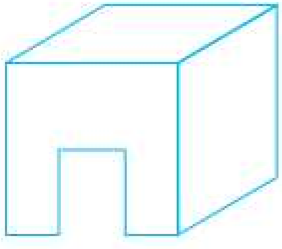
(i)



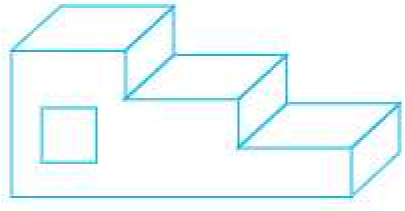
(ii)



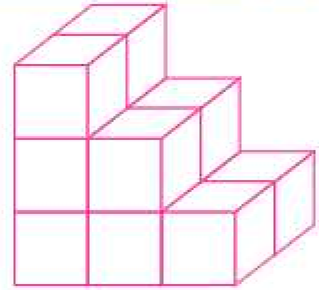
(iii)



(iv)



8. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-



(*i*) ਦਿੱਤੇ ਠੋਸ ਵਿੱਚ ਘਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸੋ—

(*a*) 12
(*b*) 10
(*c*) 9
(*d*) 8

(*ii*) ਉਪਰੋਕਤ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ $4 \times 2 \times 3$ ਇਕਾਈਆਂ ਦਾ ਘਣਾਵ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਇਕਾਈਆਂ ਘਣਾਂ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਪਵੇਗੀ ?

(*a*) 11 (*b*) 12
(*c*) 13 (*d*) 14

(*iii*) ਘਣਾਵ ਵਿੱਚ ਖੜਵੇਂ ਕੱਟ ਨਾਲ ਬਣੇ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਦਾ ਨਾਂ ਦੱਸੋ।

(*a*) ਵਰਗ (*b*) ਆਇਤ
(*c*) ਚੱਕਰ (*d*) ਤਿਕੋਣ

(*iv*) ਸ਼ੰਕੂ ਵਿੱਚ ਲੇਟਵੇਂ ਕੱਟ ਨਾਲ ਬਣੇ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਦਾ ਨਾਂ ਦੱਸੋ।

(*a*) ਤਿਕੋਣ (*b*) ਚੱਕਰ
(*c*) ਵਰਗ (*d*) ਆਇਤ

(*v*) ਕਿਹੜੇ ਠੋਸ ਦਾ ਲਾਈਟ ਵਿੱਚ ਪਰਛਾਵਾਂ ਤਿਕੋਣ ਬਣਦਾ ਹੈ ?

(*a*) ਗੋਲ (*b*) ਸਿਲੰਡਰ
(*c*) ਸ਼ੰਕੂ (*d*) ਘਣ

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ?

1. ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਚੱਕਰ, ਵਰਗ, ਆਇਤ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਆਦਿ ਹਨ। ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਘਣ, ਘਣਾਵ, ਗੋਲਾ, ਸਿਲੰਡਰ, ਸ਼ੰਕੂ ਅਤੇ ਪਿਰਾਮਿਡ ਆਦਿ ਹਨ।

2. ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ 2 ਪਸਾਰੀ (2-D) ਅਤੇ ਠੋਸ ਚਿੱਤਰ 3 ਪਸਾਰੀ (3-D) ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

3. ਇੱਕ ਫਲਕ ਸਮਤਲ ਸਤ੍ਹਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਕਿਨਾਰਾ ਉਹ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ ਦੋ ਫ਼ਲਕ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਉਹ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ ਕਿਨਾਰੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

4. ਜਾਲ ਇੱਕ ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਚਿੱਤਰ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਆਕਾਰ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਠੋਸ ਦੇ ਕਈ ਜਾਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।

5. ਠੋਸ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਤਲ ਸਤ੍ਹਾ 'ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਾਗਜ਼ ਤੇ 3-D ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ 2-D ਤੋਰ ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। 3-D ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਹਨ :

(*i*) **ਟੇਢਾ (Oblique) ਸਕੈਚ :** ਟੇਢੇ ਸਕੈਚ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਲੰਬਾਈਆਂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਪਰ ਫਿਰ ਵੀ ਇਹ ਠੋਸ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(*ii*) **ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸ਼ੀਟ :** ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸ਼ੀਟ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਪੇਪਰ ਹੈ ਜਿਸ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਪੈਟਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਇਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸਕੈਚ ਵਿੱਚ ਮਾਪ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

6. ਠੋਸ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਇੱਕ ਲਾਭਦਾਇਕ ਹੁਨਰ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਸਦੇ ਛੁਪੇ ਹੋਏ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। 3-D ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਹਨ :

(*i*) **ਕੱਟ ਕੇ :** ਇੱਕ 3-D ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਨਵੇਂ ਫਲਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

(*ii*) **3-D ਵਸਤੂ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਨਾਲ :** ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ 3-D ਵਸਤੂ ਦੇ 2-D ਪਰਛਾਵੇਂ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(*iii*) **ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦਿਸ਼ਾ ਤੋਂ ਦੇਖਣਾ :** ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਜਿਵੇਂ ਸਾਹਮਣੇ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਾਲੇ ਅਤੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਤੋਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ—

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਦੋ ਪਸਾਰੀ (2-D) ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ (3-D) ਆਕਾਰਾ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
2. 3-D ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਜਾਲ ਪਛਾਣ ਅਤੇ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਜਾਲਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।
3. 3-D ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ, ਫ਼ਲਕ ਅਤੇ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਗਿਣ ਸਕਦੇ ਹਨ।
4. ਸਮਤਲ ਸਤ੍ਹਾ ਤੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਵਿਧੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਟੇਢੇ (Oblique) ਅਤੇ ਆਇਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ (Isometric) ਸਕੈਚ ਨਾਲ 3-D ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।
5. ਠੋਸ ਦੇ ਛੁਪੇ ਹੋਏ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟਕੇ ਜਾਂ ਟੁਕੜੇ ਕਰਕੇ (Cutting or Slicing) ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦ੍ਰਿਸ਼ (View) ਤੋਂ ਵੇਖਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
6. ਠੋਸਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਗਿਆਨ ਨੂੰ ਵਿਵਹਾਰਕ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਉੱਤਰ

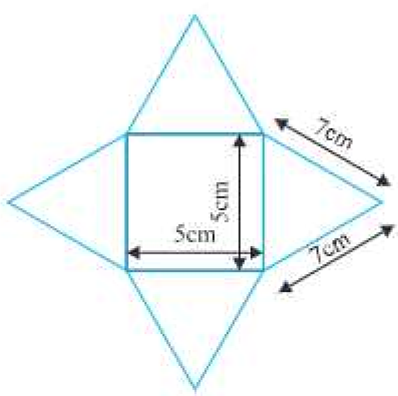
ਅਭਿਆਸ 15.1

1. (*i*) *e* (*ii*) *d*
(*iii*) *a* (*iv*) *b*
(*v*) *c*

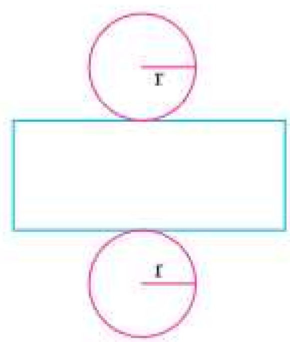
2. (*i*) *d* (*ii*) *e*
(*iii*) *a* (*iv*) *c*
(*v*) *b*

3. (*i*), (*iv*)

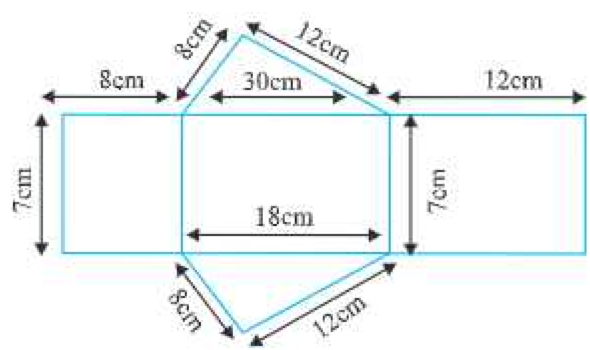
4.



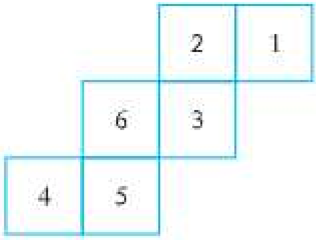
5.



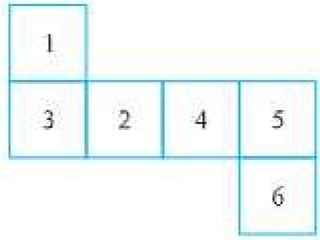
6.

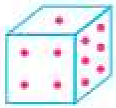


7. (i)



(ii)



8. ਪਾਸਾ 

9. (*i*) ਫਲਕ : 6 (*ii*) ਕਿਨਾਰੇ : 2, ਸਿਖ਼ਰ : ਕੋਈ ਨਹੀ (*iii*) ਫਲਕ : 7, ਕਿਨਾਰੇ : 15 (*iv*) ਫਲਕ : 5, ਸਿਖ਼ਰ 5

10. (*i*) *c* (*ii*) *d* (*iii*) *b* (*iv*) *b* (*v*) *c*

ਅਭਿਆਸ 15.2

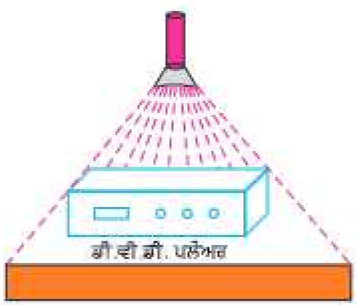
8. (*i*) *b* (*ii*) *c*
(*iii*) *c* (*iv*) *d*
(*v*) *c*

ਅਭਿਆਸ 15.3

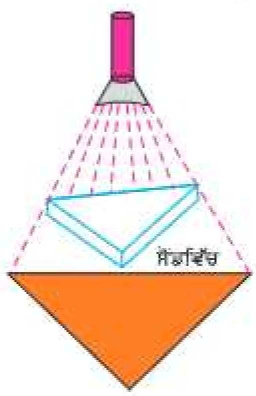
1. (*i*) 6 (*ii*) 21
(*iii*) 32 (*iv*) 13

2. ਲੰਬਾਈ 6*cm*, ਚੌੜਾਈ 2*cm* ਅਤੇ ਉੱਚਾਈ 2*cm* (4) (*a*) ਵਰਗ, ਵਰਗ (*b*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਵਰਗ ਚੱਕਰ, ਚੱਕਰ (*d*) ਚੱਕਰ, ਆਇਤ (*e*) ਆਇਤ, ਆਇਤ (*f*) ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਚੱਕਰ

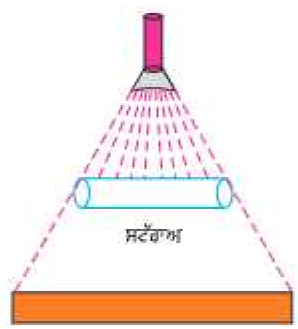
3.



(I) ਆਇਤ

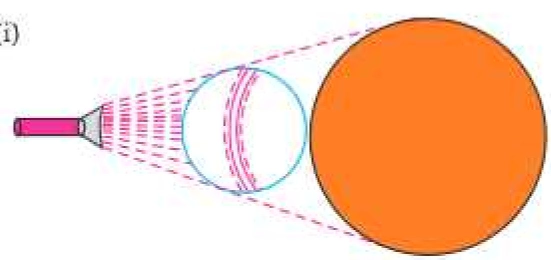


(ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ

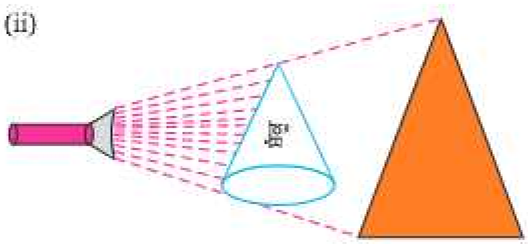


(iii) ਆਇਤ

5. (i)

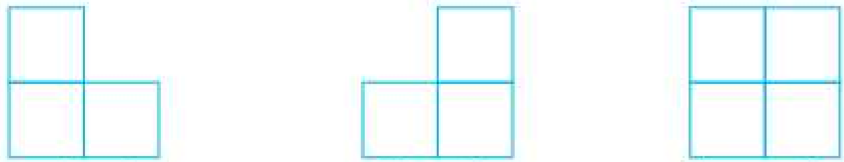


(ii)



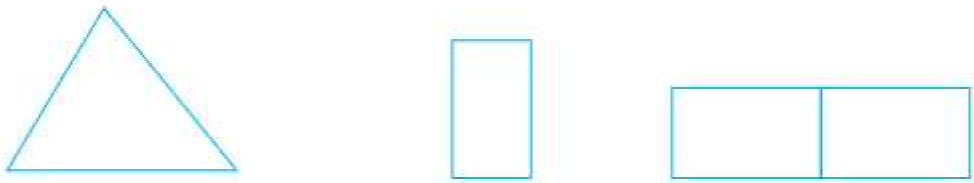
6. (*i*) ਪਾਸਾ, ਚਾੱਕ ਦਾ ਡਿੱਬਾ ਆਦਿ। (*ii*) ਕਿਤਾਬ, ਮੋਬਾਇਲ, ਡੀ.ਵੀ.ਡੀ ਪਲੇਅਰ
(*iii*) ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਦੀ ਗੇਂਦ (*iv*) ਜਨਮਦਿਨ ਟੋਪੀ, ਆਇਸਕ੍ਰੀਮ ਕੋਨ ਆਦਿ

7. (i)



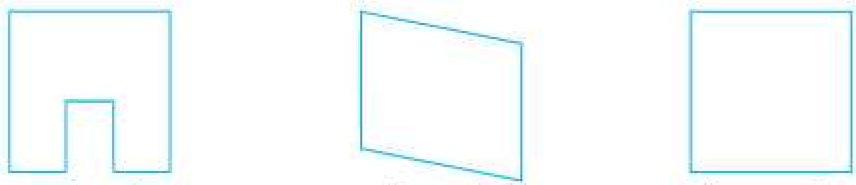
ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

(ii)



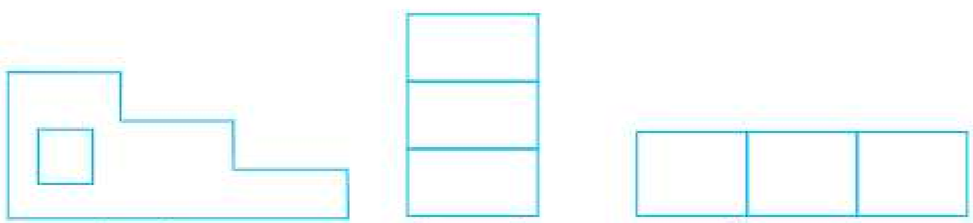
ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

(iii)



ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

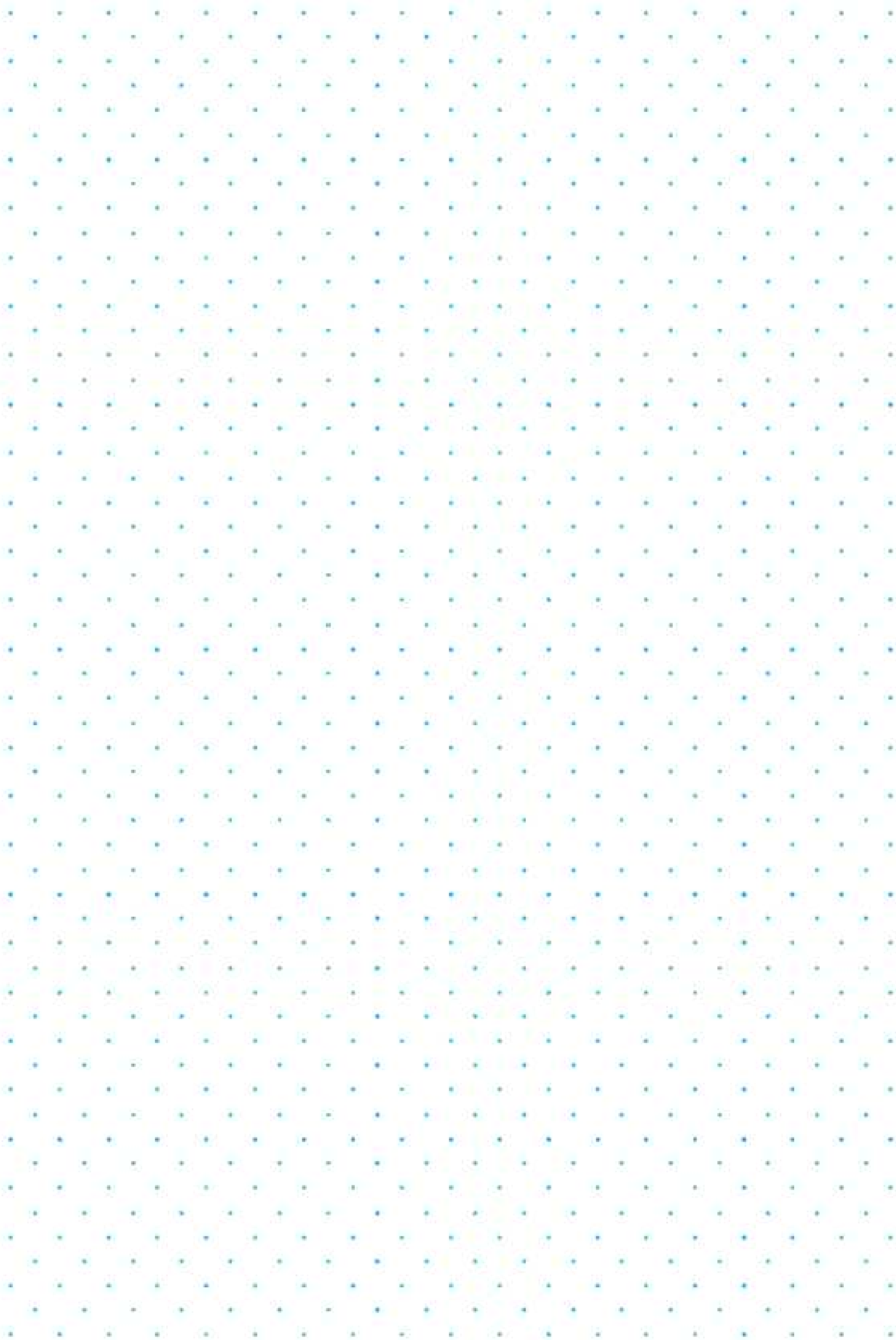
(iv)



ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪਾਸੇ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਉੱਪਰ ਵਾਲਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

8. (*i*) *a* (*ii*) *b* (*iii*) *b*
(*iv*) *b* (*v*) *c*

ਆਈਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸ਼ੀਟ



ਆਈਸੋਮੈਟ੍ਰਿਕ ਸ਼ੀਟ